

## 一次元および二次元構造体の構成とその性質

## Formation of one- and two-dimensional structures and their properties

扇澤美千子

Michiko OUGIZAWA

(茨城キリスト教大学短期大学部教養学科)

## 1. はじめに

被服は、体表皮膚という人体と環境との間の自然界面を修飾して、新しい界面を形成する。このため被服は複雑な体表に沿うように3次元 ( $xyz$ ) 形状を構成しなければならない。さらに、被服は人体の動き ( $t$ ) という4次元要素 ( $xyzt$ ) を持つために、かえって1次元的な材料(繊維)から2次元的な布, 3次元的な服へと、手順を追って構成する必然性が生ずる。

本研究はこの過程について、一次元構造体ならびにこれらを組み合わせて構成する二次元構造体の幾何学的構造および力学的性質を取り上げ、材料力学的観点より検討した。

この研究成果を博士論文としてまとめ平成15年3月に学位を取得したのでその内容を紹介する。

## 2. 一次元構造体の階層構造形成

擬一次元構造体の一般構造は、一階層下の擬一次元構造体を撚り合せた多重螺旋構造であり、これをもとにして、さらに階層の高い擬一次元構造体やさらに次元の高い擬二次元構造体が形成される<sup>1)</sup>。この撚りによる多重螺旋構造形成は、擬一次元構造体にとって本質的に重要であり<sup>2)</sup>、各階層の独立性・階層性の維持のために不可欠である。

繊維や糸の力学的研究には、Leaf<sup>3)</sup>によって行われた螺旋構造を形成しているフィラメントの曲げ挙動の解析、Zurekら<sup>4)</sup>による混紡糸のねじり剛さについての研究がある。糸の撓れに関する力学的研究では、BennettとPostleの一連の研究<sup>5-7)</sup>がある。

本研究では一次元構造体からさらに上の階層構造を持つ一次元構造体を構成する際の構造特性を解明することを目的とし、繊維集合体の階層構造に関わる撚りと螺旋構造との相互関係や最も安定な螺旋構造について、各構造体の曲率や撓率を用いてその内部エネルギーより検討した。

## 2.1 フィラメントの回転数と撓り実験

実験には階層の低い擬一次元構造体としてモノフィラメント(ポリプロピレン線:半径の異なる6種類)を用いた。装置は試料の各端を竹のロッド(長さ12 cm, 直径2.5 mm, 重さ628 mg)に結び、その結び目は接着用エポキシ樹脂で固定した(Fig. 2.1.1(a))。

実験はロッドの片端を固定している状態で試料を真っすぐにして、もう一方の端を竹のロッドによってその軸の周りで回転させる。回転数 $n_0$ は1から40回に変化させる。ここで試料(filament)を半分に折り返すとこれが自発的に互いに巻いて $l_0/2$ の長さの二重螺旋構造をもつ一階層上の擬一次元構造体が形成される(Fig. 2.1.1(b))。そこでこの二重螺旋構造の糸(yarn)の回転数 $n_1$ を計測する。

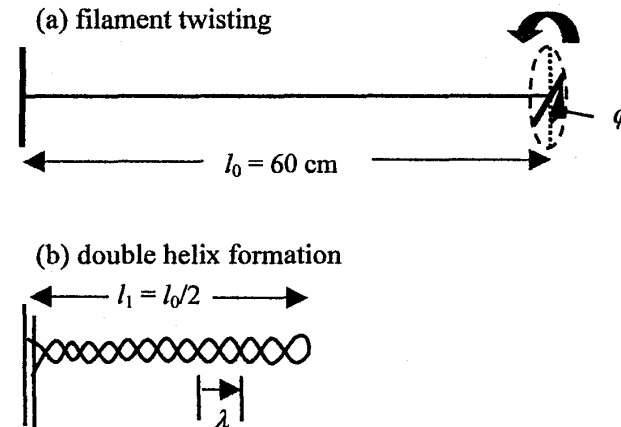


Fig. 2.1.1 Double helix formation from twisted filament.

$\phi$ : rotation angle of filament,

$\lambda$ : wave length of helix

## 2.2 filamentの撓れと yarnの撚り

二重螺旋構造を形成している糸(yarn)の回転数 $n_1$ と試料(filament)の回転数 $n_0$ の関係をFig. 2.2.1に示した。

ここで回転数 $n$ は右回転のねじれを正の数、左回転のねじれを負の数と定義する。つまりFig. 2.2.1の負の傾きを持つ直線は、filamentの回転 $n_0$ が二重螺旋構造のyarnに逆向きで半分の撚り $n_1$ を引き起こすことを示している。

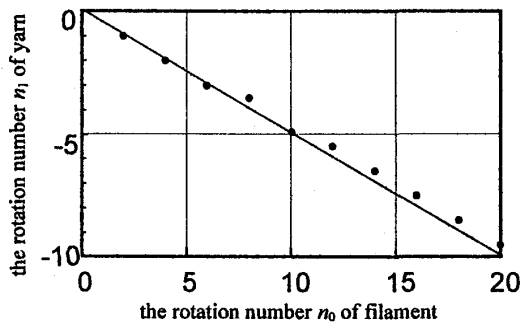


Fig.2.2.1 Relation between the rotation number  $n_0$  of filament and the rotation number  $n_1$  of double helix yarn ( $a = 143\mu\text{m}$ )

2. 3 波数の保存

次に filament の捩れと二重螺旋糸 yarn の撚りについて検討しよう. filament と yarn の捩れ  $k_0, k_1$  はそれぞれの回転数  $n_0, n_1$  から定義される. すなわち  $k_0 = 2\pi n_0 / l_0, k_1 = 2\pi n_1 / l_1$  である. この変換により, 長さによらない波数としての比較が可能になる.

3種の試料 ( $a = 83, 93, 143 \mu\text{m}$ ) に関して波数  $k_0$  と  $k_1$  の関係を示したのが Fig. 2.3.1 である. 半径にかかわらず -1 の傾きで良い線型性が認められた. 原点を通り, 負の傾きを持つ直線は, filament に加えた回転が, yarn にその半数で逆の回転を引き起こすことを示している. これはフィラメントと二重螺旋糸の波数  $k_0, k_1$  の合計が 0 であることを意味する. つまり

$$k_0 + k_1 = 0 \tag{2.3.1}$$

であり, 波数の保存が成り立つことを意味する.

