

# 理数1日体験授業実施報告 数学①コース

## － 初級ゲーム理論 2016 －

数学 三 橋 一 行

### 1. はじめに

このテーマで理数1日体験授業を行うのは3回目である。前回、前々回の反省を生かし、内容を精選することにより詰め込み過ぎになるのを避け、ポイントを絞って理解を深めることに力を入れた。

この授業のポイントは次のようなものである。

- ・学習者の興味・関心を引出し学習に対する意欲をもたせること。
  - ・身近な出来事の中に潜む数理的な仕組みを数学的に見ていく。数学の抽象的な面だけではなく、現実的な問題の分析にも応用できることを実感させる。
  - ・ゲーム理論という学問の初歩に触れることで、数理科学的な教養を高める。
  - ・理論で終わらずにそれが、どの程度の現実味を持っているのかを検証する。
- なお、この授業の対象生徒は中学1年～3年生である。

### 2. 授業について

- ① ゲーム理論概要
- ② 確率の積の法則、期待値
- ③ 2つの箱のうちどちらかにボールを隠すゲーム
- ④ ③のゼロ和2人ゲーム、混合戦略による解法
- ⑤ ④解決の構造とグラフの考察から簡便な解法の発見
- ⑥じゃんけんゲームの解決にチャレンジ
- ⑦ ⑥の検証

以上のような流れで授業を進めていった。初回と比べるとかなり内容が精選されてコンパクトになっている。また、前回では、コンパクト化をしたが最後の⑦番が出来なかった。

今回は、さらにその部分に入れるようさらに内容を精選し、実証の方法も検討し、プリントやカードなど、準備も十分行っていた。しかし、またしても時間が足りず実証に十分な時間がとれず、中途半端に終わることを避け、別な話題で授業をつなげて、終了した。

短時間でゲーム理論を説明することがなかなか難しいのと、期待値の説明や、直線の方程式をもとめてグラフ作成するなど、作業を取り入れて、活動的かつ実感的に学習をしてもらおうと考えていることが仇になったようである。

①～⑥に関してはこれまでの報告書で詳細を述べているので、今回は⑦で予定され

ていたことを詳しく述べる。

<じゃんけん問題>

A、Bの2人がジャンケンをする場合を考える。

お互いにジャンケンにグーで勝つと+3点、パーで勝つと+6点、チョキで勝つと+6点とし、あいこは0点とすると、利得表は

		B		
		グ	チ	パ
A	グ	0	3	-6
	チ	-3	0	6
	パ	6	-6	0

上の表のようになる。このゲームの混合戦略を求めよ。

という問題に対して、相手Bがどれもランダムに、すなわち等確率に手を出してくる場合、こちらAはどのような確率で、手を決めていくかということであるが、ゲーム理論で方程式を解いて解をもとめると、グー 40%、チョキ 40%、パー 20%の割合で出していくのが良いということになる。チョキとパーの数を増やせば、勝てるような気がするが、その直感は裏切られて、このような比率になるのである。確かに理論的には、納得せざるを得ない部分もおおくあるが、やはりすんなりとは受け入れがたいものがある。そこで、実際にカード<図1>を切り離して利用し、得点を<図2>の用紙に記録して、50回×2セットでデータを取ってみることにしたのである。これを、4人ほどで一つの班を作ってもらい、作業に取りかかって結果を合わせると多数回実験したのと同じになる。

グ	チ	パ		
グ	チ	パ		
グ	チ	パ		
ぐ	ち	ぱ	ぐ	ち
ぐ	ち	ぱ	ぐ	ち
ぐ	ち	ぱ	ぐ	ち

図1

1回戦	50回やる				
A	6点ち・ぱ	3点ぐ	0点あいこ	回数計	得点
混合戦略				〃	※
B	6点チ・パ	3点グ	0点あいこ	回数計	得点
等確率				〃	※
2回戦	50回やる				
A	6点ち・ぱ	3点ぐ	0点あいこ	回数計	得点
混合戦略				〃	※
B	6点チ・パ	3点グ	0点あいこ	回数計	得点
等確率				〃	※

