

現象の中の数学：偏光

— 数学も物理もコラボ LIVE で盛り上がる —

理科（物理） 村 井 利 行
数学科 十九浦 美 里

1. はじめに

2014年度の公開教育研究会において、偏光現象を題材に、数学と物理のコラボレーションによる授業を試みた。本稿では、その授業の中から偏光の数学的扱いと「反射光の偏光」・「リサーチ（リサージュ）図形」についての実験およびその数学的扱いについて、実際の授業の様子を辿りながら実践結果を紹介する。また、「現象（実験・観察）→モデル化→数学的な展開→現象（検証）」のパターンでの話題展開において、物理から数学へと移行する際のモデル化の難しさ、あるいは逆に数学的な議論から現象への回帰がもたらす授業の活性化についても、生徒の具体的な反応に基づく話題を提供する。

本授業は、2年生全員（本校はコース分けをしていない）の必修授業である『数学Ⅱ』および『物理基礎』の授業時間において実施した。数学的な内容に関しては概ね既習事項を取り上げたが、2年生としては発展的な内容も含まれている。物理的な内容は全面的に未習である。前述のように『物理基礎』は全員必修だが、光はもちろん、波動もまだ学習していない。しかも公開教育研究会用の授業として、オリジナルかつやや高度な内容を2コマの授業に“詰め込んだ”ものであった。しかし、生徒達の反応はきわめて良かった。その要因は何だったのか。その点についても、「6. まとめと考察」その他で若干の考察を試みる。

本授業の全体像としてはp.83～に掲載したテキストのコピーを参照していただきたい。このテキストは生徒に配布し実際に授業で用いたものだが、授業者にとってはこれが“台本”であった。いわゆる学習指導案も一応作成してはみたが、それはあえて破棄し、むしろテキストを台本にし、あとは実際の授業でのアドリブを重視した。その点に関しても「6. まとめと考察」で触れることにする。

本授業で扱った内容の数学的部分のみを抜き出すなら、高等学校の数学としては、おそらく敢えて注目するには値しないと受け取られるだろう。しかし、そこに実際の現象（物理学的な描像）を重ねるなら話は違ってくる。実際、授業を行ってみると、どのクラスにおいても、物理学的な見方と数学的な考察との交叉に対し「あ、こんな話題の展開もあるんだ」といった普段にない興味関心を示す生徒が多かった。「普段にない」とは、数学の授業においても物理の授業においても、という意味である。授業を実施した我々も「これはやるだけの価値があった」と自信を得たのであった。

2. [授業展開Ⅰ] 偏光現象の数学的モデル

簡単な実験・観察およびモデル実験を通して偏光現象の紹介と概説を済ませた上で、

偏光現象の数学的モデル，即ちベクトルを使ったモデル化へと話題を進めた (p.84 ~ のテキスト参照)。そのきっかけとして，次に述べる「3枚の偏光板 (“蘇る振動”）」を用いた。

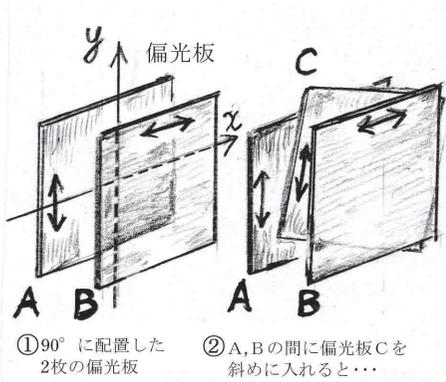


図 1

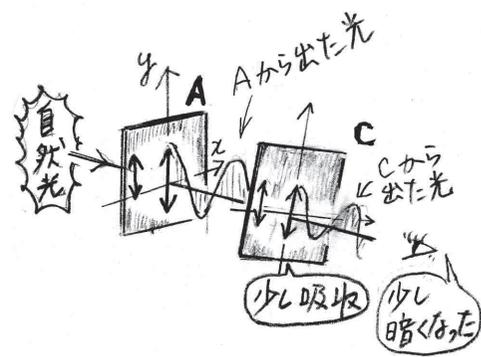


図 2

図 1 ①のように 2 枚の偏光板 A, B を偏光軸が垂直になるように重ねると真っ暗になる。しかし，そこに 3 枚目の偏光板 C を偏光板 A, B の間に斜めにして入れると (図 1 ②)，少し明るくなる。図 1 ②では，最初の偏光板 A で横方向振動が吸収されて無くなっているはずなのに，偏光板 B から出てくる光は横方向振動である。「横方向振動が蘇っている！」ということになる。まずは「この謎を解こう！」という問題提起をして，このような偏光の振る舞いをうまく数学的な道具で表現することはできないか，と生徒達に問いかけた。ここで，物理から数学へと最初のバトンタッチを行った。

p.72 「5. コラボで見えてきたもの」でも取りあげるが，数学 (十九浦) としては，この現象だけでベクトルを発想させるのは難しく，実際どうやって生徒から「ベクトル」というキーワードを引き出すか，かなり頭を抱えた。しかし，物理 (村井) の立場からは，とりあえず良さそうな仮説 (ベクトル) を立て，その仮説の適不適を実験で検証し，問題がなければ取りあえず OK というスタンスでも良いのでは，との示唆があった。これを受けて，「ベクトル」を生徒から引き出すことに，そこまでこだわらず「ベクトルを使えばうまく表現できるかも」といった程度で先に進める決心がついた。

授業では次のように説明をおこなった。1 枚目の偏光板 A を通過した 1 つの方向 (授業では y 軸方向とした。) に振動した光を，それと垂直の方向 (授業では x 軸方向とした。) に振動する光を通す偏光板 B に入射させると，光は出てこない。真っ暗になる。しかし，偏光板 B の代わりに， y 軸方向に対して斜めの方向に振動する光を通す偏光板 C を置くと，少し暗くなるだけである (図 2)。授業では，まずこの偏光板 A, C に着目した。さらに偏光板には光を吸収する性質はあるが光をつくる性質はないことをおさえておいた。実験から，偏光板 A を通過した y 軸方向に振動する光には，実は斜

め方向に振動する光も含まれていたと考えられ、偏光板Cを通すことで、Cの偏光軸に垂直な方向に振動する光が吸収され、斜め方向の光のみが偏光板Cから出てきたのではないか、つまり光が分解されたと考えられるのではないか……。このような流れで偏光とベクトルをつなげていった。ベクトルの登場で「なるほどベクトルか」と素直に納得する生徒もいれば、いまいち納得できないという表情の生徒もおり予想通りであった。普段、数学の授業では「これはベクトルか？」という展開はないので、生徒が戸惑うのも当然だろう。

そして、ここからが数学の本領発揮の場面である。

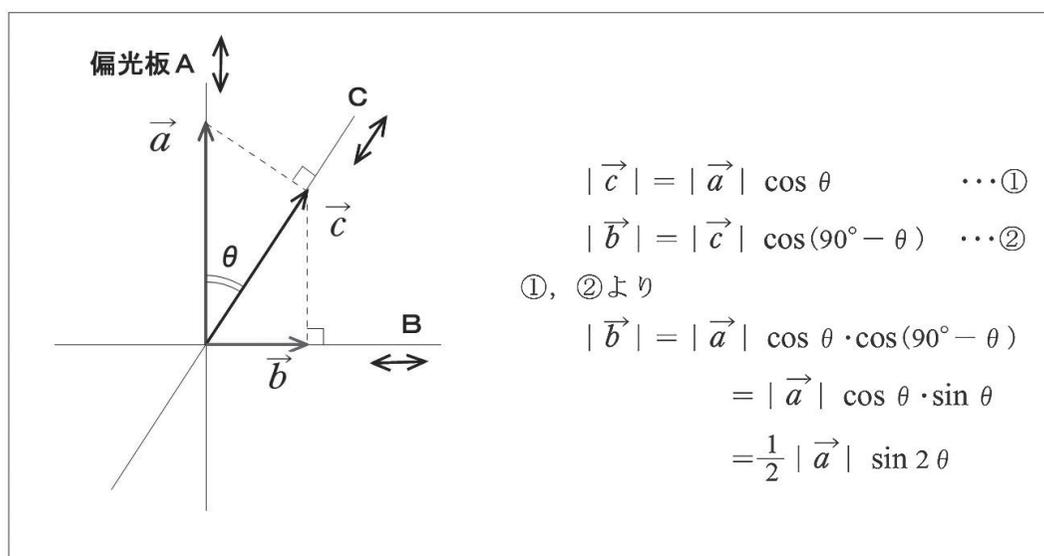


図 3

ベクトルで表現できると仮定して、斜めに入れる偏光板の角度をどのようにすると3枚目の偏光板Bを通過する光が最も明るくなるかを求める課題を提示した。

つまり、図3のように、偏光板A、C、Bから出てきた光の偏光状態をそれぞれベクトル \vec{a} 、 \vec{c} 、 \vec{b} とし、偏光板A、Cのなす角を θ として $|\vec{b}|$ を、 $|\vec{a}|$ と θ を用いて表す。さらに $|\vec{b}|$ が最も大きくなる θ を求める。このようにすれば三角関数の標準的な問題に帰着する。

余談だが、比較的数学が好きな生徒が、授業の後で「数学の問題になったとき（つまりこのとき）、やっと落ち着いた」と話してくれたのが印象に残っている。

生徒と一緒に黒板を使いながら答えを導き、求めた結果の $\theta = 45^\circ$ のとき実際にどうなるか実験をした。すると「本当だー」と声があがった。この時点で、「偏光はベクトルで表現できると言ってもよさそうだ」と話し掛けると、ほとんどの生徒が納得している様子であった。

もちろん光を電磁波として捉えるなら、偏光の状態をベクトルで表すことには、もっ

と必然的な（理論的な）理由がある（電場ベクトル）。しかし、電場がベクトルで表せるのは力がベクトルで表せるからで、力がベクトルで表せるのは・・・と、どんどん奥に入って行くなら、やはり必然性は消え去り、モデル→実験→検証に行き着くことも確かなのだ。

3. [授業展開Ⅱ] 反射光の偏光（ブルースターの法則）

反射光がある程度偏光していることは、偏光板を使って簡単に観察できる。ただし、入射角が、ブルースター角と呼ばれる特別な角度の場合には、反射光は完全に直線偏光をしている。その時の偏光の方向（電場の振動方向）は反射面に平行である。ブルースター角を α_B 、空気から屈折率 n の物質（例えば水）に入射する場合

$$\tan \alpha_B = n \quad (\text{ブルースターの法則})$$

が成り立ち、発見者にちなんでブルースターの法則という。ただし、上式では空気の屈折率を 1 としている。

今回の授業では、水面での反射におけるブルースター角を測定する生徒実験（4人で1班）を企画・実施した。ブルースターの法則は高校物理では扱われてないが、反射に伴う偏光は教科書でも簡単ではあるが写真入りで説明されている。