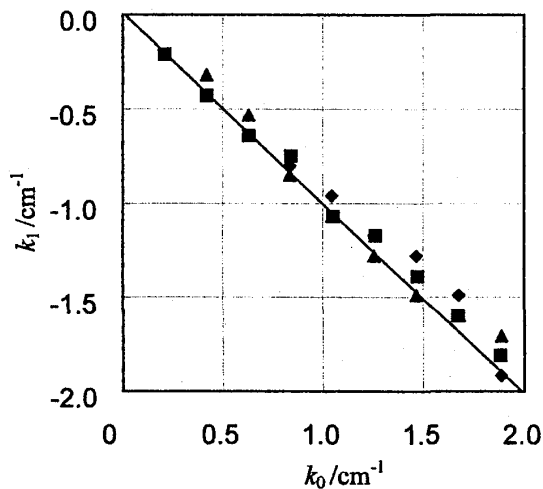


Fig. 2.3.1 The relation between the twists  $k_0$  and  $k_1$  respectively for a twisted filament ( $a = \blacklozenge: 83, \blacksquare: 93, \blacktriangle: 143 \mu\text{m}$ ) and its double helix

2. 4 波数保存則からのずれ

これまでの実験によってフィラメントと二重螺旋構造体の波数  $k_0, k_1$  に関する波数保存則 ( $k_0 + k_1 = 0$ ) が確認された. ここでは, この法則の成立条件を検討し, さらに, 波数保存則からのずれについて実験および解析をおこなった.

2. 4. 1 波数保存則の成立条件

螺旋を形成する前段階の波数  $k_0$  で捩ったフィラメントの捩率  $\tau_0$  は  $k_0$  に等しいので

$$\tau_0 = k_0 \tag{2.4.1}$$

となる. つまり, 螺旋を形成する前のフィラメントは捩れてはいるが曲げられてはいないので曲率  $\kappa_0$  は 0 である.

すなわち螺旋構造を形成するために捩ったフィラメントの曲率  $\kappa$  と捩率  $\tau$  はそれぞれ螺旋の曲率  $\kappa_h$  と捩ったフィラメント曲率  $\kappa_0$ , 螺旋の捩率  $\tau_h$  とフィラメントの捩率  $\tau_0$  の合計として表すことができる.

$$\begin{aligned} \kappa &= \kappa_h + \kappa_0 = \kappa_h \\ \tau &= \tau_h + \tau_0 = \tau_h + k_0 \end{aligned} \tag{2.4.2}$$

我々の実験ではフィラメントの長さ  $l_0$  が 60 cm, 半径  $a$  は  $235 \mu\text{m}$  より小さく, 回転数  $n_0$  は 40 未満である. したがって, 無次元パラメータ  $t_0 \equiv k_0 a$  が 1 より十分小さいと仮定すると

$$t_0 \equiv k_0 a = 2\pi n_0 / l_0 < 0.1 \tag{2.4.3}$$

が成り立つ. 螺旋の波数  $k$  の絶対値は Fig. 2.3.1 で示されるように,  $k_0$  とほとんど同じ値となるので, 次の無次元パラメータ  $t \equiv ka$  もまた以下の条件を満たす.

$$|t| = |ka| < 0.1 \tag{2.4.4}$$

螺旋を形成するために捩ったフィラメントに関する曲率  $\kappa$  と捩率  $\tau$  を  $t_0$  と  $t$  によって表そう.

ここで螺旋構造を形成するために捩ったフィラメントの曲率  $\kappa$  と捩率  $\tau$  を (2.4.1) 式, (2.4.2) 式の条件を使って近似すると  $t_0$  と  $t$  の 5 次以上の項は無視されて, その結果, 以下の方程式を得ることができる. つまり

$$\begin{aligned} \kappa &= \kappa_h = (1/a) t_1^4 \\ \tau &= \tau_0 + \tau_h = (1/a) (t_1 + t_0) \end{aligned} \tag{2.4.5}$$

である.

曲げと捩りの加わったフィラメントの単位長さ当たりのエネルギーは次のように得られる.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (1/2)EI\kappa^2 + (1/2)GJ\tau^2 \\ &= (\pi/8) a^4 E [\kappa^2 + (2/\gamma)\tau^2] \end{aligned} \tag{2.4.6}$$

ここで  $\gamma$  は  $E/G$  の比である.

$$\gamma = E/G \tag{2.4.7}$$

(2.4.6)式に示したフィラメントのエネルギー  $\varepsilon$  は上の式から得た  $t_0$  と  $t_1$  の係数を使って表わすと

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (\pi/8) a^4 E [\kappa^2 + (2/\gamma)t^2] \\ &\equiv \varepsilon_0 [t_1^4 + (2/\gamma)(t_1 + t_0)^2] \end{aligned} \tag{2.4.8}$$

となる。ここで  $\varepsilon_0$  は

$$\varepsilon_0 = (\pi/8) a^2 E \tag{2.4.9}$$

である。

無次元パラメーター  $t$  によるエネルギー  $\varepsilon$  の変化を Fig. 2.4.1 に示した。フィラメントの単位長さ当たりのエネルギー  $\varepsilon$  は  $t = t_1$  において  $\varepsilon_m = \varepsilon_0 t_0^4$  の最小値を持ち、

$$t_1 = -t_0 + \Delta t \tag{2.4.10}$$

である。すなわち

$$\Delta t = \gamma t_0^3 \tag{2.4.11}$$

が得られる。

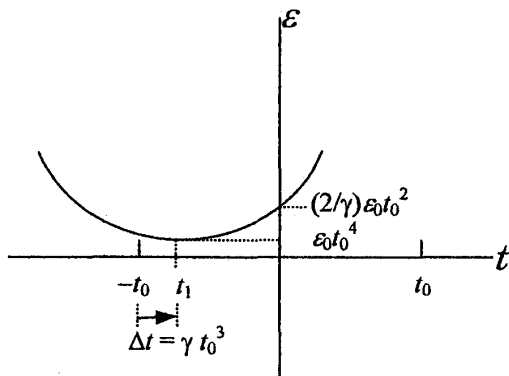


Fig. 2.4.1 The variation of the energy  $\varepsilon$  with the dimensionless parameter  $t$

