

実践ノート「数学的コミュニケーション能力の育成の試み」

—— 家庭との協力の試み ——

数学科 加々美 勝 久

目 次

I はじめに.....	34
II 数学的コミュニケーション.....	34
III 実践例.....	35
IV 実践を行って.....	41
〈コミュニケーション余談〉.....	42

要 旨

中学校における数学の学習は、単に数学的な知識の習得だけではなく、日常のコミュニケーション活動に必要な能力を育成する面も持っている。特に、数学的コミュニケーション能力は数学の学習を通して育成できると考える。そのために、数学の授業での学習指導と同時に、生徒自身が学習した内容を、中学校生活からは大きく隔たりがある他者に伝える努力をすることで、わかりやすさを考え、表現方法などを工夫することで、コミュニケーション能力を育成できると考え実践をした。特に今回は家庭での協力を得ながら行った。

その結果、生徒および協力者からは一定の成果を上げることができた。今後は、コミュニケーション能力とプレゼンテーション力を育成できるような数学の学習指導をさらに実践研究していく必要があると考える。

I はじめに

我々は日常生活においては、人と人との出会いの中で、自分の意志を伝えたり、相手を理解したり、説得したりといった相互伝達すなわちコミュニケーション活動が不可欠である。またコンピュータをはじめとするメディアを利用して、コミュニケーション活動やプレゼンテーションを行うことは避けて通れない。

これらを考えると、初等・中等教育において数学を学習することにより、数学に関する知識を理解し使えるようになる事だけではなく、学習した事柄を日常の活動の中で生かす必要がある。特に、日常のコミュニケーション活動においても、学習したことを生かせることは当然である。そのために必要な能力は、学校教育の中でどのようにすれば育成することができるか実践を試みた。

あわせて、数学を学習することは、「数の文化」の実践への参加¹⁾ができるだけの力を、身に付けることでもあるから、その力も発揮できる場面も必要である。

数学の学習をしていく基本は、「自分で考える」、「習ったことが使える」、「分かったことを伝える」こともつきたい力であると考えて指導している。これをまとめて、私は「3L(エル)数学」が大切であるといっている。最後の「伝える」ことは中学2年生以降の数学では特に要求されていると言ってよい。これは、いわゆる数学的コミュニケーションを意識する大事な場面と考えている。

II 数学的コミュニケーション

数学的コミュニケーションといった場合にいくつかの考え方があがる。

まず、数学的な事項そのものを、相手に伝え理解してもらう力を付ける場合に行われるコミュニケーション活動がある。たとえば、論証における証明の記述などがそれにあたる。これは、完全に約束された数学的論理によって進められる。

次に数学を学習する際の授業における話し合い活動を成立させるために必要とされる力を付ける。金本²⁾は、次の4つの視点から数学的コミュニケーション能力が育成されると考えている。①算数・数学の多様な表現・標記が使える。②考えの伝達や討議などの交流ができる。③数学的表現の良さが理解できる。④話し合いや議論の大切さへの適切な態度が形成されている。すなわち、これらが適切に育成されていくことにより、数学的コミュニケーション能力も育成されるとしている。

さらに、日常の生活の中で、数学的方法を使ってコミュニケーション活動を行う力を付ける場合である。すなわち、必要に応じて、数での表現を用いたり、図やグラフなどを用いて論理的なコミュニケーションを行うことができる力である。

目指すところは後者であるが、ここでは能力の育成ということで、数学的な内容を他人に伝えることにより数学的コミュニケーションを育成する試みをすることにした。具体的には、今までに学習してきた内容から適当なものを選び自分なりに工夫し、家族などの協力を得て、説明される「実験台」をお願いし、生徒がコミュニケーションの実践をすることにした。基本的にはどの学年でも実施したいと思っているが、数学的な内容的を複数身につけ、時間的にも多少余裕がある2年生の時期に実施している。方法としては、ともすると受け身になりがちな数学の授業ではあるが、その中で数学的であると思われる事柄の学習内容を、保護者や兄弟などの協力を得て、年齢や学習履歴といった背景が異なる人間を対象に説明することにした。ここでは、数学的な内容を伝え理解する事が目的ではなく、その手法を活用できると思えるような経験をする機会を体験できればよいとした。

そのためには、生徒自身は「自分の言葉で伝えようとする。」「正確に伝える。」「相手にわかりやすいような表現をする。」「図など相手の理解を助けるような補助的なものを利用する。」といった工夫が必要である。

また、生徒にとって身近な存在である家庭において機会を設けた意図は、数学的な内容を伝えると同時に、身近であるからわかってもらわなくてもすぐに説明を受けている者が反応をし、質疑応答をしようことが出来るまさにコミュニケーションの成立が可能であると考えたからである。