(1) 実験道具と実験手順

図5にブルースター角を測定する実験道具を図解した。平たい水槽に水を入れ、水面に映る豆電球を偏光板を通して観察する。言い換えると、豆電球から出た光が、水面で反射し偏光板を通過して目に入るのである。入射角がブルースター角 α_B ($\approx 53^\circ$) になっていけば、水面からの反射光は水面に平行な方向の直線偏光になっているから、水面に映った豆電球を偏光板によって消すことができる。（図5はテキストの別紙 **実験5**（図9参照）にある図のコピーである） 図5、図6のように今回の実験では、2つの物差しを水槽を挟んで30cm離れた位置に立て（机の面に垂直）、片方に豆電球を固定し、他方の側から観察を行うようにした。水面に映った豆電球が最も暗くなる状況で、図5の点Bの位置を求める（点Bの机の面からの高さを測定）。また、豆電球の位置である点Aおよび水面の机からの高さを測定する。

生徒実験に入る前に、実験操作をビデオカメラを用いて説明した。カメラを測定者の視点（図5の目）に置き「何をどのように測定するか」そして「どんな現象が起きるのか」を説明したのである。これは、公開研授業に先立って他のクラスで行った授業の結果を踏まえて取り入れたもので、そのクラスでは、実験操作が生徒達にうまく伝わらなかったのである。スクリーンに、リアルタイムで水面に映る豆電球が消える様子を投影したところ「ああ、ホントーだ！」と歓声があがった。そのように一度現象を見せた上で生徒実験に入ったのだが、いくつかの班からは「あ、消える、消える、ほんとに！すご〜い」と再び声が上がっていた。

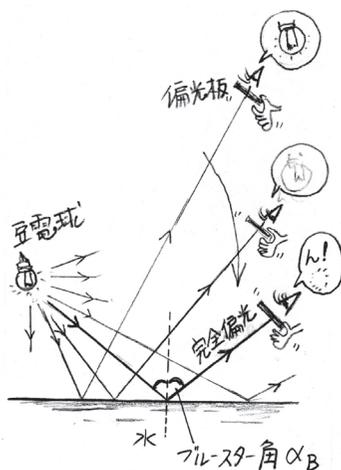


図4 入射角を偏光

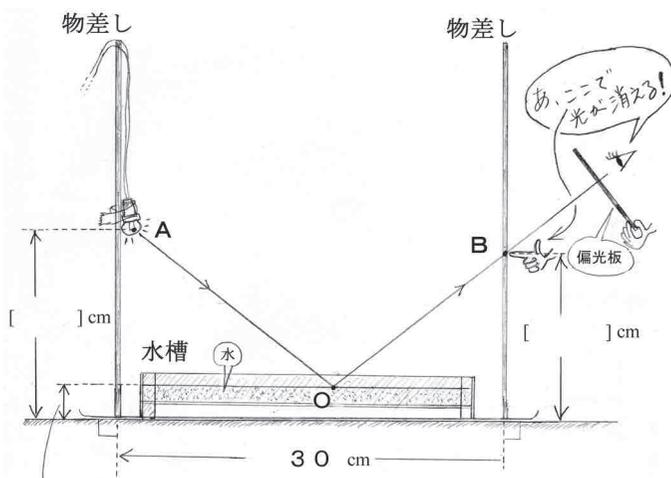


図5 ブルースター角の測定

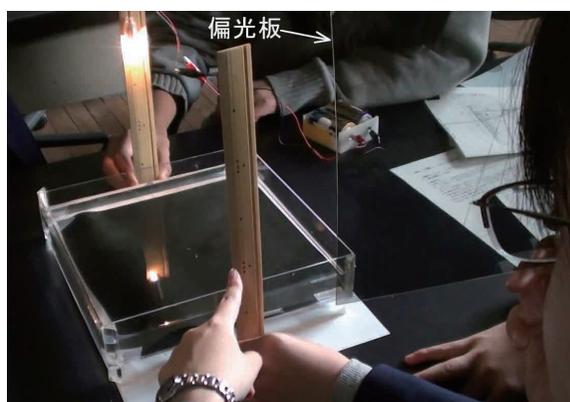


図6 生徒が水面に映った電球の消える位置Bを指している

なお、水面の小さな揺れや電球の大きさが影響し、水面に映った電球を完璧に消すことは実際には難しい。実験企画上の基本方針は、厳密さ（正確な測定）にはあまりこだわらず、単純明解で素朴な道具立てで行うことだったが、生徒の中には、完全に消えるのが「正しい」と思い、そうならなかった自分たちの結果を「うまくいかなかった」とレポートに記している例が散見された。時間があれば「なぜ豆電球は完全には消えないのか」と問うのも、実験物理学の観点からして有意義と言えよう。

(2) 作図に基づきブルースター角 α_B を求め、ブルースターの法則を確認する

前述の実験を生徒各班で行い、測定結果をもとに生徒各自がブルースター角を求めるための作図を行った。角度は分度器で測った。

図7は作図用のワークシートで、測定値をもとにして点A、Bを記入し、反射の法則に基づいて点A（電球）から出て水面で反射し点B（電球が消えた位置）に至る光線を作図するのが最初の課題である。ここは再び、現象（物理）から数学に切り替わる箇所である。生徒の反応も交えて、授業の流れを述べていこう。

「この測定結果を利用して電球Aから点Bに至る光線を作図してみよう」という課題の提示だけでは、ほとんどの生徒が何をしたらよいのかよくわからないといった反応であった。そこでもう一度、目標（ブルースター角を求める）と、実験から分かっていること（点Aと点Bの水面からの高さ）を確認し、「あとは光線が水面で反射した点Oの位置さえ分かればよい」と伝えた。さらに、入射角と反射角の関係はどうだったか、という発問を行ったところでようやく生徒の手が動き始めた。やはり具体的な状況を自分で整理し、それを数学的に言い換えるという作業は、生徒にとってはかなり難しいことであると改めて感じた。この授業では時間の関係もあり、ある程度は教員が説明する形をとったが、もしこの部分を生徒に考えさせるという形をとるならば、これだけで1時間分の授業に値するであろう。

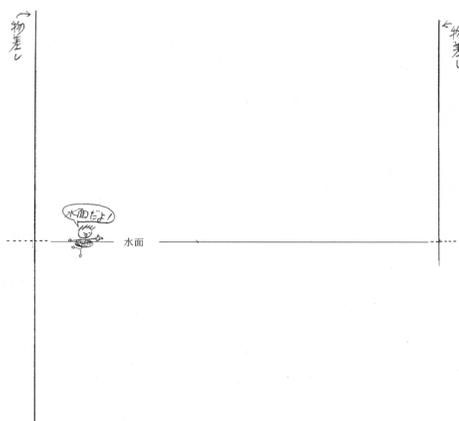


図7 作図用紙

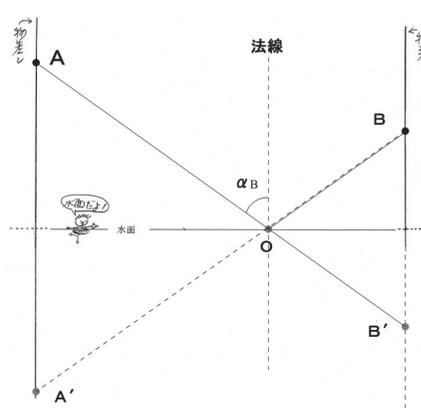


図8 作図の例

さて、この作図の場面で面白いエピソードがあったので紹介しておこう。机間巡視を行ったところ、作図を完成し終えた生徒が何人かいたので、その生徒を指名して黒板で解説してもらうことにした。その生徒は、目線の高さである点Bを水面の線に関して対称移動させた点B'をとりAとB'を結ぶことで点Oを作図した(図8, 9参照)。この解答は数学的には何の問題もない「正答」であったが、生徒の説明の後、物理(村井)の立場から言うと「むしろA'(図8)を書くけれど」とのコメントが飛び出した。A'は豆電球の鏡像の位置である。このやり取りは完全なアドリブだったが、生徒達にはとても刺激的だったようだ。数学(十九浦)の立場では「どっちも正しいけれど」というコメントもまた雰囲気盛り上げた。このエピソードについては、p.72「5. コラボで見えてきたもの」でも再度取り上げる。

図9に、ある生徒の作図を示す。この班の生徒達が得たブルースター角の測定値は $\alpha_B = 53.5^\circ$ であり、実験方法から考えるときわめて優れた測定といえる。水の屈折率を $n = 1.33$ とすると、理論的には $\alpha_B = 53.1^\circ$ である。

図9の生徒も行っているように、生徒達は測定した α_B の値を用いて、 $\tan \alpha_B$ の値を関数電卓で求めた。p.64で紹介したブルースターの法則の確認である。うまくいけばこの値は水の屈折率に等しくなるので、それに気付いた生徒は「え、すごい!」と驚

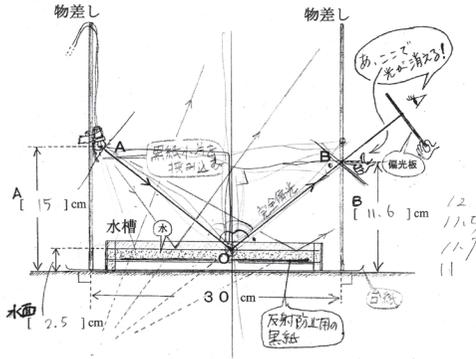
別紙 実験5 水面での反射と偏光：ブルースター角の測定

2年 下組()

【実験をした日時】 2014年 1月 15日(土) 12 時開目
【一緒に実験をした仲間】

【実験方法】

- (1)物差しを立てる位置が記された台紙の上に水槽を置き、半分程度の水を入れる。
- (2)一方の物差しの中央付近に図のように豆電球を付け(A点とする)、その高さ測る。また水面の高さを測る。
- (3)もう一方の物差しを図のように立て、豆電球を点灯して偏光板を通して水面に映る豆電球を観察する。偏光板は目に近づけたほうが観察しやすい。
- (4)偏光板を少し左右に回しながら、見る位置(高さ)をゆっくり移動させ、水面に映る豆電球が消える(最も暗くなる)位置Bを見付ける。豆電球の像が物差しの線(目盛り)に並ぶような位置で見るとよい(右図)。
- (5)B点の高さを測る。測定担当者がB点を指さし、他の人が目盛りを読むとよい。

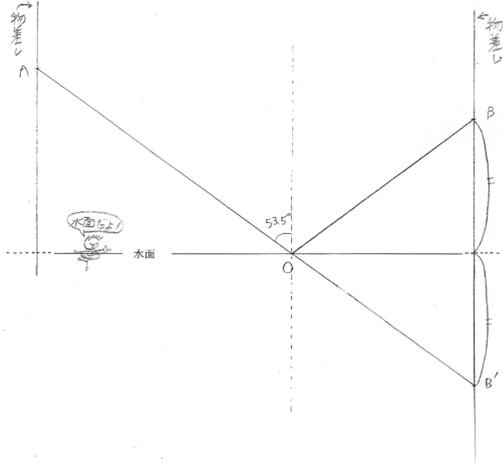


お茶大附属 公開教育研究会2014 「数学・物理」

【作図】 反射光が完全偏光になるのは、入射角・反射角が何度のとき?