$t_0 = k_0 a$  が十分 1 より小さいとき、(2.4.11) 式の  $\Delta t$  は (2.4.10) 式の  $t_0$  と比較して無視することができる。つまり、フィラメントの振れもしくは半径が小さい場合、この法則は有効である。したがって式は  $t_1 = -t_0$  となり

$$k_0 + k_1 = 0 \tag{2.4.12}$$

となる。この理論方程式は波数保存の法則を表す実験方程式 (2.3.1) と同じである。

このように糸を構成する材料の変形エネルギーを極小とする条件によって、実験データから結論した波数保存則を説明できることが明らかとなった。

### 2.4.2 波数差と E/G 比

フィラメントの振りが大きくより半径の太い試料 ( $a = 165, 203, 235 \mu\text{m}$ ) について同様の実験を行なった。Fig. 2.4.2 は半径がより太いフィラメント ( $235 \mu\text{m}$ ) の典型的な  $k_0 - k_1$  プロットである。細いフィラメントの結果とは

異なり、太いフィラメントに関するプロットは傾き -1 の直線から、特により大きい  $k_0$  の範囲で、ずれが生じている。これよりこのずれ (シフト) を理論的に解析する。

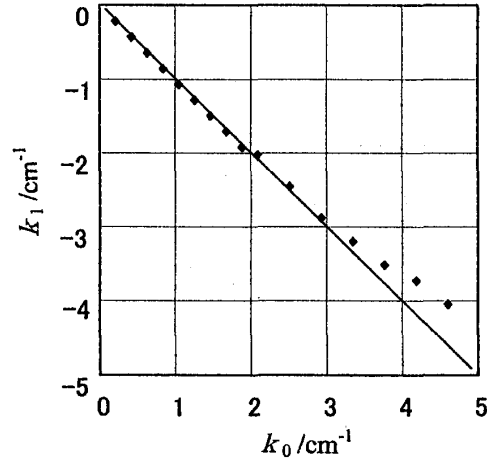


Fig. 2.4.2 The relation between the twists  $k_0$  and  $k_1$  for a filament ( $a = 235 \mu\text{m}$ ) and its double helix

波数保存 ( $k_0 - k_1$  プロットの直線) の法則からのずれ  $\Delta k = k_0 + k_1$  は Fig. 2.4.2 に示すように半径が大きく回転数が高い場合に生じた。つまり、ポリプロピレン線の太さが増し、かつその振りが大きい領域では、すなわち擬一次元性が成立しにくい条件 (3次元性を無視できない条件) では、この波数保存の法則は成り立たなくなることが明確になった。そこでこの法則からのずれ (シフト) の原因を解明する。

曲げと振りの加わったフィラメントの単位長さ当たりのエネルギーは  $\varepsilon = (\pi/8) a^4 E [\kappa^2 + (2/\gamma)t^2]$  であり、無次元パラメーター  $t \equiv ka$  によってフィラメントの単位長さ当たりのエネルギー  $\varepsilon$  を解析すると  $\Delta t = \gamma t_0^3$  つまり  $\Delta k = \gamma a^2 k_0^3$  によって説明できた。

そこで半径が 165, 203, 235  $\mu\text{m}$  の太い線に関して無次元パラメーター  $t \equiv ka$  を用い  $\Delta t - t_0^3$  のプロットを行った結果を Fig. 2.4.3 に示した。  $\Delta t - t_0^3$  のプロットはさまざまな半径のフィラメントを 1 本の直線として扱うことができるので非常に有効である。傾きは 10.0 で良い直線性を示した。つまり、これは (2.4.11) 式の  $E/G$  比が  $\gamma = 10.0$  であることを意味し、シフト値は擬一次元構造体の弾性率/剛性率比 ( $E/G$  比) にのみに依存することが分かった。

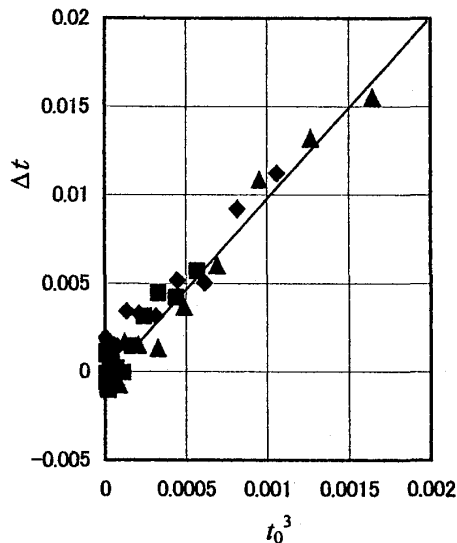


Fig. 2.4.3 The relation between  $t_0^3$  and  $\Delta t$   
( $a = \blacksquare:165, \blacklozenge:203, \blacktriangle:235 \mu\text{m}$ )

## 2.5 フィラメント繊維の弾性率と剛性率

ここではフィラメント繊維の基礎物性である弾性率と剛性率の測定を行い、ポリプロピレンフィラメントの曲率、振率、内部エネルギーを検討する際の基礎データとした。擬一次元構造体の弾性率/剛性率比 ( $E/G$  比) を求め、波数シフト実験値との関係を検討した。

実験は引っ張り試験機 (東洋精機製, Stograph E-L) によってポリプロピレン線の応力-ひずみ曲線の測定を行い弾性率  $E$  を求めた。フィラメントの弾性率は  $E=2.0 \text{ GPa}$  であった。また、振れ振り子の理論に基づき、垂直にたらしめた試料 (半径  $a=203 \mu\text{m}$ , 長さ  $l=60 \text{ cm}$ ) の端に竹ひご (長さ  $12 \text{ cm}$ , 質量  $0.628 \text{ g}$ ) をつるして振り子周期測定し、これによって剛性率 (横弾性係数)  $G$  を計算した。ねじれ振動の角振動数  $\omega$  は  $\omega=(GJ/I_{rod} l_{rod})^{1/2}$  である。従って弾性率は  $G=197 \text{ MPa}$  となった。これらの値から実験値の  $E/G$  比は  $\gamma=10.2$  が得られ、 $\Delta t - t_0^3$  プロットの傾きから求めた理論値  $10.0$  と良く一致し、本研究の理論の正当性を示唆している。

以上のように、擬一次元構造体における階層間波数保存の法則  $k_0+k_1=0$  が得られた。しかし、フィラメントの振れまたは半径が大きい場合に保存則からのずれ  $\Delta k$  を観測した。この法則からのずれ (シフト) を理論的に求めたところ、シフト値は擬一次元構造体の弾性率/剛性率比 ( $E/G$  比) にのみ依存することがわかった。波数を変換したパラメータ  $t=ka$  による  $\Delta t$

