

# 数学①コース：2を100回かけて1を引いた数は素数なのですか？

沖山 義光

例年は区分求積法の基本概念を中学生にもわかるように、曲線で囲まれた図形の面積、錐体の体積を平方数の和の公式から導くことを行ってきた。今年はそれを久しぶりに内容を変えた。今年度で大学の情報センターのMathematicaを使用することはできなくなることもあり、これまで教養基礎数学で試みた実績をもとに新たな構想でやってみることにしたのである。それは、メルセンヌ数  $2^p - 1$  が素数のとき  $2^{(p-1)} \times (2^p - 1)$  は完全数になるということをネタにしました。小川洋子著「博士の愛した数式」が映画化されたり、話題に上っている事と相俟ってこのような発想ができた訳です。丁度お茶の水女子大学理学部数学科が試写会を企画したことも私の中ではつながりがある。授業は、次頁のようにPowerpointを用いてすすめた。情報センターのUNIX MachineにネットからLoginしてMathematicaを立ち上げるという体験も貴重なことであった。  $p = 2, 3, 4, 5, \dots$  を代入してメルセンヌ数をコンピュータで計算させて、ひとつひとつ素数かどうか確かめる作業をしていく。そのうちに今何をやっているのかがわかって来た生徒はひとり立ちして先へ先へと進み、あとからついてくる生徒も最後には8名全員理解できたようであった。最も早い生徒は、 $p = 61$ の素数を発見していました。こちらで用意した計画ではDivisors [ ] とPrimeQ [ ] の命令と置換機能だけでできるもので、それを作業と位置づけた。Mathematicaの機能を使えばプログラムをかいてもっと大きな完全数を見つけることもできようが、ここではごく簡単な命令だけでこつこつ作業することで理解を深めることにしたわけである。このことは生徒にとって結構楽しかったようで目の輝きが違って来た。極端に大きな数の素因数分解をさせて、コンピュータが止まってしまう生徒もいた。これはこれでいい体験になっている。Mathematicaを活用すれば、教養基礎数学とともに理数体験授業でも十分成果が得られる見通しができたと思う。

**テーマ設定の理由** 完全数という魅力的な数について知り、それを自分で発見したり、確かめたりするという体験は今の数学教育のなかでは大切であることは認識されても実際に実践されていることは少ない。さらにそれをコンピュータを用いて計算させるといった体験も貴重ではあるが少ないであろう。コンピュータを使える条件と、時間的な余裕（90分）のあるこの理数体験授業で試みることは意義のあることと考えた。

**授業の流れ** ネットワークを駆使して、LoginしMathematicaを立ち上げ、基本的な命令語を動かしてみる。その中でDivisorsとPrimeQの命令と置換機能だけで  $p = 2, 3, 4, 5, \dots$  に対するメルセンヌ素数を見つけ、完全数を作ることとその確かめを繰り返す。

**授業のねらい** 整数に関する知識は単純で面白い。これをどのように教材化するか。その試みを実践し教材開発とする。

## Mathematicaを使って完全数 を見つけよう。

お茶の水女子大学附属高校  
数学科 沖山義光

7/10/2006

1

## はじめに

- 自己紹介しましょう。
- 出身中学、学年、氏名、何か一言

7/10/2006

2

## テーマ

- 6の約数は、1, 2, 3, 6です。それ自身を除いて、その数の約数をすべて足すとその数自身になる数を完全数といいます。1+2+3=6ですから、6は完全数です。その次の完全数はいくつでしょう。今日のテーマは、完全数をできるだけ多く見つけることにします。

7/10/2006

3

## Mathematicaの立ち上げ

- 大学の情報センターにあるUnix Machineを使う。
- みんなで一緒にやっていきます。
- ユーザー名、パスワードの入力

7/10/2006

4

## 別紙プリントによるプログラム命令の実習

- 数値計算
- 文字計算
- 関数の例
- グラフィックス
- アニメーション
- その他

7/10/2006

5

## 数値計算2

- 整数 $m$ と $n$ の最大公約数GCD[m,n]
- 整数 $m$ と $n$ の最小公倍数LCM[m,n]
- 整数 $n$ の素因数分解 FactorInteger[n]
- 整数 $n$ の約数のリストDivisors[n]
- 第 $K$ 番目の素数 Prime[k]
- 整数 $n$ が素数かどうかの判定をする PrimeQ[n]

7/10/2006

6

## 数値計算3

- 円周率 N[Pi]
- 円周率 N[Pi,20]
- 自然対数 N[E]

7/10/2006

7

## 完全数を捜そう

- $2^p-1$ をメルセンヌ数という。
  - メルセンヌ数が素数のとき、 $2^p(p-1) \times (2^p-1)$ は完全数になる。
  - $p=2,3,4,\dots$ について完全数になるものを見つけてみよう。
- はじめは、手計算で確認してください。

7/10/2006

8

## 最後に

- Mathematicaできること。
- 立体画像、アニメーションなどのデモンストレーション
- 見つけた完全数をおみやげとします。
- 記念の集合写真をとります。

7/10/2006

9