Aの水面からの高さ=[12.5] cm, Bの水面からの高さ=[9.1] cm

【作図】 実物の太の線と虚像の太の線とで作図する。まず、A点とB点を記入させよ。さて、反射した場所O点はどこ? O点を記入したら、入射光と反射光A-O-Bを描き、入射角(反射角) α_B を分度器で測る。 $\angle AOB$ を測って2で割ってもよいが、法線は描いておこう。



水面での反射 ブルースター角の測定値 $\alpha_B = [53.5^\circ]$ スネルの法則

関数電卓 or 作図、あるいは両方から $\tan \alpha_B = [1.3514]$ $\frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B} = n$

$(\tan 53.5^\circ) = 1.33$ $\tan \theta_B = n$

お茶大附属 公開教育研究会2014 「数学・物理」 水の屈折率

図9 実験プリントと生徒の作図・計算

くことを期待しての授業展開であった。実は、生徒達は1年生の時に「虹の数学」という数学の授業で、水の屈折率を既に扱っていたのである。しかし、このもくろみは不首尾に終わった。 α_B の測定値にかなりの「ばらつき」があったこともその要因だが、より教訓的なことは、「雨滴中の光線」について数学の授業で詳しく学習したとはいえ、水の屈折率の値 $n \approx 1.3$ が「水に関する具体的なデータ」という形では印象に残っていなかったということである。ここは致し方なく、ブルースターの法則を紹介するだけの展開になってしまった。

「水の屈折率の値は？」と問われて生徒が答えたのは、スネルの法則だった(!)。即ち、入射角 α 、屈折角 β としたとき、次式が成り立つ(屈折率の定義)。

$$\text{屈折率 } n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \text{一定} \quad (\text{スネルの法則})$$

ここで我々も気を取り直し、スネルの法則(上式)とブルースターの法則(p.64)から、反射光が完全偏光になる際の入射角 α_B と屈折角 β_B の関係を導く数学的な作業に移った(p.85 テキスト <p.5> Q7)。ここは淡々と進み、 $\cos \alpha_B = \sin \beta_B$ が容易に導かれ、さらに $\alpha_B + \beta_B = \pi/2$ が得られる。しかし、ここで「反射光と屈折光が成す角が 90° 」と分かると「あ〜」という声が漏れた。数学的には簡単な演習問題だが、現象

としては意味深長であることに何人かの生徒は気付いたのだ。屈折光と反射光の向きが 90° だと反射光は完全に偏光しているのである。授業では深入りしている余裕はなかったが「反射光と屈折光の不思議な関係」といったくらいの印象は伝えることができたと思われる。

なお、今回の授業では触れなかったが、欲を言えば発展的な話題として、ここでフェルマーの原理（光は最短時間の道筋を進む）を紹介するのも、数学&物理のコラボとして面白かっただろう。

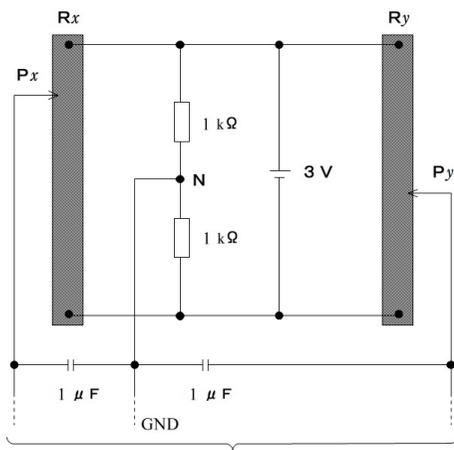
4. [授業展開Ⅲ] 2つの振動の重ね合わせ（合成）：リサーチ図形

(1) “リサーチ装置”

リサーチ図形を描き出す道具を工夫したので、それを紹介する。今回の道具は、 x 、 y 方向の振動を“素手”で与える点がセールスポイントである。授業での話題の流れとしては、直線偏光の振動方向（電場の振動方向）を表すベクトルの分解・合成と結びついている。しかし、そこは多くの生徒にとって難解であるので、偏光の話題とは独立に、取りあえず実験そのものを理解してもらうことに重点を置いた。

図 10 にリサーチ装置の回路図を示した。 R_x 、 R_y はそれぞれ細長く切った導体紙で、直列に接続した2つの抵抗（抵抗値は同じ）に対して並列に接続してある。2つの抵抗の間の点 N は、電位ゼロの場所としてオシロスコープの GRD 端子に接続する。このようにすると、接点 P_x 、 P_y を移動させることにより、各接点に、 -1.5V ~ $+1.5\text{V}$ の任意の電位を与えることが出来る。そこで各接点をオシロスコープ（ xy モード）の x 、 y 端子にそれぞれ接続すれば、 P_x 、 P_y の電位に応じた位置（ x 、 y ）に輝点（スポット）が打ち出される。原理はこれだけのことではあるが、前述の通り接点 P_x 、 P_y を手で動かすところがミソである。なお、図 10 中のコンデンサーは、ノイズ除去と接点が浮いたときの輝点のふらつきを防止するために入れてあるが、実用上は重要であった。

手で単振動的な電位変動をつくり出し、しかも x 、 y の2人で正確な位相差を保つというのは、さすがに“素手”だけでは無理である。そこで、図 13 の中央に映っているように、●シールを貼った円板をモーターで回し、2人がそれぞれに●シールに合わせて接点を動かすようにした。手で持つ「接点」は、図 11 の発泡スチロール球体であり、●シールを追うために竹ひごを刺してある。電気的な実際の接点は球体に埋め込んだ太鼓鉦である（十九浦はこの球体を“目玉おやじ”と呼んでいた！）。なお、導体紙は 30cm 物差しに、配線接続を兼ねたクリップでとめてある。



オシロスコープ(xyモード)入力端子へ

図 10 リサーチ装置の回路図



図 11 接点部分 (Px or Py)

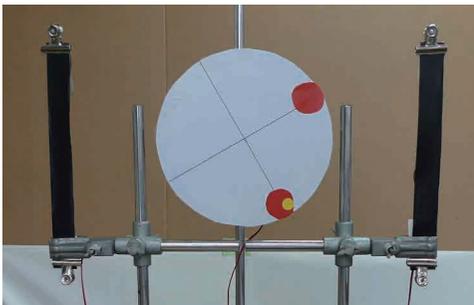


図 13 単振動を導く円板と●シール

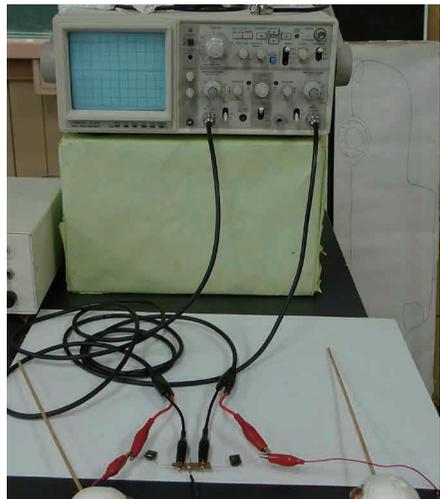


図 12 2つの接点とオシロスコープ(xyモード)

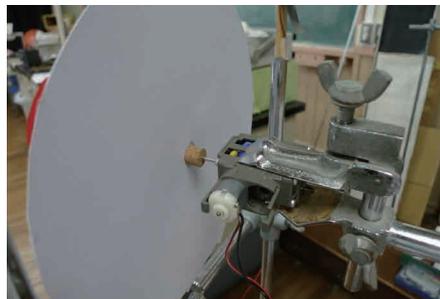


図 14 円板を回すモーター

(2) 授業の展開

オシロスコープ画面の輝点が接点の動きにしたがってどのような図形を描くかを、段階を追った問題形式にし、生徒に結果の予想を立てさせてから実演してみせた(図 15, 図 17～図 19)。最初は、 x 方向は自動掃引(等速移動)で y 方向に図 15 の操作を行うことを取り上げた(p.85 テキスト <p.6> の Q 8)が、これに対しては「サインカーブになる」という声が生徒からすぐにあがった。そこで実際に装置を用いて軌跡を描き出すと「オーッ」と歓声の声が上がる(図 16)。理論的には平易であっても、実際にそれが目の前で起こると感動を呼ぶのだ。いや理屈で分かっているからこそ楽しいということではないだろうか。一方、これ以降の、同位相(図 17, テキスト Q 9)や逆位相(図 18, テキスト Q 10)、位相差 90° (図 19, テキスト Q 11)の予想は難解だったようだ。