$-t_0^3$  のプロットはその傾斜から  $E/G$  の比  $\gamma$  を簡単に求める事ができる非常に有効な方法である。

## 3 布中の糸の構造

この章では擬一次元構造体を織りなして一次元上の擬二次元構造体を構成する際の基本原理を考察した。まず織物構造と布平面格子構造の特性に関して、織物組織の表現法について記述した。次に織物を二次元二元結晶格子による構造の分類を試みた。さらに布中の糸の周期構造を布平面内の周期配列構造と布平面内上下の周期振動構造に分けてその幾何学的解析を行った。

### 3.1 織物構造と平面格子構造

一次元構造体から二次元構造体を造るには、経 (縦糸) と緯 (横糸) を配置 (出来れば直交) するが、その交点は二次元格子を形成する。さらに各交点においては経 (縦糸) が上になる場合と下になる場合とがあり、これにより2元の平面格子を構成する。織物構造は組織図により表現される<sup>8)</sup>が、本研究では平面格子構造を用いて、交錯の規則性の分類を試みた。

織物組織の経と緯との交叉は、

$$l = n_1 a + n_2 b \quad (3.1.1)$$

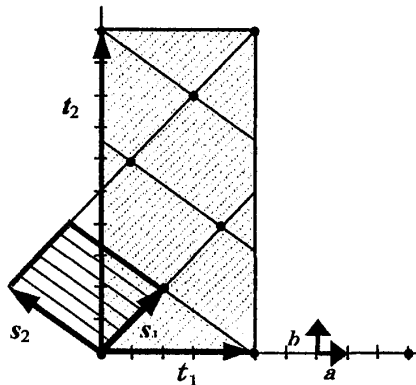
で表わされる平面格子  $l$  を構成する<sup>9)</sup>。ここに、 $a, b$  はそれぞれ横方向及び縦方向の単位格子ベクトルである。各交叉点  $l$  は、経に対して緯が上側にある場合と、下側にある場合との二種類があり、前者を  $z(l)=1$ , 後者を  $z(l)=-1$  と表わして区別する。さらに、これを平面に図示する場合は  $z=1$  の点を白で、 $z=-1$  の点を黒で表わす。すなわち、織物組織は、白点と黒点とで表される平面格子構造を形成する。

この平面格子構造は、布を裏返すと白黒が逆転する。この元の図と逆転図とは等価<sup>10)</sup>であるから、黒点密度が小さい方の面をもってこれを表わすことにする。すると、この織物による平面格子は白黒の対が全格子点を埋めているという像から、大部分の空点の中に黒の格子点が点在しているという像に簡単化される。以下この像をもって織物組織を考察する。

ここで、 $a$  と  $b$  は糸間隔を表わす基本ベクトルであり、これが張る面積を単位面積とする (Fig. 3.1.1)。原点にある黒点から、最短の距離にある黒点のひとつまでのベクトルを、主斜紋ベクトル  $s_1$  とし、原点から次に短い距離に

ある黒点までのベクトルを副斜紋ベクトル  $s_2$  とする。2つの斜紋ベクトルの張る平行四辺形が単位胞である。

ベクトル  $t_1$  は横糸がプラス1となる周期で、これを横周期ベクトルという。同じく、 $t_2$  は縦糸がプラス1となる周期で、これを縦周期ベクトルという。横周期ベクトルと縦周期ベクトルの張る長方形が織物の完全組織となる。完全組織の大きさは単位胞よりも必ず大きくなる。平面格子を用いた織物組織の表現によって、織物構造をより数学的に解析することが可能となり、これを指標として織物構造とその特性との関連性を解析することが出来る。例えば、単位胞面積と格子点分率は単位面積当たりの糸の交叉点の割合を求めるために必要であり、交叉点の間隔は布の力学的特性との関連を検討するために役立つ。



$a$ : 横単位ベクトル,  $b$ : 縦単位ベクトル  
 $s_1$ : 主斜文ベクトル,  $s_2$ : 副斜文ベクトル  
 $t_1$ : 横周期ベクトル,  $t_2$ : 縦周期ベクトル

Fig. 3.1.1 Vector expression of plane lattice

斜紋ベクトル  $s_1, s_2$  を、基本ベクトル  $a, b$  で表わせば、

$$\begin{aligned} s_1 &= a_1 a + b_1 b \\ s_2 &= a_2 a + b_2 b \end{aligned} \tag{3.1.2}$$

となり、横周期ベクトル  $t_1$  と縦周期ベクトル  $t_2$  はそれぞれ次の様に表わされ、単位胞の面積倍となる。したがって、完全組織は正方形になることが期待される。

$$\begin{aligned} t_1 &= b_2 s_1 - b_1 s_2 = S a \\ t_2 &= -a_2 s_1 + a_1 s_2 = S b \end{aligned} \quad S = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

完全組織面積  $= S^2$  (3.1.3)

ここでもし斜紋線上の黒点密度が最密でなかったら、すなわち、 $(a_i, b_i)$  が互いに素でなければその最大公約数を  $n_i$  として斜紋ベクトル

$s_1, s_2$  を次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} s_1 &= n_1(a_1 a + b_1 b) \\ s_2 &= n_2(a_2 a + b_2 b) \\ S &= n_1 n_2 S \end{aligned} \quad s = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \tag{3.1.4}$$

さきほどの例は、斜紋ベクトルが2で通分でき、このためスモール  $s$  が5、ラージ  $S$  が10となり、完全組織は正方形ではなく、長方形になった特殊な場合である。

織物構造の完全組織面積と平面格子の単位胞面積との間には

$$\frac{\text{完全組織面積}}{\text{単位胞面積}} = \frac{\text{単位方面積}}{\text{単位面積}}$$

の関係があった。

さらに、公約数と係数の関係から次の様な分類で完全組織が求められることを見いだした。

		$b_2/n_1$ と $b_1/n_2$	
		ともに整数	どちらか非整数
$a_2/n_1$ と $a_1/n_2$	ともに整数	$t_1 = s a$ $t_2 = s a$	$t_1 = S a$ $t_2 = s b$
	どちらか非整数	$t_1 = s a$ $t_2 = S b$	$t_1 = S a$ $t_2 = S a$