III 実践例

前述した、数学的な側面以外にも現在は、学校教育が孤立しないように地域や家庭との連携が求められている。これは多くの場合特別活動的な面が強調されがちであるが、広い意味では教科の学習にも当然関わってくることになる。そこで今回は、生徒の課題実践に家庭を巻き込むことを考えた。時期は冬休みの課題とし、家族との時間がとれることを想定した。協力者の対象は、数学特に中学校数学からできるだけ離れている方たちが望ましいとした。生徒には、今まで授業中に自分が学び、十分理解しているはずのもの（(4)以外）から自分なりに工夫し、理解してもらえよう伝えることを課した。

課題を検討する際に次のような点を考慮した。

- ① 数学的に基本的であること。
- ② コミュニケーションをとろうとする生徒は理解がきちんと出来ていること。
- ③ 多少意外性もあること。
- ④ 説明不足などが複数の方法があり工夫できること

どの課題もこのすべてを満たすとは限らないが、出来るだけこれらの要素をいれられるものを選んだ。

実際に生徒達が取り組むものとして、乗法公式（本校では2年のはじめに学習済み）の証明

から、乗法公式の応用から、多角形の内角の和の求め方から、数学に関する「頭の体操」的なものからそれぞれ選び課題として提示し、生徒はそれらから1つ選択し実践することにした。

〈配布したプリントから〉

数学冬休みの課題

2. 数学がコミュニケーションの道具であることの実践

今まで数学を学んできましたが、その内容のいくつかを他のひとに自分の言葉で伝えてみてください。

自分の理解したことを、人にわかるように伝え、伝えて人にわかってもらえるようにチャレンジしてほしいと思います。

伝えてほしい人は自分の親や祖父母、または弟や妹です。(この4月から高校生になる人以上で大学(院)生までの人は対象にしないでください。)

内容は次のようなものを基本とします。自分で数字や文字を工夫してかまいません(特に、(1)と(2)は自分で考える。)

数学冬の課題

みんなに伝えてみよう

次の中から少なくとも1つ選んで、説明してみてください。

(1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

となることの証明をつたえる。(または他の乗法公式でも可)

(2) $89 \times 91 = 8099$ $53 \times 47 = 2491$

などとなることを暗算でやって見せて、なぜそうできるのかを説明する。

(2桁の数同士でやってみる)

(3) n角形の内角の和が $180^\circ \times (n-2)$ 、外角の和は 360° であることを説明してみる。

(4) すべての数は0であるという証明(下のようにやった)を読んで、その証明がまちがいであることをつたえる。

[証明] aを勝手な数とします。(つまりどんな数でもよいということ。これが0なら結局すべての数が0ということになる。)

aと等しい数bを考える。すなわち $a=b$

この両辺にaをかけると

$$a^2 = ab$$

両方から b^2 を引くと $a^2 - b^2 = ab - b^2$

乗法公式から $(a+b)(a-b) = b(a-b)$

両辺を $(a-b)$ で割って $a+b=b$

したがって $a=0$

冬休みの課題

氏名 _____

☆説明した課題

☆説明した方法（実際に説明に使った式や，証明に使った式など）

実際に説明の時に使った資料は裏につけてください。

☆説明するときに工夫したこと

☆説明してみたの感想

☆説明を受けた人からの感想など

さんの説明を聞いて。

説明を受けた人 _____ サイン（説明者との関係 _____）

課題(1)(2)の例

冬休みの課題

☆説明した課題

(2) $101 \times 99 = 9999$ $95 \times 105 = 9975$
 ほとんどなることを暗算で見せ、なぜ

そうなるかを説明する。
 ☆説明した方法 (実際に説明に使った式や、証明に使った式など)
 実際に説明の時に使った資料は裏につけてください。

① 暗算

② 「乗法公式」の説明

③ 実際、にやってみる。

☆説明するとき工夫したこと

- ① 簡単な問題を「=」して、自分自身で「=」し始めたこともあったこと。
- ☆説明をしてみた感想
 すぐ「分かったもらえたので、簡単に分かりやすく、説明がばつばつだ」と思う。よかつた。

☆説明を受けた人からの感想など
 さんの説明を聞いて。
 説明を受けた人 サイン (説明者との関係 お父さん)
 わかり易く説明できた。
 なんとなく分かりやすい計算でした。

冬休みの課題

☆説明した課題

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

☆説明した方法 (実際に説明に使った式や、証明に使った式など)
 実際に説明の時に使った資料は裏につけてください。

☆説明するとき工夫したこと

- ① 一回、糸内自身のことと確認して次に進んだこと。
- ② 説明の後、実際に証明に数を入れ、再確認してもらったこと。
 ☆説明をしてみた感想
 うは、簡単に感じていたことも大人に比べて数学からは「やれている人」としては理解に困難が感じられた。

