

# 数学C：2次曲線の最大・最小問題を解く

沖山 義光

## 本授業のテーマ

本校では、数学Cは3年生の選択科目の1つで、主に理系進学者が受講している。昨年度は受講希望者が50名を越え、1クラスでは教室等の確保に困難を来したため、今年度は、2コースを設定して現在2コース合わせて42名の受講生徒数である。公開研究会の授業は基本的に普段の授業を見ていただくことをコンセプトにしている。2次曲線の復習と数学IIIの微積分の関連する、最大・最小問題を如何に解決していくか。大きな問題を2題取り上げて普段の授業では詳しく指導できないで過ごしていることを丁寧にかつ各個人が納得のいく指導を試みた。パソコンによる動きのあるグラフィックスを利用して理解の助けとした。また、アシスタント教員との連携指導についても試みた。

## 授業の流れ

**問題1** 放物線  $y^2=8x$  上の点Pと円  $(x+3)^2+(y-9)^2=18$  上の点Qとを結ぶ線分の長さが最小になるように点Pと点Qの座標を求めよ。

1. 問題1をパソコンによるプロジェクターで提示。ヒント、考え方を見つける。
2. 計算による解決。放物線の媒介変数表示、微分などの演習をして解決。 $P(2,4)$ ,  $Q(0,6)$
3. この問題の別の解法をプロジェクターを使って説明する。この方法は各自でやってみることと各自の課題とする。

**問題2** 放物線  $y^2=8x$  上の点Pに対して点Pから準線  $l$  への垂線をひき、その足をHとする。また、焦点をFとする。直線PF, HFの放物線  $y^2=8x$  によって切り取られる線分の長さをそれぞれ  $h_1$ ,  $h_2$  とする。点Pが第1象限を動くとき  $h_1+h_2$  の最小値を求めよ。

1. 焦点Fの座標、準線  $l$  の方程式を求め図を書いてみる。パソコンによる表示。
2. 問題1と同様に媒介変数表示で  $h_1$ ,  $h_2$  を求めてみる。ここでこの方法では式の変形に限界があり解けないと判断し他の方法を考えさせる。
3. パソコンによる図を動かしヒントを与える。三角形PFHが2等辺三角形ということから角を使うこと、そのために極座標を使うことに気づかせる。

4. 極座標による放物線  $y^2=8x$  の極方程式を求める。  $r=\frac{4}{1-\cos\theta}$
5.  $l_1, l_2$  を点Pの偏角  $\theta$  を用いて表す。  $l_1=\frac{8}{1-\cos^2\theta}, l_2=\frac{16}{1+\cos\theta}$
6.  $\cos\theta=t(-1<t<1)$  とおき  $t$  の分数関数  $f(t)=\frac{2t-3}{t^2-1}$  を作り、微分によって最小となる  $t=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$  を求める。  $l_1+l_2$  の最小値は  $6+2\sqrt{5}$
7. パソコンに表示して終了。

## 指導上の留意点

- 生徒23名の学力の幅は大きいのでできるだけできない生徒に合わせて授業はすすめ、丁寧でわかりやすい個人に行き届いた指導を目指す。なお、生徒の一部は同時に実施された「生物I B」の授業に参加した。
- アシスタントの先生には、パソコンの操作、生徒の個人的な計算などの指導を受け持ってもらおう。

## 使用機器

- PCノート、プロジェクター、関数グラフソフト「GRAPES」友田勝久作

## 研究協議会

参加者は、京都教育大学附属高校 斎藤正治、大阪教育大附属高校天王寺校舎 藤田幸久、埼玉県立浦和第一女子高校 山本佳子、暁星高校 田森裕彰 野田一成、共立女子高校 島田純子、都立忠生高校 叶多泰子、山形県立長井高校 吉田直史など約15名でした。

- 授業の反省………このような授業をやってみたい、参考になったなどおおむね好評であった。
- 本校での数学科としての活動………数学Bの習熟度別クラス編成、特設講座、大学への受講参加、サイエンスパートナーシッププログラムSPP計画、理数体験授業の紹介を行った。
- 参加者の各学校での取り組みや情報交換………各学校の生徒の様子などを含め数学の授業をどうするかなど、有意義で実のある情報交換となった。