### 3.2 糸の太さと周期

布は一般に縦糸と横糸とで構成されるが、布を構成する糸には2つの幾何学的側面<sup>1)</sup>がある。ひとつは布の平面内の糸の周期配列構造である。もうひとつは布平面の上下に垂直に振動する周期振動構造である<sup>1 2)</sup>。後者は縦糸と横糸が交差し互いに相手を跨ぐ以上必ず生ずる振動である。またこの振動により布の厚さは糸の太さよりも厚くなる。

織物構造の幾何学的解析に関しては、Peirceの研究<sup>1 3)</sup>によってその基礎の多くが確立されているが、ここでは、布平面内の糸の周期配列構造に関して、簡潔な幾何学的モデルを考え、独自の係数を定義し、増厚率の変化を示す式やグラフを示した。さらに糸の周期振動構造に関しては、波長と振幅の概念の導入などを行った。布中の糸の面内および面に垂直方向の2つの周期構造と布の厚さとの関係、被覆率、糸波振幅、布厚と糸径、糸余長率について検討した。

### 3.3 糸波

#### 3.3.1 振幅

まず、布平面の上下に垂直に振動する周期振動構造、つまり、布の厚さ方向の構造を検討し

てみよう。以下、簡単のために平織の場合を考える (Fig. 3.3.1)。

これから考察する布と糸との相対関係は、相似なものを互いに区別しない<sup>1,4)</sup> ので、各種長さは布を構成する糸の太さを基準にしてその相対値を用いて議論すれば十分である。ただし、布の場合、縦糸と横糸があるので、それぞれの直径  $d_i$ ,  $d_j$  との和  $d \equiv d_i + d_j$ , または半径  $r_i$  と  $r_j$  との和  $r \equiv r_i + r_j$  をもって長さの基準としよう。以下、添字の  $i$  は縦糸を、 $j$  は横糸を表すことにする。

まず糸の太さを相対半径  $x_i$  で表わすと

$$x_i \equiv r_i / r = d_i / d \quad (3.3.1)$$

である。明らかに

$$x_i + x_j = 1 \quad (3.3.2)$$

である。

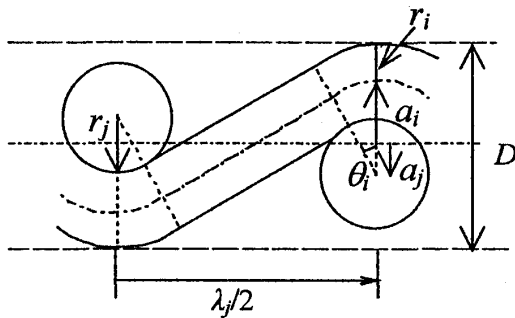


Fig. 3.3.1 Yarn geometry in a plain weave cloth

また、糸  $i$  が Fig. 3.3.1 の左右方向に走っており、糸  $j$  が紙面に垂直に走っているものとする。糸は縦糸、横糸それぞれに布平面の上と下を行き交っているが、その布平面から一番高い所と一番低い所との高さの差を布の厚さ  $D$  とし、その中央を走る面を布平面と名付けよう。

すると糸  $i$  はこの布平面の上下を波長  $\lambda_j$  で振動しつつ走っていることになる。その振幅を  $a_i$  としよう。そしてこの振幅も基準長さ  $r$  を用いて相対振幅  $y_i$  とすると

$$y_i \equiv a_i / r \quad (3.3.3)$$

であり、

$$y_i + y_j = 1 \quad (3.3.4)$$

であることがわかる。

### 3.3.2 増厚率

布の中の縦糸と横糸の相対振幅  $y_i$ ,  $y_j$  は、布を織る際の縦糸の張力が強ければ  $y_i$  は小さくなり (直線状になり)、弱ければ大きくなる (大きく曲がる) ことが予測される。そして、それぞれの場合の布の厚さは異なってくるであろう。

そこで今、糸  $i$  の相対振幅  $y_i$  が、0 から 1 へと大きくなる場合を考える。

まず、 $y_i = 0$  の場合を A とする。この場合、糸  $i$  は直線状であり、 $i$  の糸軸はすべて布面内にある。そしてその糸  $i$  の上下を糸  $j$  が波長  $\lambda_i$ 、相対振幅  $y_j = 1$  で走っている (Fig. 3.3.2(a))。したがって布厚  $D_A = d_i + 2d_j$  である。ここで増厚率  $\varepsilon$  を

$$\varepsilon \equiv (D - d) / d \quad (3.3.5)$$

で定義すれば、 $y_i = 0$  の場合は、

$$\varepsilon_A = (d_i + 2d_j - d) / d = d_j / d$$

つまり  $\varepsilon_A = x_j$  である。以後、布の厚みはこの増厚率  $\varepsilon$  で表わすことにする。

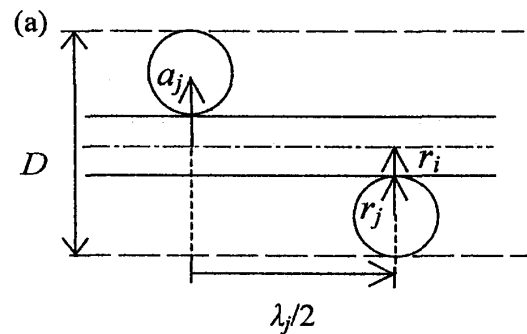


Fig. 3.3.2 One - dimensional structure perpendicular to cloth plain

(a) Case A: relative amplitude of yarn  $i$ :  $y_i = 0$

次に、布厚  $D$  と糸厚  $d$  とが等しくなった場合 (場合 C), すなわち  $\varepsilon_C = 0$  の場合を考える (Fig. 3.3.2(b)). このとき Fig. 3.3.2(b) より  $a_i = r_j$  が成り立つので

$$y_i = a_i / r = r_j / r = x_j \quad (3.3.6)$$

となる。

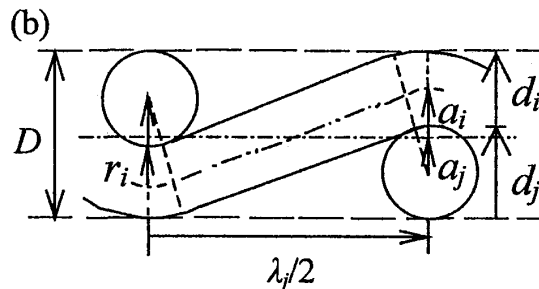


Fig.3.3.2 (b) Case C: the most suitable relative amplitude  $y_i = x_j$  equal to the relative thickness of the other yarn  $j$