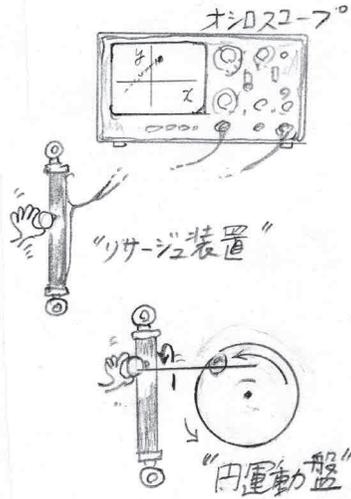


図 15 円運動と接点の単振動

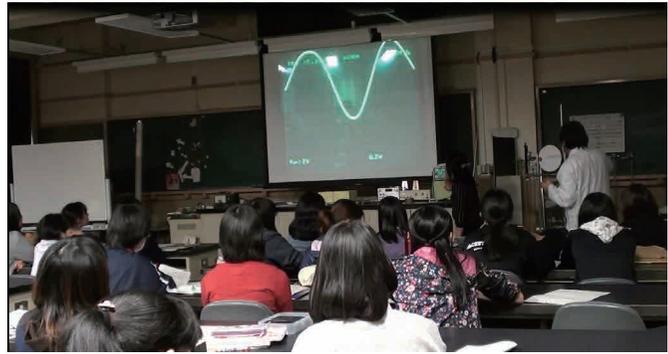


図 16 y 単振動と正弦曲線 (x 自動掃引・storage モード使用)
スクリーンを真剣に見つめる生徒達

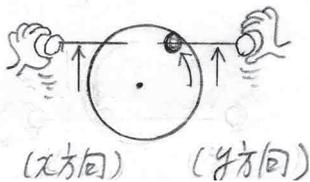


図 17 x y 同位相

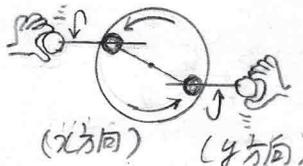


図 18 x y 逆位相

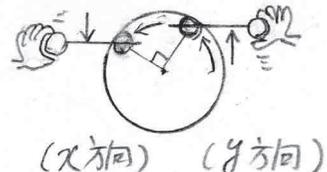


図 19 x y 位相差 90°



図 20 リサーチ図形の“作図” (xy モード使用)

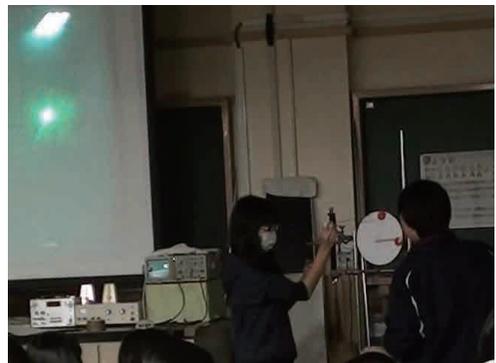


図 21 生徒達も頑張った

授業は、生徒の自由な発想を大事にして、実演までは生徒の予想を聞くというスタイルで展開させた。生徒の予想の中には、こちらの予想を超えるような不可思議な図形を予想（例えばサインカーブが入り組んだようなもの）もあれば、正解を予想するものもいて、我々もまた面白かった。答えは実演をみれば十分であり、後でどうしてそうなるのか、と生徒それぞれが考え、思いを馳せてくれれば成功という位の気持ちで授業に臨んだ。同位相の場合などは、分かっただけならば当の生徒達でも、自分たちがなぜ分からなかったのか訝しく感じたことだろう（右上がりの直線になる）。同位

相で状況が把握できた上では、逆位相は簡単である。実演したときの生徒達の反応は「ほらネ、よ～し」と得意げであった。

位相差 90° は当然、難解である。授業の残り時間も僅かであったので、考え方として

$$x = \cos t \quad , \quad y = \sin t$$

と書けることを紹介した。この式を見せた瞬間にある生徒が「円だ！」と叫び、生徒の半分くらいは「おーっ」とざわめいた。「なるほど」と思った生徒や「なんだこんなことか」と思った生徒もいたように感じられた。そこで「それじゃ、輝点はどっち回りで円を描く？」と問うと、生徒達はシーンとなったが、しばらくして反時計回りに指を回している生徒が何人か現れた。正解である。これを実演した後、今度は「では、輝点を時計回りに回すにはどうすればいい？ (テキスト Q 12)」と問うと、数秒後に数名の生徒が「 x と y を逆にする」と勢い込んで自信を持って応えてきた。「早く実演してみて！」と言わんばかりだった。実は、これには我々も驚いた。生徒達がどのようにしてその結論を導いたのか分からなかったのだ。そう簡単ではないからだ (時間反転を考えればよいのだが…)。とにかく生徒達に言われるままに実演したが、その時の教室の盛り上がり様は格別であった。懸命に●シールを追う我々を、生徒達は「(時計回りに円が) できてる、できてる」と応援してくれていた。

このように、リサーチ装置での実験は、教室を知的興奮の渦に巻き込んだと言っても決して言い過ぎではなかった。生徒にとって、軌跡の形自体は分かっただけならば (容易には分からなかったが) 数学的には易しいことだが、その理屈通りに目の前に直線や曲線が描かれるのはやはり「驚き」なのだった。ある程度はそれを想定しての授業ではあったが、あらためて数学&物理コラボ LIVE がもたらした興味深い教訓であったと感じている。

なお、数学を教える立場からも、軌跡、媒介変数表示の理解を深める教材としてこの装置は有効と言えそうである。今回深入りはしなかったが、媒介変数の意味についても考えさせることができるのである。

図 20, 21 は、リサーチ装置を実際に使っている時の様子で、生徒にも“作図”に取り組んでもらった。●シールを正確に追うには、少々練習が必要だが、生徒達は 1 分程度の練習で満足のいく図形を描き出し、喝采を受けていた。

前述の通り、この実験は根本的な意味合いとしては「振動の合成」を扱っており、偏光のベクトルの「分解」 ([授業展開 I]) と結びついている。授業の最後で、このことにも少しだけ触れた。位相差 90° での「円」に関しても“ばねロープ”で「回転する波」を実演し、光波にもこのパターンのものであり円偏光と呼ぶことや、映画館での 3D 映像には円偏光が広く用いられていて「左右の眼でそれぞれ右回り・左回りの円偏光の映像が別々に見えるようにして、3D 映像を実現している」と話すと、少なからぬ生徒が「なるほど」とうなずいていた。

5. コラボで見えてきたもの

授業の企画・準備の段階から、同じ数学を使うにしても数学側と物理側とではスタンスに微妙な違いのあることが見えてきた。それを丁寧に確認しながら、その違いも生徒達に理解できる形で伝えようと考えた。実際には予想外の展開もあったが、そういった経緯の2、3の具体例を、対話的な形式で再現してみようと思う。

偏光をベクトルで表す

十九浦：偏光の属性がベクトルで表されるというのは、生徒の立場では必然性がないわけで、押しつけになってしまうと生徒の思考がそこで止まってしまうかもしれない。「2. 偏光現象の数学的モデル」でも述べたが、ある現象を見て、これは数学のあの道具が使えろと言いきるのは非常に難しい。もちろん「～が使えます」と教員が言いきってしまうことも授業ではできるのだが、生徒は納得がいかないままうのみにするしかなくなるかもしれない。

村井：答えは「自然」に聞くしかない、という物理の立場からは「良さそうな仮説→数学的展開→実験・観察→検証」というパターンにもって行けばいいと思うのだが。数学の授業展開としては難しいですか？

十九浦：なるほど、ベクトルだと断定しているわけではないのですね。それはいいかも！「ベクトルが使いそうね、使ってみようか」という話のもって行き方をしよう。

この方針で実際に授業を展開した。

十九浦：今回、仮説⇒実験⇒検証という姿勢を意識できるようになったことが一番大きな成果。授業では、「検証」で生徒も納得してくれた。

十九浦：そう言えば、惑星の軌道を円軌道と考えた場合に観測結果との食い違いが出てきて、詳しく調べたら楕円軌道であることが分かったという例もある。

村井：ケプラーの法則。当時、惑星の軌道は完璧な円軌道と信じられていたようだ。

十九浦：このような話とも結びつけられ、非常に面白いと感じた。物理、数学、科学史と結びつける展開も可能かもしれない。

生徒のアンケートの中には、そのようなコラボを希望する声があった。

光線の作図：光はどこで反射したか？ (p.66 図7, 図8の作図)

生徒：(p.82 図26の図を描き説明) 水面の線に対して点Bと対称な位置の点B'を置き、点Aと点B'を直線で結ぶ。この直線と水面の線との交点が点O。…この通り反射の法則が成り立っている。

十九浦：はい、いいですね。

村井：ちょっと待って、なんでB'なの？すみません十九浦先生、点Aに対する点A'を描き入れていただけますか(十九浦、A'を描き入れる)。

生徒：??? (何が起きたんだ?!)

十九浦：はい、この点A'と点Bを直線で結べば、水面との交点が点Oですね。

生徒：??? (え, B' じゃ, いけなかったの? ...)

十九浦： B' を使っても A' を使ってもいいですね, どちらも同じです (微笑)。

生徒：(あ, よかった, 確かに同じだ)

村井：そう, 図形的には同じだけれど…。(手鏡を持ち出し) 鏡の中に自分が見えるけど, それが A' 。それって, 自分の顔から出て鏡で反射した光が, A' から出た光のように振る舞っているわけだから, $A' \rightarrow O \rightarrow B \rightarrow$ 目をイメージして, はじめに A' を書くのが自然じゃない↓

生徒：なるほど, そうか, でも私は自然に B' を書いたけど…。(p.67 図 9 の生徒も B' を用いている)

村井：(豆電球の鏡像の位置が A' にあるということは, 理論的には反射の法則を使って初めて導かれるわけだから, 「 A' が自然だ!」と言い張ることはできないなあ) う～ん, やっぱりストーリーとしては A' なんだよなあ～(笑)。

十九浦：面白いですね, 数学と物理での着想の違い!

村井・十九浦：上記の展開は, 最初に実験を行ったクラスでは「予期せぬ展開」であったが, 次に行ったクラスでは十分に予期していて, まさに同じ展開となった。同じ対象に対する数学と物理でのスタンスの必然的な(?) 違いを示す好例と言えるかもしれない。生徒達は明らかに数学的な捉え方をしていた。この例の場合, 物理的な着想は確かに(経験に基づく)ストーリー性がある。ただし, それだけに縛られていると, 例えば B' を書くという着想が出てこないわけで, 数学的な着想のほうがその点では一般性あるいは拡張性があると言えるだろう。もちろん, 教訓としては, どちらの立場も大切だということではある。

数式の表現や使用する記号の違い (振動の合成: リサーチの授業準備において)

十九浦：位相差 90° の円運動になる実験では $x = \cos t$, $y = \sin t$ として考えれば良いから…

村井：(一通り授業案を聞いたあと) 本音を言うと, 物理としては $y = \sin \omega t$ でないと落ち着かないのだけれど (笑)。

十九浦：ん?