☆説明を受けた人からの感想など
 さんの説明を聞いて。
 説明を受けた人 サイン (説明者との関係 母)
 とてもよい(種類も)に、やってみるといかに説明してくれ
 たいか(=、時には、今では、理解の仕方と、尋ね、
 説明してもらった)のりと、思いました。

課題(3)(4)の例

冬休みの課題

☆説明した課題

(4)

☆説明した方法 (実際に説明に使った式や、証明に使った式など)
実際に説明の時に使った資料は裏につけてください。

☆説明するとき工夫したこと

省略をしないで細かい所まで1つ1つ説明した。

☆説明をしてみた感想

人に説明しようとすると、頭の中を整理しないと説明できないので、自分も深く理解できる

☆説明を受けた人からの感想など

さんの説明を聞いて

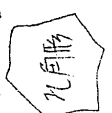
説明を受けた人 _____ サイン (説明者との関係 母)

冬休みの課題

☆説明した課題

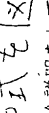
(3) n角形の内角の和が $180 \times (n-2)$
外角の和は 360°

☆説明した方法 (実際に説明に使った式や、証明に使った式など)
実際に説明の時に使った資料は裏につけてください。

内角  ① n角形の内角の和は、
そこから0の周りの外角を引く
② 当然外角が 9個である
③ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
④ 当然外角が 9個である
⑤ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑥ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑦ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑧ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑨ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑩ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑪ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑫ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑬ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑭ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑮ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑯ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑰ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑱ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑲ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
⑳ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉑ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉒ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉓ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉔ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉕ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉖ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉗ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉘ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉙ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉚ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉛ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉜ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉝ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉞ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㉟ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊱ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊲ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊳ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊴ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊵ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊶ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊷ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊸ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊹ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊺ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊻ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊼ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊽ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊾ 外角の和は $360 - 180 \times 2$
㊿ 外角の和は $360 - 180 \times 2$

☆説明するとき工夫したこと

図をかく

式を  形にあてはめて確かめる

☆説明をしてみた感想

途中どころどころになってしまった。

☆説明を受けた人からの感想など

さんの説明を聞いて

説明を受けた人 _____ サイン (説明者との関係 母)

途中説明に1つずつの時、つい助け舟をいれすぎて、自分の理解しているつもりでも、説明してみたら、やはり自信がなかった。図を添えてほしい。

(本人に2つも、おとちゃんに1つ書いてほしい)

このような課題を行うことで生徒がどのようなことを工夫し、行ってみてどのように感じたか、また説明を受けた人はどのように思ったかいくつかあげる。

☆A子 課題(1)~(4)

工夫したこと：相手にわかりやすく、簡単にはっきりという。相手がわかりにくいところを何度も説明する。

感想：相手に自分が伝えようとしていることがなかなか伝わらなくて（自分の説明の仕方にも問題が…）大変でした。相手にわかりやすく説明することは、とても大変だと言うことが改めてわかった。

母：相手の納得のいくまで説明するという根気のいることがこれから生きていく上で何らかの役に立てばいいと思います。

☆B子 課題(1)~(4)

工夫したこと：いろいろな例を出したり、図を書いたりしてわかりやすくした。

感想：自分がわかっているのに人に伝えるのは少し難しい。人に教えると、自分が少し不明だったところもよくわかるようになる。

父：数式の証明は順序良く式を展開しよく理解できた。図形の内角・外角の求め方も、図を使いながらうまく説明してくれた。偽の証明を見破り証明として立証し、論証の方法がしっかりしていた。

☆C子 課題(1)

工夫したこと：小学3年生の子でもわかるように面積を使って説明した。

感想：説明するのは難しい。でも、小さい子でも理解できる説明の仕方があるのだと思いました。

妹：中学生は難しいことをするんだなあと思いました。1回目の説明はよくわからなかったけど、2回目はマスを使って説明してもらったのでわかりやすかったです。

☆D男 課題(2)

工夫したこと：メモった紙を活用し、手出し指し出しメモに書き加えながら説明した。

感想：自分の頭で理解していても相手に伝えるのが難しかった。結構な工夫が必要だった。

母：すっかり忘れていた数学の問題をわかりやすく説明してくれたので、「なるほど」と30年前にした勉強がよみがえってきました。よい頭の体操になり、理解できたので、うれしかったです。楽しかった。

☆E子 課題(2)

工夫したこと：式をきちんと書く

感想：楽しく説明できた。でもやり方がけっこうどう伝えようか迷った。

母：わかりやすく説明できていました。ふだんの生活の中でいろいろな数字を意識してみると気づくことが多いでしょうね。

☆F男 課題(3)