さらに場合 E, すなわち  $y_i = 1$  の場合を考える (Fig. 3.3.2(c)). この場合は場合 A と逆で、糸  $j$  が直線をなし、糸  $i$  はその上下を波長  $\lambda_j$  (相対) 振幅  $y_i = 1$  で走っているの、増厚率  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon_B = (2d_i + d_j - d) / d = d_i / d = x_i \quad (3.3.7)$$

となる。

すなわち糸  $i$  の (相対) 振幅  $y_i$  が, 0 から 1 へと増加するにつれて (A→C→E), 増厚率  $\varepsilon$  は  $x_j$  から 0 に下がってまた  $x_i$  へと増加することがわかる。

そこで B の場合 ( $0 < y_i < x_j$ ) と D の場合 ( $x_j < y_i < 1$ ) とを調べてみると, B の場合は  $\varepsilon_B = x_j - y_i$ , D の場合は  $\varepsilon_D = y_i - x_j$  である。

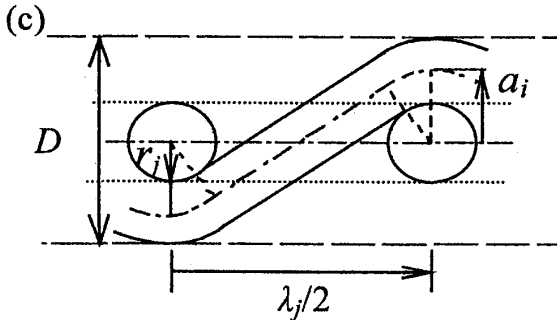


Fig. 3.3.2 (c) Case E:  $y_i = 1$

そこでこれらをまとめると増厚率  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon = |x_i - y_j| = |1 - (x_i + y_i)| \quad (3.3.8)$$

となる。これを Fig. 3.3.3 に示す。

これより布の厚さ  $D$  は糸の相対振幅  $y_i$  が相手の糸の相対太さ  $x_j$  に等しくなったとき, 最小値である糸厚  $d$  を取ることがわかる。

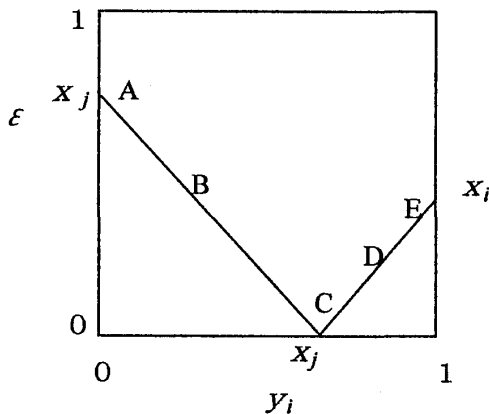


Fig. 3.3.3 The variation of  $\varepsilon$  with relative amplitude

### 3. 3. 3 余長率

いま糸  $i$  が波長  $\lambda_j$  振幅  $a_i$  で左右方向に走っている図 (Fig. 3.3.4) を考える。このとき, 糸  $i$  の波長  $\lambda_j$  に相当する糸軸の長さを  $s_i$  としよう。図は糸  $i$  の波長の半分の長さだけを示している。

このとき 糸  $i$  の余長率  $\gamma_i$  を

$$\gamma_i = (s_i - \lambda_j) / \lambda_j \quad (3.3.9)$$

と定義する。

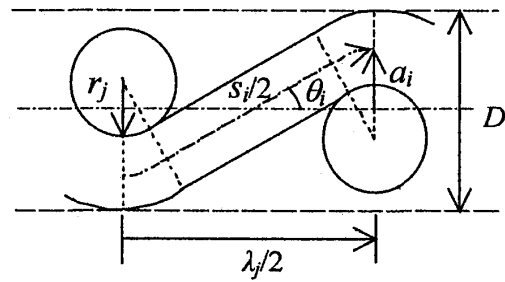


Fig. 3.3.4 Length of yarn in cloth

ここで

$$s_i = (\lambda_j / \cos \theta_i) - (\tan \theta_i - \theta_i) 2d \quad (3.3.10)$$

であるから

$$\gamma_i = (s_i - \lambda_j) / \lambda_j = \frac{1}{\cos \theta_i} - 1 - (\tan \theta_i - \theta_i) v_j \quad (3.3.11)$$

が得られる。ここで  $\theta_i$  は糸  $i$  の最大傾角である。

また, 糸  $i$  の糸軸の長さ  $s_i$  が正弦波であると仮定される場合,  $s_i$  は次のように表される。

$$s_i = \lambda_j \{1 + (2\pi a_i / \lambda_j)^2\}^{1/2} (2E(k) / \pi) \quad (3.3.12)$$

ここで  $E(k)$  は第二種楕円積分であり母数  $k$  は  $k = (2\pi a_i / \lambda_j) / \{1 + (2\pi a_i / \lambda_j)^2\}^{1/2}$ 。

糸  $i$  の糸軸の長さ  $s_i$  が三角形波であると仮定される場合は

$$s_i = a_j \{1 + (4a_i / \lambda_j)^2\}^{1/2} \quad (3.3.13)$$

さらに, Fig. 3.3.4 で示されるように糸  $i$  が最大傾角  $\theta_i$  で傾くならば

$$s_i = \lambda_j \{ (1 / \cos \theta_i) - (\tan \theta_i - \theta_i) v_j \} \quad (3.3.14)$$

その結果, 余長率  $\gamma_i$  は次のように近似することができる。

$$\gamma_i = \{1 + (6a_i / \lambda_j)^2\}^{1/2} - 1. \quad (3.3.15)$$

### 3. 4 被覆率

布は 2 次元状の物体であるが, 勿論厚みもあり表面の凹凸もある三次元物体である。しかし, ここでは平面上に置いた布をその面に垂直な方向から投影した二次元射影を対象にして, その二次元的構造のみについて考察しよう。