村井： t [s] は時間だから, $\sin \theta$ の位相部分 θ [rad] としては t だけだと, ちょっと違和感がある。角振動数(角速度) ω [rad/s] を使って ωt [rad] とするとホッとする。

十九浦：なるほど, 納得です。これは“衝撃”(笑)。数学Ⅱの授業で $y = \sin a \theta$ のグラフというときも周期も変わり, 生徒が難しいと感じる場面であるが, θ を時間 t のようなパラメータとし, a に物理的な意味をもたせるといいか

もしれない。物理的には、そうやって初めて一般的な表現になる、ということ
を教員が意識すると、授業も変わってきそうだ。

村 井：専門的な物理だと、現象の本質を見るために細かな定数の類いおもてを表に出さ
ないような数学的表現もよく使うのだが、今の話題だと、物理的なこだわ
りが逆に役に立つこともありそうだ、ということかな。

6. まとめと考察

研究協議より

公開授業後の研究協議の際に、参加された方々から示唆に富んだご意見を多くいた
だいた。その中のいくつかを取り上げ、それに応える形で議論と考察を述べていこう。

意 見：「今回の授業は物理がメインの授業で、数学としては既習の内容を活用す
るというだけであったが、もっと数学が発展していくような場面を期待し
ていた」

確かに、授業者二人もその点については授業をつくっている段階から少し気になっ
ていたが、今回はここまで述べてきたように、数学が物理でいかに有効であるか、数
学をつかったモデル化の威力を生徒に伝えられれば、ということを中心にした授業
だと割り切ることにしていた。しかし授業の準備でいろいろ話を進めていくうちに、
数学が発展するような場面もつくれそうであることがわかった。例えば、偏光板を
通った光の強さを計算するためには、三角関数を使う上に積分の考えが必要なのであ
る (p.84 テキスト <p.4> Q 5)。今回の授業では、すでに内容が盛りだくさんである
ということと、生徒が積分についてまだ何も学習していない時期であるので、タイミ
ングとして相応しいくないということで割愛した。これは単に一つの例に過ぎず、物
理とのコラボならば数学的な内容での発展的な題材の可能性はいくらでもあると思わ
れる。

意 見：「生徒に配ったテキスト (p.83 ～) には、授業中の発問に対する答えもはっ
きりと書いてあるが、これは何か意図したところがあるのか」

確かにその通りである。テキストは基礎事項の解説と補足および応用・発展的な問
い(記号Q)で構成されていて、Q以外の発問の「答え」は多くの場合、テキストに
ちゃんと載っている。例えば「偏光の性質はどんな数学的な道具で表せそう？」に対
して、テキストにははっきり太文字で「ベクトル」と書いてある。重要なのは、自分
で納得した上で答えられるか、である。同様のテキストは物理の授業でも用いている
ので、生徒達はそこの事情は十分に承知していて、発問に対してすぐにテキストに目
をやって“即答”することはまずない。自分で考え、分からなければテキストを見て
考える・・・、それで納得したら答えるのである。これを実現させるためにも、授業で
は生徒を指名して答えさせることを敢えてしなかった。

意 見：「教師が教えてしまっ、生徒に考えさせる場面が少なかったように感じたが」
これは恐らく偏光をベクトルで表すといった基本事項に関するご指摘と思われる。

我々としては、生徒に本気で考えてほしかったのはテキストの記号Qの問いだった。そこに至るまでの基本事項は、我々がなるべく分かりやすく説明するというスタンスだった。一般的に言って基本事項とはすぐに分かる初等的な事柄を意味せず、むしろ含蓄に富むことが多い。物理の基本法則を生徒が自ら発見することに主眼を置いたり、数学の重要な定理を生徒がいきなり発見することを期待するのは、必ずしも教育的とは言えないのではないだろうか。基本は教えて、生徒にはその応用で頭を使ってほしい。そういうやり方のほうが基本の理解が深まり、学習のモチベーションも上がると考えている。

意見：「2 コマの授業としては、内容が多過ぎではないか」

今回の授業は公開教育研究会に向けて企画したもので、様々な内容を“てんこ盛り”にしていた。部分的にでも参考にしていただけるものがあるように、という研究会参加の方々へのサービスだった。したがって生徒達の理解度はと言うと、さほど期待はできなかった。実際、授業後の雑談の中で、ある生徒が「すっごく面白かった。でもちゃんとは理解できてませんよ」と微笑みながら我々を諭すかのように言ったのがとても印象に残っている。授業展開としては、もちろん「理解してもらおう」ことを主眼にしてはいたが、なかなかそれは難しいとは承知していた。おそらく6コマ分くらいの内容だっただろう。

「数学的なモデル化」について

不思議な現象（例：p.62の「3枚の偏光板」）が数学的には何の不思議さもなくあっさり説明されてしまう・・・これは数学の魅力であり、数学の“魔力”とも言えよう。例えば、p.63下段に紹介した生徒の声「数学の問題になったとき、落ち着いた」はその好例ではないだろうか。物理はつねに「現実」を引きずっているが、「現実」は情報量が多いのである。一方、数学は必要以上の情報は取り除き、スリムな形で議論を進める。上の生徒の声は、そこでホッとしたという率直な感想だったのだろう。物理の議論で数学的なモデル化が出来上がると、その後しばらくは“数学のハイウェイ”を走って行けるのである（運転できればだが！）。物理をやっている人間はそのような感覚で数学を使っている場面が多いと思われる。もちろん、物理の議論は最後は物理で終わるわけで、物理と数学をうまく切り替えていくことが重要なのである。数学は抽象・一般を旨とする。物理は数学を用いつつ具体的対象を相手にする。このことが意外と高校生には理解されていないようである。数学教員 v.s. 物理教員のコラボ LIVE という今回の企画は、この点を生徒達に感じ取ってもらうのに有効であり、またそれを理解することで、数学、物理双方への興味関心も増していくと思われる。

「3. 反射光の偏光（ブルースターの法則）」の実験について

これは分かっただけで手順としてはごく簡単な実験だったのだが、どんな現象が生じるのかが分かってないと、うまく実験ができないという、ある意味で至極当然な教訓を得た。

「結果が分かっているのは実験への興味関心が薄れる。探究的でない」という見方も

あるだろう。しかし、前にも述べた通り今回は、はじめに「結果」をスクリーンで見せていて、生徒には「結果」のイメージが与えられていた。それでも自分たちで実験をして自分の目でそれを見るとやはり驚きを感じるという結果だった。これは発想をかえて、イメージがあるからこそ、自分たちで操作をし自分で「結果」を観察して感動がわき上がる、と考えるのが妥当なのではないだろうか。昨今、発見的な学習や探究的な学習というふれ込みを聞かされることが多いが、この実験の場合、それとは“真逆”の方針がかえって奏功していると言えるだろう。この実験に限らず今回の授業全般にわたって、同様の“真逆”が効果を上げた例が多いと言えそうである。

「4. 2つの振動の重ね合わせ（リサーチ）」について

本授業で用いた偏光の“ベクトルモデル”は偏光の属性を表す方法としては最も簡略化されたものである。つまり、偏光の実態はもっともっと話題豊富で生徒にとっては、つかみ所のないものがある。おそらく生徒もそれを何となく承知の上でベクトルを扱っていただろうし、その意味で偏光を表すベクトルは非常に抽象的なものとイメージされていたと思われる。リサーチの実験の本来の趣旨は、その抽象性を少しでも解消する試みであった。偏光状態の実態は光波の振動なのである。偏光でのベクトルの分解とは結局、一つの方向の振動を2つの方向の振動に分解することを意味している。リサーチの実験では、振動がベクトル同様に合成されることを示している。

リサーチの実験を体験した生徒達が、偏光でのベクトルとの関連を理解し納得したかということ、それはあまり期待できないが、それとは切り離しても、リサーチ図形の考え方や、どんな図形が現れるかの議論は十分に（少なくともイメージ的には）楽しめる内容だったことは確かであり、有意義な体験だったと考えてよいだろう。

むすび：「コラボ LIVE」を中心に

今回の授業の物理的な面での特徴は、生徒実験を含む実験を多く取り入れ、目で見て納得できる授業を目指したことである。また、公開教育研究会での実践でもあり、極力オリジナルかつ手軽に使ってもらえる実験を、と工夫を重ねた。一方、「現象の中の数学」というタイトルが示す通り数学的な面が題材の中心ではなかったが、生徒が日頃学習している数学が自然現象の解明に如何に役立ち有効であることを示そうとしたものだった。特に数学を用いることにより、議論が精確でしかも負担（脳への負担）が少なくなることを示そうとした。なお、数学的な議論の場面では、物理分野での慣用的記号を使わず、生徒達が数学の学習で慣れ親しんでいる記号を使ったが、これも小さな工夫で、今回の授業のような“入門編”と言える学習においては非常に有効であったと考えている。

今回の授業の準備段階では学習指導案も一応は作ってはいた。しかし、あえて使わなかった。今回のような形のコラボ授業を行うとなると、特に「掛け合い部分」の打ち合わせが、はっきり言って面倒であり、わざとらしく不自然になるという懸念があったからだ。つまり、事細かな打ち合わせはやらない方が、むしろいいものが生まれる

と考えたのだ。村井・十九浦の二人とも、授業の骨組部分から細部に至るまで入念な準備は怠らずとも（つまり題材と道具は完備させておいて）、実際のいわば演技面に関しては「え〜い、授業はLIVEだ！アドリブだ！」といった姿勢で授業に臨んだのであった。生徒達にはその臨場感・緊張感・融通無碍な真剣さ（？）が伝わり、授業に積極的に入り込む動機付けとなったと考えている。

およそ教科教育の基本は楽しむことではないだろうか（生徒も教師も）。その観点からしても、今回のコラボLIVEはとても有意義であったと自負している。本稿で紹介した生徒達の感動・歓声「オー」「あ、」・・・等々、これが学習の基本だと我々は認識してる。そして、それを誘い出すためのコラボLIVEであった。数学と物理という、得手不得手の差が最も大きいと思われる科目の組み合わせにもかかわらず、今回の授業では、生徒達の反応がきわめて良好であった。少なくとも「面白かった」「楽しかった」というのが大方の反応あり、リサーチなどでも、学習段階を考えるとかなり難しい問い掛けをしていたのだが、一部の生徒からは非常に鋭いレスポンスがあり、周りの生徒達もそれに呼応するようにして良好な雰囲気をつくり上げていた。この反応良好の要因としての最も重要な要素は何度も言うが「コラボ効果」と「LIVE効果」だろう。それは授業中の生徒達の表情・反応、授業後の生徒達との会話、そしてアンケートに見る生徒からのメッセージ、これらから得られた結論である。手前みそにはなるが、そこには広く一般的に、授業改善の為のヒントが含まれているのではないかと期待している。