図2

この実験ではカードの方に工夫があり、一方が(グ、チ、パ) = (40%、40%、20%)の確率で出るように枚数が調整されている。何の仕掛けもなくこの比率で、出すのは難しいので、出す方はどちらもシャッフルしてどのカードも均等にできるように心がけるだけでよいようにしている。また、毎回シャッフルするか、それとも一回シャッフルしてあとは、順番にだしていくなど、実験の方法によっても差が出るかもしれない。それ自体を検証してみるという面白さもあると思われる。また、いかに準備していたとしても、確率によっておこる現象を作業に入れる場合、どのような結果が出るかは、その時次第である。

かなり冒険的な授業になってしまうが、確率を検証する場面で、シミュレーションを用いて解決をこころみた場合、教師が準備の段階でよい結果を出していたとしても、授業本番で、理論を覆すまではいかなくても、理論に則らない結果が出てしまった時のフォローを考えておかねばならないだろう。結局は、大数の法則で、数をこなせば理論値に近づくのであるが、その近づくスピードはその時の偶然性に大きく依存している。大きく結果をずらさないためにも、各班で、できるだけ多数回の試行をこころみるべきである。それらを足し合わせて、さらに多数回の試行したことを疑似的(この現状では、現象が独立かどうかは定かではないので)に多数回施行した状態を作ってみるのが最善であろう。

### 3. まとめと今後の課題

授業後のアンケートからすると数学の応用に多くの生徒が興味を持ってくれたようである。年々感じることであるが、中学生の数学の基礎技能あるいは、それ以前の技能にスピード感がなくなっている傾向があるような気がする。連立方程式が解けないわけではないし、1次関数のグラフがかけないわけでもない。しかし、教科書にあるものとは違って、数値が教科書では、あまりみられない値であったりすると躊躇してしまうのか、手が止まってしまう生徒を少なからず見かける。グラフもあまりかきながれていないのか、時間がかかってしまう。教科書やワークブックのような描きやすいグラフ用紙や数字であれば、できるのであろうが、そうでない現実的数値と向き合うとき、ここにまず一つの壁があるように感じた。学習における訓練的側面が弱くなっているのではないかと思う。どんな場合でも同じようにできるということをこの授業をきっかけにして学んでもらえたらうれしい限りである。

授業内容の紹介で説明していたのであるが、ゲーム理論の「ゲーム」をいわゆる家庭用ゲーム機などで行われる「ゲーム」だと思っていたらしく、いつ自分の好きなキャラクターが登場するのか楽しみにしていたが出てこなかったという感想を話しに来てくれた生徒がいた。さぞかし残念であったことだろうと思う。私も残念であった。

しかし、それよりも残念であったのは、今回もこの実験のところまで授業が進められなかったことである。かなり授業内容を精選し、減量化を試みているのであるが、どうしても実証のところまでにはいかず時間切れとなってしまった。やはり、内容的に

前半の説明と作業が重いのである。

そこで今後の課題として考えているのは、作業から入ってみるという方法である。時間に余裕をもたせて、どの割合で出すと負けが少なくなるのかをシミュレーションで探してみるという課題から導入してみるのである。理論が難しくてすぐには式と計算で解答を求めることが出来なくても、シミュレーションを通して解決を試み、近似解を得るといふ探究心にあふれた行為は、今後の数理科学の力として重要なものであると考えられる。そのうえで、理論を学ぶ。その方が中学生や高校生にとっては入門的で、わかりやすい内容となるかも知れない。

数学の問題（たとえば、方程式などの文章問題）の条件を一つ二つ削ることで不確定要素が増えることがある。そのような問題状況をまえにして、中学生はどうアプローチするのであろうか？「解けない」といってあきらめてしまうだろうか？そういった時にこそ、統計的な解決、シミュレーション的な解決ができるのではないだろうか？そして、条件が削られた数学の問題こそ現実的である。機会があれば、今のべたような授業も行ってみたいと考えている。そして、そこからコンピュータなどの利用の道も広がってゆくものであると考えている。今後も今回の実践を改善し様々なアプローチを試みたいと思っている。