次に布中の糸  $i$  について相互の周期間隔を  $\lambda_i / 2$  としよう。すると糸の単位長さ当りの糸密度はその逆数  $2 / \lambda_i$  となる。しかし, これも  $d$  を基準にして測れば, 相対間隔は  $\lambda_i / 2d$  となり相対糸数密度  $v_i$  は

$$v_i = 2d / \lambda_i \quad (3.4.1)$$

と表わせる。

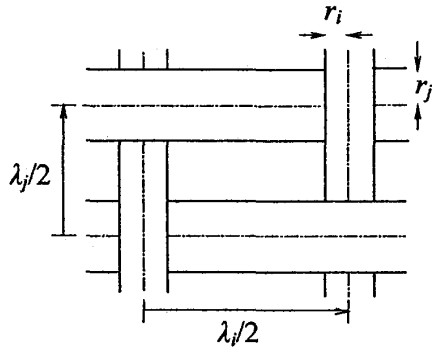


Fig. 3.4.1 Two-dimensional structure of a plain weave cloth

ここでもうひとつ糸  $i$  の一次元被覆率  $\eta_i$  を  $\eta_i \equiv 2d_i/\lambda_i = (2d/\lambda_i) \cdot (d_i/d) = v_i x_i$  (3.4.2) で定義しよう。糸  $i$  と垂直な方向の長さ  $\lambda_i/2$  の間が、糸  $i$  で覆われている長さは  $d_i$  なので、 $\eta_i$  は糸  $i$  による一次元被覆率 (糸の被覆率) となっている。先ほどの糸  $i$  の相対径  $x_i$  を用いれば、糸  $i$  の一次元被覆率  $\eta_i$  は糸数密度  $v_i$  とで

$$\eta_i \equiv v_i x_i \quad (3.4.3)$$

と表わされる。

次に二次元被覆率  $\eta$ , すなわち布の被覆率 (単位面積当たり糸の径が覆っている面積の割合) を求めよう。二次元被覆率  $\eta$  と一次元被覆率  $\eta_i, \eta_j$  との関係は、Fig. 3.4.1 より

$$\eta = \eta_i + \eta_j - \eta_i \eta_j$$

$$= v_i x_i + v_j x_j - v_i v_j x_i x_j$$

となる。

#### 4 二次元構造体の異方性

##### 4.1 布の曲げ剛さの異方性の測定

一次元の糸から二次元構造を有する布を作るには、縦糸 (経) と横糸 (緯) とを織り合わせる必要がある。このため布は経 (縦糸) を主軸、緯 (横糸) を副軸とする布平面内で異方性を有するので、これに伴い布の平面内方向の物性もまた異方性を示す<sup>1)5)</sup>ことが期待される。

布の曲げ弾性に関してはすでに Peirce の式があるが、縦糸・横糸の相互作用に関する考察が十分ではない。そこで、布中で振動する糸の曲げ弾性の布の曲げ弾性への寄与を縦糸・横糸の相互作用を考慮に入れて計算し、その縦糸・横糸の寄与を併せて、布の曲げ弾性の異方性を予測し、実験値と対照した。

##### 4.1.1 試料

織物組織構造と布の曲げなどの布の面内方向依存性との関係を検討するために、布の曲げを測定した。布試料面内の縦糸 (主軸) 方向から  $\theta$  だけ傾いた方向に試料軸を取り、その試料軸方向に長さ  $l_0 = 15$  cm, 幅  $w = 2$  cm の布試験片を切り取った (Fig. 4.1.1)。傾き  $\theta$  は 0 から  $\pi$  まで、 $\pi/12$  ずつずらして各 3 枚ずつ採取した。ただし、試料の表は、綾織の場合は斜文線が右上りになる側とした。

Table. 4.1.1 に実験に用いた試料を示す。

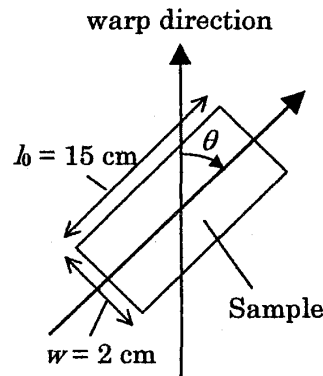


Fig. 4.1.1 The sampling from cloth

Table. 4.1.1 List of samples

No.	Materials/%	Textile Designs	Thickn ess: d/mm	Surface density: / (g/m <sup>2</sup> )	Yarn density / (threads/cm)	
					Warp	Weft
1	polyester 100	plain	0.14	88	61	35
2	cotton 100	plain	0.23	119	56	27
3	polyester 100	plain	0.08	54	43	31
4	polyester 100	3/2twill	0.43	280	67	23
5	cotton 100	1/3twill	0.48	226	38	17
6	cotton 100	1/3twill	0.57	271	29	17
7	cotton 95, Rayon 5	1/2twill	0.3	163	53	28
8	polyester 100	satin	0.5	300	35	22

##### 4.1.2 布の曲げ剛さの測定

次に、台上に試験片を重りによって固定し、この布試料を、その長さ方向に自重で曲げ、台右端 O からの試験片の長さ  $l$ , 曲げ  $y(l)$ , 台からの距離  $x$  を測定した (Fig. 4.1.2)。このとき、布は表を上側にした。



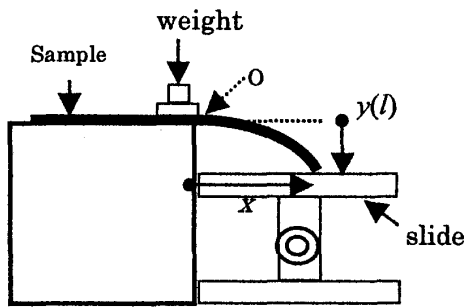


Fig. 4.1.2 Apparatus for measurement of bending cloth

4.2 結果および考察

4.2.1 布の曲げモーメント

幅  $w$  ( $z$  方向), 厚さ  $d$  ( $y$  方向), 原点  $O$  からの長さ  $l$  ( $x$  方向) の布 (弾性率  $E$ , 密度  $\rho$ ) を考える (Fig.4.2.1). この  $x$  方向に (左から右へ) 延びた布切れが  $y$  方向に曲がっているものとする. よって布の先端は,

$$y(l) = -(wg/8EI)l^4 \tag{4.2.1}$$

となる. ここで断面二次モーメント  $I$  は,

$$I = wa^3/12 = wd^3/12 \tag{4.2.2}$$

となる. したがって式は,

$$y(l) = -(3g/2Ed^3)l^4 \tag{4.2.3}$$

と求まり,  $y(l)$  と  $l^4$  との関係から弾性率  $E$  を求めることができる. この関係から布のみかけの弾性率を求め, 曲げやすさの, 角度  $\theta$  に対する依存性を検討した.

次に示すのは, 各試料の弾性率  $E$  の  $\theta$  に関するプロットである. (Fig. 4.2.2).