さて、教科・科目としての数学の有用性が話題に上ることが多い。数学や物理をやる者にとって、数学の有用性は全くもって疑う余地のないものだが、生徒達（あるいは世間一般）においては必ずしもそうではない。物理でも似たようなもので、マジックのようなビックリ実験には目を輝かすが、その現象の基礎となる法則云々、さらにそれらの数学的な表現となると睡魔に襲われる、というのが多くの生徒の実態である。このような実情に対して今回の試みは、“毒をもって毒を制す”ではないが、数学と物理が目の前（LIVE）で共演（コラボ）することにより、生徒に対して両者それぞれの存在意義に気付かせる（あるいは気付こうとさせる）きっかけとなり、それぞれの分野に対する学習意欲をそそる効果があったのではないかと感じている。少なくともそれを示唆している、という感触を得た授業であった。

7. 生徒アンケートより

公開教育研究会での授業から2ヶ月ほど経過してから、当該クラスの生徒を対象にアンケート調査（無記名）を実施した。次の(1)～(5)に関して自由に記述する形を取った。授業の合間の休み時間に短時間で書いてもらったため、文章が乱れがちであり、中には誤解している例（あるいは意味不明！）もあるが、回答として書かれていた文を敢えてそのまま記すことにする（順不同）。

(1) 偏光という現象について

- とても興味深い現象を、身をもって体験することができたので、とても良い勉強になりました。
 - 「偏光」という言葉自体、初めて知った。はじめに偏光の現象を見たときには本当にびっくりしたけれど、理由を知ってすごく納得した。
 - 実際の光はみえない（肉眼では？）のに「光の波長がある」と考えた人はすごい。
 - 偏光板を使うのが面白かった。
 - 多分、今までにも偏光板は見たことがあると思うが、その現象について考えたことはなかった。分かりやすかった。
 - 波長を習ったあとにやれば、もっと面白かったかも、と思いました。
 - 偏光板によって光の向きが制限されることはおもしろいと思った。
 - 黒板が光って見えないという現象には今まで何度も悩まされてきたので「これが原因か！」と思った。
 - 不思議だと思った。身近に何か利用されている例があれば知りたい。
 - だまし絵(?)にも活用できそうだと思います。
 - 偏光板を使って身をもって体験できたのでわかりやすかった。
 - [ダンボール格子]という柵があると、と模式化することで、斜めの時は・・・など考えやすく、理解できた。
 - 実際に自分で見れたので楽しかった。
 - 実際に偏光板を使ってみると、光が通る方向があることがわかりやすかった。
 - 偏光板というものがあるのも初めて知りました。角度、縦横の向きによって偏光の見え具合がちがうのがおもしろかったです。
 - 偏光板を使うことで波の向きをイメージしやすくなって面白かった。
 - 初めて偏光板を使ったため、仕組みそのものにも1つ1つ驚いたり新しい発見があり楽しかったです！！
 - 犬の写真が消えたり見えたりするのが面白かった～！
 - 日常生活で体験できる現象で身近に感じた。
 - 偏光板の意味や、どのようにしたら光がさえぎられるか、などは分かりました。でも偏光が起きる物理的な仕組みを理解するのは難しかったです。
 - はじめて聞いたでも、授業を聞いて、何となくイメージは分かった。
- * 授業以外で、偏光板を使ってみましたか？使った人は、その具体例を書いて下さい。**
- 携帯電話の光を見た。「のぞき見ブロックシート」をつけているみたいな見え心地だった。
 - テレビを、偏光板を通してみたら、たてのときは見えたけど横のときは見えなかった。
- (2) 数学と物理のコラボについて**
- とても良かった。数学と物理は密接な関係にあると思った。
 - 物理の授業でよく数学の内容が出てきたのが興味深かったので、コラボはとても面白かった。

- 数学の知識と解説で、物理現象がぐっとわかりやすくなって良かった。
- 数学あつての物理、物理あつての数学というほど相性がよいので、とても楽しかったです。
- 物理と数学は関連が深いことを実感した。
- 新鮮な考え方で面白かった。
- 本来、各それぞれの教科には関連性があるものなので、こういったものがあると、理解が深まると思った。
- 数学の考え方と物理の考え方、2つの考え方で問題を解いていくのがおもしろかった。
- \sin , \cos の計算を使えて、とてもおもしろかった。
- どちらも苦手な科目だったけれど、関心が持てる分野で楽しくできた。
- 物理で仮説が合っているかを実験し、数学でそれを実証していく過程がとても面白かったです。
- 物理は数学っぽいところもあると思っていたので、一緒にできてよかったです。より考えが深まったり、新しい視点をもてたりできました。
- 数学で学んだことや、論理に基づいてたてた予想が実現すると、数学で学んだことは本当なんだと実感し、感動した。
- 物理的要素を数学的観点で見たり、その逆をするとちがった見え方や別の考え方があることがわかりました！！
- 物理の実験を数学的に考えることで、新たな発見ができるということに驚いた。
- ベクトルを用いて物理を考えられるのが面白かった。

*** 他の科目で、コラボがあると面白そう、という例を書いて下さい。**

- 音楽と物理 (複数) • 国語系×芸術科目×歴史系 • 世界史×英語
- 物理と化学 • 古文漢文と歴史 • 生物 化学
- 体育と物理 • 家庭科と体育 • 生物と数学
- 音楽 (声楽や器楽) を扱ったらおもしろいと思います。まだ楽器が鳴るしくみは解明されてないそうなので、それにも迫りたい。
- 社会科が好きなので、社会科目と合わせてほしい。
- 古文と日本史、物理と世界史 (複数) : 物理学者たちの研究の歴史を勉強してみたいです。

(3) 反射光と偏光の実験について

- 普段当たり前前に思っていることを、実際に検証していくことが、とても興味深かったです。
- 測定がむずかしかった。
- 私が作図の仕方を説明したとき、 A' でなく B' をとっていたのだが、物理学的には豆電球が反射しているから A' をとった方が良いと村井先生に教えていただき、数学と物理の考え方が面白いと思った。

- ・「ブルースター角」という名前を初めて知ったが、光源の高さで入射角が分かるということがすごいと思った。」
- ・ブルースター角の測定値が出たのが印象に残った。
- ・「消える」という現象が起こらなかったのも、値がとれなかった。
- ・上手く光が見えなかった。データがあまり良くなかったのも方法がまちがっていたのかもしれない。
- ・物理で行った実験をあのような形で作図することは今までになかったのも面白かった。
- ・数学と物理で、作図方法に差があるのはおもしろいと思った。
- ・小学校のときから反射の作図が苦手なので、なかなかすぐには特徴をつかめませんでした。解説を聞いて分かりました。
- ・光が消える位置を探すのが大変でした。作図してみるとわかりやすかったです。
- ・実験結果と、計算上求められる値に 1° しか差がなく、ほぼ正確に実験できたので良かったと思う。
- ・水面の実験は値が全て一定に近くておどろいた。
- ・水面の光を見てみたけど、小さくなるというのはなかなか分かりにくかった。
- ・実験のやり方がよく分からなかったけれど、なんとかできてよかったです。
- ・ブルースター角は少しわかりづらく、見つけるのが難しかった。作図はあまり難しくなかったが、反射の角を書く方法を忘れかけていて、反射後の光のイメージを頼った。
- ・光が消えるところを探すのが楽しかった！その位置を測定するのは難しかったですけど・・・ (><)
- ・水の屈折率について知れた。
- ・完全に真っ暗にするのが難しかった。
- ・簡単な作図でやりやすかった。
- ・実験の結果が計算で出た値とかなり違っていてショックでした。
- ・作図は何となくできました。実験はけっこう楽しかったです。
- ・楽しかった。(複数)

(4) リサーチの実験について

- ・オシロスコープを使った実験は普段あまり使わない機器だったので、とても面白かったです。
- ・おもしろかった。息を合わせるのが大変そうだった。
- ・オシロスコープで点が動いているのが面白かった！！
- ・装置の仕組みがよく分からなかった。
- ・見て面白かった(複数)。予想した動きが当たるのが楽しかった。
- ・2人で合わせるのを苦労しているかんじがした。
- ・はじめ見たときは驚いたが、計算してみると同じ結果になって納得した。

- ・ 視覚的に光の動きが分かったので理解しやすかった。
- ・ おもしろかった。もっと別のパターンでもみてみたいと思った。
- ・ どんな図形になるのか、どのパターンもとてもわくわくしました。 x や y の値の移動のし方は、グラフの形ととても関わってくるのだと実感しました。
- ・ 実際に見る前に頭の中で点の動きを考えるのが難しかったです。
- ・ 「円の動きを逆にするにはどうしたらよいか」などの質問に対してもう少し深く考える時間が欲しかったが、実験自体、とてもおもしろかった。
- ・ 円にある丸を追うだけで、 \sin のグラフなどになることが面白いと思った。
- ・ 先生たちがおもしろかったです。私もやってみたかったです。
- ・ 式を導き出すのが少し難しかった。見たことのある式になり、実際その形が描かれたときは感動した。
- ・ きれいな波形ができて驚いた。特に、Q 10 ~ Q 12 が面白かった。
- ・ 出来上がる図 (?) を想像するのが難しかった。
- ・ ちゃんと円の形になっていておどろいた。
- ・ 友達と予想した図形がスクリーンに映し出されたときはとても感動しました。
- ・ 難しかった！脳みそがこんがらがりそうでした。90° ずれるのが本当に分からなかった。すごかったけど。

(5) その他, 何でも

- ・ 身の回りで当たり前なことを, 実験で確かめていく実験をやってみたいです!!
- ・ 緊張が伝わってきておもしろかったです。
- ・ コラボ授業, とてもおもしろかったです! また今度, 数学と物理のコラボ授業を受けてみたいです。
- ・ 計算のところでも, 少し行き詰まった頃に解き方を示唆してもらえたので, 止まることなくとけて, わかりやすかった。
- ・ 少しむずかしかったです。
- ・ ありがとうございます!!
- ・ 先生のコンビもよかった。
- ・ 2人のペアいいなと思いました。きんちょうしている十九浦先生が可愛かったです♡
- ・ 楽しかったです (^o^)/ 等 (複数)
- ・ 先生方お疲れ様でした。(人が多かった...) お世辞抜きにとっても楽しい授業でした。