工夫したこと：図を書いた。

感想：自分で考えていることを実際に言葉にして伝えるのが難しかった。

母：自分ではわかっているつもりでも，他人に説明をするのは難しいことのようにです。説明をし，私の質問にまた答というやりとりの中で自分の頭の中の思考経路がつながり明確になってきたようです。

これらの課題を実行するにあたって，ただ伝える工夫をするだけでなく，聞く方の疑問や質問を受けながらやった例が多く見られた。

「何度も聞き返しても丁寧に説明してくれたので分かりました」といったコメント。

これはまさにこちらが目指すコミュニケーションの取り方を自分で体験したことになる。

IV 実践を行って

生徒達にとって，授業中に同じ年齢や同じ学習条件で作られた仲間に説明する機会は自然に与えられている。しかし，年齢や学習内容においてまちまちである相手に，適切な説明をして理解してもらえようにするためには生徒自身かなり工夫が必要だった。また，プレゼンテーション能力も問われる事になる。

学校教育で行われる数学はともすると伝えられることのみを体験して終わってしまうこともある。そのまま学生時代の数学の「思い出」として持っている者も少なくない。

副次的な効果

この課題をこなすにあたって，副次的な効果とも言えるものがあつた。

まず，親自身が懐かしくて楽しんだ例。親が我が子の真剣な様子を見ることができた例。

弟，妹などが中学校で学習するような内容を知り「得した気分」になった例。

まとめにかえて

このような試みは子供達が有る事柄を相手に伝えるためには，どのような力が必要かを数学的な面から検討する機会になったようだ。

19世紀的な教育を受け20世紀で大きな成功を取めた方々は21世紀においての教育を多く語る立場にいるかもしれない。しかし真の意味で今後の教育を考える場合，過去の流れをふまえた御意見やお考えは拝聴すると同時に，新しい環境を取り入れながら組み立てていかなければならない。特に社会生活においても数学の占める割合は今までの範疇では考えられない状況が起ると考えられる。すでにその兆候は見えていると言える。たとえば情報通信技術（IT）に関わること使いこなすことはさけて通れない。さらに情報検索などの際に用いられる論理は必須

である。また、コンピュータネットワーク上でいろいろな設定を行う場合、インターフェースが完備され表面上は理解できていても細かい部分の運用時にはどうしても数学の力を借りるような場面もある。また、パソコンでさえもかつてのような専門家集団が面倒見る状況ではなく個人の責任において運用をするわけであるから、そのなかで様々な部分において数学の力を借りることになる。これらをふまえ現場で少しでも先が読める立場にいる者は数学の今後の動向についてしっかり認識し子供達に指針を与えていかなければならない。

「21世紀は数学の世紀だよ。これから数学をおろそかにすると自分で苦労するよ。今の自分の親たちはどうしているかな、君たちはそのときに困らないだけの力をつけておいてほしい」と心から思って授業で語っている。

〈参考文献〉

- 1) 佐伯胖：「新・教育とコンピュータ」, 岩波書店, 1997
- 2) 金本良通：「数学的コミュニケーション能力の育成」, 明治図書, 1998

〈コミュニケーション余談〉

筆者は、情報通信についての関心も高い。情報通信という語の元は Information and Comunication である。この「コミュニケーション」という用語については、きちんと概念をすりあわせておかないと、全く同じ用語を使いながらもかみ合わなくなる可能性がある。

情報工学が専門の安田寿明氏訳による「コミュニケーションの科学—マルチメディア社会の基礎理論」(共立出版, 1992) は、通信技術や情報化社会への視点を与えるという意味でまとめられたものである。したがって内容も「新通信技術」についてや、「コミュニケーションの新理論」といってもシャノンモデルについてかかれていたり、ニューメディアについてかかれたものである。原著は、E.M.ロジャーズ著「Communication Technology—The New Medeia in Society」(Macmillan, 1986)。

一方、日本で同時期に立川敬二氏監修の「コミュニケーションの構造 人間・社会・技術階層における分析」(NTT 出版, 1993) が出版されている。こちらは、高度情報社会への技術階層での視点を持ちながらも「人間階層のコミュニケーション」など、いわゆる対人や言語を含む人間同士のコミュニケーションについて、全体の半分を割いている。

したがって、本稿はこれら情報通信の分類での用法からすると、後者に近いものである。どちらも、情報化社会を視野に入れた文書であるが、このように、同じような専門分野において、同じ用語を用いながら、全く内容が異なる例である。

今日、専門用語を外国語とりわけ英語のまま使っていた方が便利であるために、そのままカタカナで使ってしまうがちであるが、よく使われる用語ほど気をつけなければいけないと感じた。