参考文献

『ヘクト光学Ⅰ』『ヘクト光学Ⅱ』 Eugene Hecht 著 尾崎義治・朝倉利光 訳 丸善
『OPTICS』 4th Edition Eugene Hecht 著 Pearson Education

スナップ写真



図 22 P. 83 テキスト実験 1



図 23 偏光軸を記入 (P.83 テキスト 実験2)



図 24 生徒実験の様子



図 25 電球を偏光板を通して観察する生徒

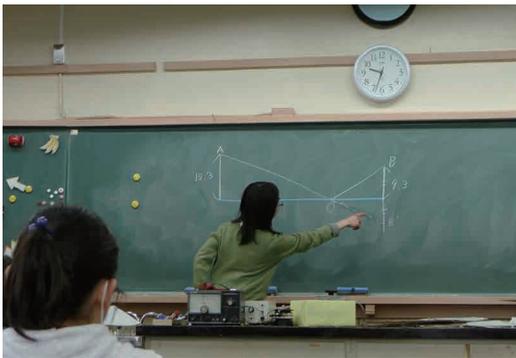


図 26 作図 (P. 66 図 8) の方法を説明

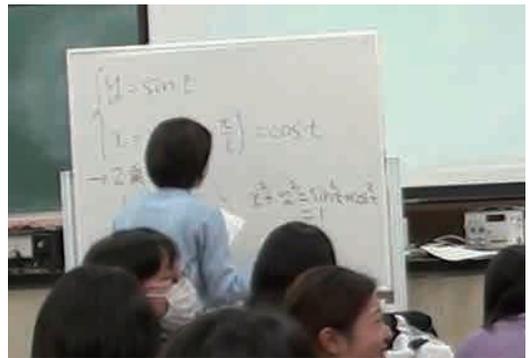


図 27 P. 70 図 19 の結果を数学的に予想

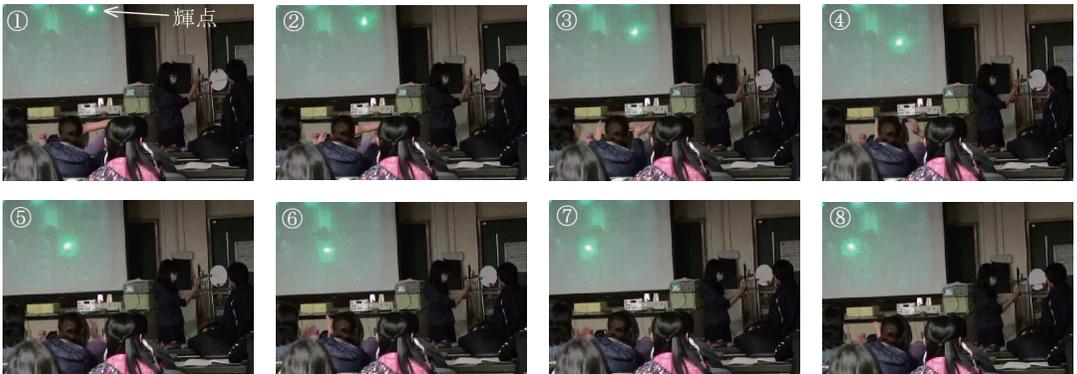


図 28 P. 70 図 19 (位相差 90°) に挑む生徒達と輝点の動き

現象の中の数学：偏光 村井 十九彌

はじめに：反射光が消える！

大の写真からの反射光を偏光板を通して観察する。偏光板を回転させると、ある角度(回転角)で反射光がかなりカットされる(偏光板で吸収される)。反射光は、蛍光灯などの光源から直接届く光とは明らかに違った性質をもつ。反射光は、後に述べる「偏光」と呼ばれる性質をもっているのである。

1. 偏光と 偏光板のはたらき

(1) 2枚の偏光板

【実験1】 右図のように、2枚の偏光板を平行にして持ち、一方は固定したままもう一方を回転させながら覗き込む。(結果)実験・観察の結果を簡単に書き留めておこう。

2枚の偏光板の配座の関係により、透過する光の強さが変化するのが観察できただろう。この理由を次に考えていこう。

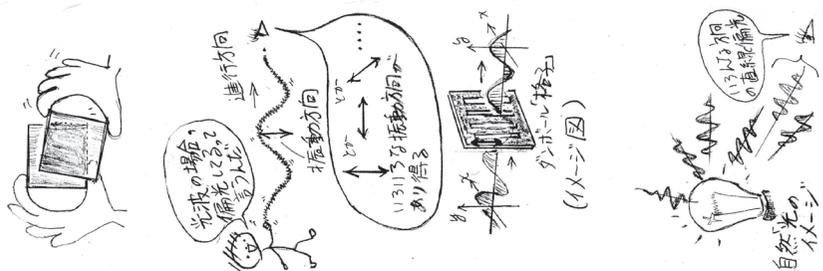
(2) 偏光、自然光、偏光板のはたらき

光は電磁波の一種(波長が $0.4 \mu\text{m} \sim 0.7 \mu\text{m}$ 程度)なので、光の振る舞いは電磁波についての知識を使えば理解できるようになるが、ここでは「ばねロープ」を使ったアナロジー(類推)で考えていこう。実験1の結果の大筋は、ばねロープに生じる波を使って説明できる。まず、ばねロープに生じる波は、進行方向に対して垂直な方向の振動が伝わっていく。このタイプの波では、いろいろなる方向の振動があり得る。光波もこのタイプの波に分類され、光波の振動方向に関しては「その方向に偏光している」という表現が多く用いられる(詳しくは直線偏光)。そもそも偏光に関する様々な現象が、光波がこのタイプの波であることの証拠と言ってもよいのである。

ばねロープの波の場合、ダンボールの「格子」の隙間に沿った方向に振動する波は「素直」に通過するが、隙間に対して垂直な方向の振動する波はほぼ安全にはね返されてしまう。「ななめ」方向の振動もある程度は通すが、出て行くのは隙間に平行な振動だ。隙間から出てくる波はどんな場合でも、「格子」の隙間と同じ方向に振動する波だと言える。

偏光板も光波における格子と考えるとよい。ただし、偏光板の場合、通過(透過)できない光波は、はね返されるのではなくほとんども吸収される。偏光板から出てくる光波の振動方向(直線偏光の方向)を、その偏光板の偏光軸という。偏光板から出てきた光波はその偏光板の偏光軸の方向に偏光しているのである。

実は、たった1本のロープの波では、光波を演じるもうらうに、かなり無理がある。普通の光の「実態」を紹介しておく必要があるだろう。普通の光、つまり太陽、電球、蛍光灯等の光源から直接届く光波は、「アボガドロ数(6×10^{23})」に膨大な数の原子(電子)1つ1つがランダムに放出した膨大な数の「細切れの光波」の群れなのである(放出時間は1億分の1秒程度より短いだろう)。



8. テキスト

群れの中の個々の光波はある方向に直線偏光していると見なし、よすが、全体として、あらゆる方向の直線偏光が混ざった「雑多な光」なのだ。このような状態(混合状態)の光が普通の光であり、自然光と呼ばれる。

自然光が偏光板に入射しても、その偏光板の偏光軸の方向に直線偏光が偏光だけが出てくるのである。

*1 このような形で伝わる波を横波という。気体や液体中を伝わる音波は進行方向に沿った方向に振動が生じているから縦波である。ただし、この授業では、誤解をまねく恐れがあるのでこれらを用意しないことにする。

*2 偏光板の直線的で便利なイメージとしては「ダンボールの格子と同じ」で構わないが、本質を言うなら偏光板の基本的機能は「溝に沿った振動を通す」ではなくむしろ「ある方向の振動を吸収する」なのである。

(3) 反射光と偏光

例えば水面からの反射の場合、入射光が自然光であっても、反射光は水面に平行な方向に直線偏光した光波を割合として多く含む光波である。この性質を使って偏光板の偏光軸を見出すことができる。

【実験2】 偏光軸↓を記入しておく

右図1のように、1m程度離れた机の面からの反射光を偏光板(1枚)を通して見る。偏光板を回転させると反射光の明るさが変化(相の面に垂直)方向である。これを利用して各偏光板の偏光軸を右図2のようにマーカーで記入(↓)をしよう。

(4) “謎の黒壁”をつくる

【実験3】 四枚の偏光板の組み合わせ 各机に配られている右図のような“箱”の窓に4枚の偏光板を輪ゴムで取り付け、内部に不思議な黒い壁を出現させよう。さあ、どんな向きに付けたらよいのだろうか? / / “謎の黒壁”が現れた? Yes, No

2. 偏光の状態を数学的に表現する

(1) “蒸ったx振動”問題

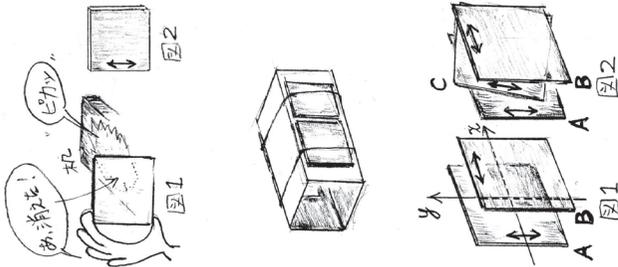
【実験4】 三枚の偏光板

①右図1のように、偏光板Aの偏光軸をy軸に平行にし、Bの偏光軸をx軸に平行にする。 ②図2のように、偏光板A、Bの間に1枚の偏光板Cを入れた。Cを回していくと、偏光板Bから光が出てくることがある。? ちよよと考えると……これは不思議な現象。何が不思議?

(2) 偏光の振る舞い(性質)

実験4で取り組んだ“蒸ったx振動”の問題は、偏光の振る舞いの特徴を知るためのヒントになっている。偏光がもつ、一見単純だが奥深い性質を探っていく。

偏光板A、Cの偏光軸の方向が一致していても、偏光板Cか



らは光が出てくる——少し弱く(暗く)はなるが、それはそれで「別にいいじゃない」と思うかも知れない。でも、こう考えてみたらどうだろう：「偏光板Aから出た光はy軸方向に偏光している。しかもし、それが偏光板Cに入り、そこから出てくる光は“ななめ”方向に偏光している(少し暗くなって)。偏光板は基本的には光の一部を吸収する機能しかない。だったら、y軸方向の偏光の状態には“ななめ”方向の偏光状態という要素がはじめから含まれていた」

(3) 偏光の性質をベクトルで表す

Q1
上で述べたような偏光の振る舞い(性質)を、うまく表現できそうな数学的な道具(方法・概念)はないだろうか？あるネ！(サイトルに書いてあるし(笑)。数Bで選択してない人には、ゴメン。でも、力とか速度や加速度を“矢印→”で表したあれと同じと考えて下さい)
それは、...

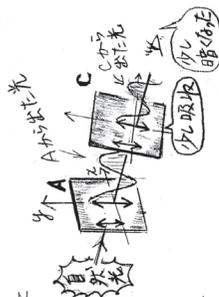
Q2
偏光板A、Cから出てくる光の偏光の状態をそれぞれベクトル \vec{a} (その大きさを a)、 \vec{c} (同じく c) で表そう。偏光板AとCの偏光軸(の)の成す角を θ として、 c を a 、 θ を用いて表せ。ただし、偏光板は「理想的」とする。
(解答)

とところで「理想的」って具体的に何？

Q3
Q2のように、偏光の状態をベクトルで表すことのメリットは何だろうか。また「ちよつと心配」あるいは“疑問”な点はないだろうか？
(メリット)
(心配、疑問)

Q3での「心配、疑問」はあつて当然なのである。結果的には、光波の振動(偏光)をベクトルで表現するのは正しいといつて良いのだが、それでもベクトルでの表現が偏光のすべてを表しているわけではない。はねロープの振動となると、ベクトルで表すのはかなり雑な方法になると思われる。

(4) “蘇ったx振動”問題の解決
Q3で考えたように、現象を数学的に表現するメリットの一つは、数量的(定量的)な扱いができるようになることだろう。さらにこの事が「え、ホントにベクトルでいいの？」という疑問に対する回答(スタンス)に結びつく：「実験・測定の結果と定量的にも一致するからOKでしょう！」と。詳しい測定はここでは無理だが、“蘇つたx振動”問題の解決を“回答”の一つとして受け取ることしよう。



Q4
実験4の“蘇ったx振動”問題で、なぜ偏光板Aで消したはずの“x振動”が現れてきたのか？各偏光板は「理想的」として次の各問に答えよ。

[1] 偏光板A、C、Bから出てきた光の偏光状態をそれぞれベクトル \vec{a} (その大きさを a)、 \vec{c} (同じく c)、 \vec{b} (同じく b) とする。偏光板A、Cの偏光軸の成す角を θ して、 b を a 、 θ を用いて表せ。

[2] 偏光板Bから出てくる光が最も明るくなるのは θ が何度のときか。

[3] 実際に実験してみてください！

[2] が確かめられた？ Yes, No

[4] (一般化) 偏光板A、Bの偏光軸が成す角を θ_0 とする ($0 \leq \theta_0 \leq 90^\circ$)。偏光板CをAとBの間に入れ、その偏光軸をAに対して θ 傾ける ($0 \leq \theta \leq \theta_0$)。この設定における b を θ_0 および θ を用いて表せ。

[5] [4]において、 b を最大にする θ を、 θ_0 を用いて表せ。

偏光(振動状態)がベクトルで表現できるといふことは「光波の振動状態が、それと連つた2つの振動状態の和(重ね合わせ)で表せる」という意味をもつことも確認しておこう。

おまけのQ5

偏光板Aに自然光が入射した場合、Aから出てくる光の強さ(エネルギー)は、はじめの半分になっている。その理由を大まかにでも説明できないかなあ？！

おまけのQ6

ベクトルを用いると確かに“蘇つたx振動”問題が明かに説明できる。...でも、偏光板Cが“x振動”をつくっているって感じで変じやないだろうか？偏光板って光を減らすけれど、つくりはしないんですよ！...

3. 反射と偏光

(1) 水面からの反射光と偏光
実験2 (p.2)で、机の面などからの反射光がある程度は偏光していることが分かった。また、その偏光の方向は、反射する面(机の面や水面)に平行であることも述べ、その事実を用いて各自の偏光板に偏光軸の印「↑」を描き込んだのだ。

いままでは「ある程度偏光している」と断ったのは、実際に観察してみると分かるが、反射光でも入射角(反射角)が0°では全く偏光してないし、0°でない場合でも、反射光が偏光板によって完全に消えるわけではないからである。一種類の直線偏光ではないのだ。ただし唯一、入射角(反射角)がある特定の角度の場合に限り、反射光は完全に偏光しているに平行に振動する直線偏光しか含まれない種類の偏光(反射する面の平面に振動する直線偏光)しか含まれていないのである。その角度はブルースター角と呼ばれる。

【実験3】 水面での反射と偏光
別紙「【実験3】：水面での反射と偏光」に示した実験と作図により、水面での反射におけるブルースター角を求め。

(2) 実験「水面での反射と偏光」の考察

ブルースター角を α_B 、反射を生じた物質の屈折率を n とすると

$$\tan \alpha_B = n$$

が成り立ち、発見者にちなんでブルースターの法則(1812)という。この法則の最も興味深い点は、入射角ないし反射角である α_B が、屈折率の値合いを示す量である屈折率 n と結びついているところだろう。 α_B を測定するだけで、屈折率 n が求められるのだ！
屈折率は

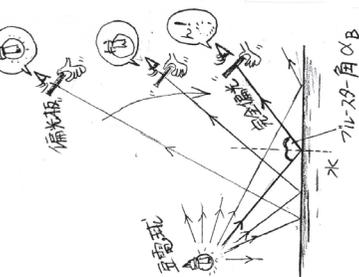
$$\text{屈折率 } n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (\alpha : \text{入射角}, \beta : \text{屈折角})$$

で定義され、例えば空気から水に光が入射する場合、どんな入射角 α に対しても n は 1.3 (一定値)なのであった(スネルの法則)。ブルースターの法則は、反射光が完全偏光になるとき、入射角、反射角と屈折角がある特別の関係にあると書っていることになる。繰り返すが、入射光・反射光という水面より上の出来事が、屈折光という「水面下の動き」と結び付いているのだ！

【Q7】

「1」反射光が完全偏光になる条件を α_B 、 β で表せ。ただし、 β は入射角・反射角が α_B のときの屈折角である。

「2」反射光が完全偏光になる状況において、反射光と屈折光それぞれの向かう方向はどのような関係にあるか。



「3」入射光が自然光なら、屈折光も(ほぼ)自然光である。図のように、反射光が向かう方向から点O付近を見たとき、光と電子の相互作用によって偏折光によって揺り動かされている電子が見えてくるとしよう。電子の遠近方向の動きは見えないとした場合、電子の振動方向はどう見えるだろうか。(図では、偏光の方向は代表として直交する2方向とし、別の光線として描いている)

Q7の「3」は「なぜ完全偏光になるか?」の答えにはなっていないが、近づいてはいる。完全な答えを得るためには、光と電子の相互作用についてある程度の知識が必要だが、それを知ると「大変なこと」が分かる……結論を言ってしまうと「反射光とは、入射光の一部がボールのように反射したものであるが、屈折光によって振動させられた電子が放出する光で構成されているのだ」

4. 二つの振動の重ね合わせ：そして円偏光

(1) オシロスコープと「リサーチ装置」
オシロスコープは基本的に電圧計であり、電圧の変動を画面にグラフ化してくれる。入力された電圧に比例してスポット(輝点)の縦方向の位置(座標)が変化し、「通常モード」の状態では、スポットの横方向の位置(座標)は機器内部で自動的に発生する信号によって、等速で右向きに動くようになっている。

「リサーチ装置(=これは造語!)」は手の動きを電圧の変動に換える道具であり、これをオシロスコープに接続することにより、手の動きが画面上にグラフ(スポットの軌跡)となって現れる。

【Q8】

手を「円運動装置」の●印(右図)に合わせて振動させると、オシロスコープにはどんな形のグラフが描かれるか? 概略も描け。

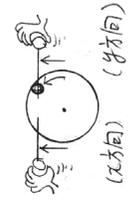
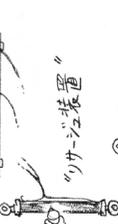
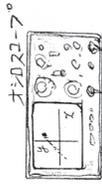
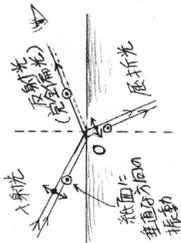
円運動装置は等速円運動をしていて、Q8での手の動きは単振動と呼ばれている。オシロスコープには期待した「波形」が描かれたのだろうか?!

(2) x軸方向とy軸方向の振動を合成する

オシロスコープを「x-yモード」と呼ばれる状態に切り替えると、スポットのx座標も外部からの入力電圧によって制御されるようになる(電圧に比例)。つまり、2つのリサーチ装置をそれぞれx座標用、y座標用になるように接続すれば、スポットの位置P(x, y)は自由自在に変えられるようになる。(x, y)座標の原点は画面の中央である。

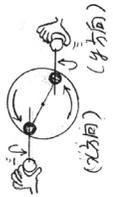
【Q9】

2つのリサーチ装置を使い、2人が円運動装置の同じ●印に合わせて手を動かす(同位相という)とき、スポットはどんな軌跡を描くか。



[Q 10]

Q 9と同様に今度は、2人が180°離れた別々の●印に合わせて手を動かす(逆位相という)と、スポットはどんな軌跡を描くか。



[Q 11]

Q 9と同様に今度は、2人が90°離れた別々の●印に合わせて手を動かす(位相差90°という)と、スポットはどんな軌跡を描くか。



[Q 12]

スポットをQ 11とは逆の動きに動かすには、どのようにしたらよいか。



[Q 13]

[1]Q 9と関連している偏光の話題を「Qの番号」で答え、どのような結びつきかを述べよ。

[2]Q 11、Q 12は偏光のどんな状態と関係があるか。

[番外編]

理由は結構難しいが、一度は見ないと一生のソソ!

- (1)1枚の偏光板を通していろいろ観察してみよ。そこから、直線偏光だらけ。
液晶テレビ、電卓やケータイ・スマホの画面(種類によっては偏光していないが)、青空 等々
(2)2枚の偏光板の偏光軸を直角にしておいて、その間にいろいろなモノを挿入(光を通すモノ)
例えば・・・セロテープを折りたたんだもの、歪ませたビニール、葉っぱ

(3)1枚の偏光板をいくつかに切り分けて・・・アートになるかも

☆映画館の3D映像は、円偏光を利用しているものが多い。どんなふうに使っているのかな?学校でもやれるかも、やってみる?