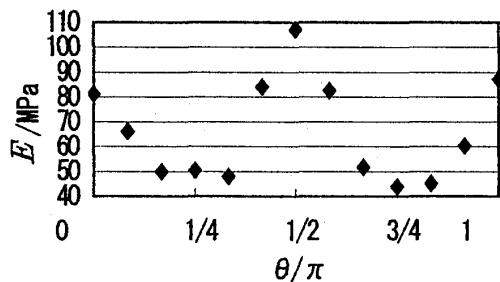


Fig.4.2.2 Anisotropy in elasticity of the cloth. (sample No.1)

すべての試料について布の曲げ弾性率  $E$  は  $\theta$  に関する異方性を示した. 試料 No.1 と No.3 の結果は類似性が高かった. 角度  $\theta$  が  $0$  と  $2$  分の  $\pi$ , すなわち縦糸と横糸の方向が特に曲がりやすく,  $4$  分の  $\pi$  と  $4$  分の  $3\pi$ , つまり, バias方向に曲がりやすい. 試料 No.5 と No.6 の分布も同様の傾向を示した. このことは, 織物

構造と曲げ弾性率  $E$  の異方性に関連があることを示唆している.

そこで Peirce の式<sup>16)</sup>を用いて布の弾性率  $E$  を算出し, その結果と実験結果を比較した.

$$\frac{1}{\sqrt{E_\theta I_\theta}} = \frac{1}{\sqrt{E_{//} I_{//}}} \cos^2 \theta + \frac{1}{\sqrt{E_{\perp} I_{\perp}}} \sin^2 \theta \tag{4.2.4}$$

しかし, ほとんどの試料の測定値は Peirce の式には当てはまらなかった. この式では, 特に, 斜めの方向のところに極小値が見られなかった. このことは, Peirce の式が織物を Bias方向に曲げたときに生じる構成糸の振り効果については考慮していないためと考えられる. そこで, さらに曲げと振れを考慮した場合について検討した.

4.2.2 振れと曲げを考慮に入れた場合

ピアスの式は面内異方性のある板を想定して導出したものであるが, ここでは, 縦糸と横糸の物性にまで還元してその異方性を求めよう. 織物を構成している糸の断面は円形とし, 縦糸, 横糸は独立していて, 糸相互にはなんらの拘束も摩擦力も働かないとする. また, 糸のクリンプはないと考える. このような状態で, 長さ  $l$ , 幅  $w$  の布を円筒状に曲げるとする. この図 (Fig. 4.2.3) のように切り出し角度  $\theta$  の試料においては, 縦糸はこの方向に走っている. これを曲率  $1/a$  で曲げると, 布は半径  $a$  の筒となる. このとき, 縦糸はこの筒の表面を通過して, 螺旋を描く. すなわち縦糸は螺旋変形を受けていることがわかる (Fig. 4.2.3). 同じく横糸もこの縦糸に直交するような螺旋を描く. つまり, 布中の糸は, 布が曲がる事によって, 螺旋変形をうけていることになる.

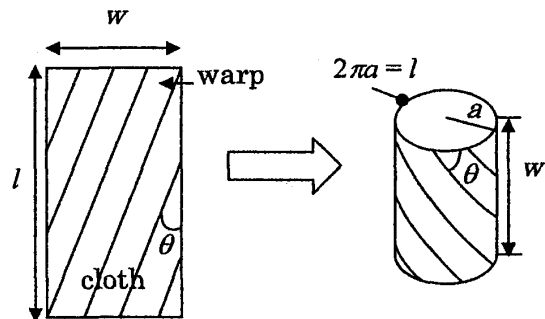


Fig. 4.2.3 Helix formation of warp by cloth bending

円筒の半径を  $a$  とすると, 布の曲率は  $1/a$ , 螺旋角  $\varphi$  は  $(\pi/2) - \theta$  となり, 縦糸の曲率  $\kappa$ , 縦糸の振率  $\tau$  は,

$$\kappa = (1/a)\sin^2\varphi \quad (4.2.5)$$

$$\tau = (1/a)\sin\varphi \cos\varphi \quad (4.2.6)$$

と表わされ、縦糸の単位長さ当たりのエネルギーは、

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (1/2)EI\kappa^2 + (1/2)GJ\tau^2 \\ &= (1/2)(1/a)^2(EI\cos^4\theta + GJ\sin^2\theta \cos^2\theta) \quad (4.2.7) \end{aligned}$$

と求まる。

布の糸密度を  $n$  とすると、布中の縦糸のエネルギーは  $nwl\varepsilon$  となる。今、糸の弾性率を  $e$ 、断面二次モーメントを  $i$ 、剛性率を  $g$ 、極断面二次モーメントを  $j$  とし、布の弾性率を  $E$ 、断面二次モーメントを  $I$ 、剛性率を  $G$ 、極断面二次モーメントを  $J$  とする。布の単位面積当たりのエネルギー  $\varepsilon$  は、縦糸のエネルギーと、横糸のエネルギーの和であるから、

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (1/2)(1/a)^2(n_{||}e_{||}i_{||}\cos^4\theta + n_{||}g_{||}j_{||}\sin^2\theta \cos^2\theta \\ &\quad + n_{\perp}e_{\perp}i_{\perp}\cos^4\theta + n_{\perp}g_{\perp}j_{\perp}\sin^2\theta \cos^2\theta) \quad (4.2.8) \end{aligned}$$

と表わすことができ、 $\varepsilon = (1/2)\kappa^2 EI$  に注意すると、布の曲げ剛さ  $EI$  は、

$$\begin{aligned} EI &= n_{||}e_{||}i_{||}\{\cos^4\theta + (g_{||}/e_{||})(j_{||}/i_{||}) \sin^2\theta \cos^2\theta\} \\ &\quad + n_{\perp}e_{\perp}i_{\perp}\{\sin^4\theta + (g_{\perp}/e_{\perp})(j_{\perp}/i_{\perp}) \sin^2\theta \cos^2\theta\} \quad (4.2.9) \end{aligned}$$

と表わされる。ここで、剛性率  $G$  と弾性率  $E$  および Poisson 比  $\nu$  との関係、 $E/2G = 1 + \nu$  および

$$\begin{aligned} E_{||}I &\equiv E_{\varphi=0}I = n_{||}e_{||}i_{||} \\ E_{\perp}I &\equiv E_{\varphi=\pi/2}I = n_{\perp}e_{\perp}i_{\perp} \quad (4.2.10) \end{aligned}$$

より、縦糸と横糸の振り効果を考慮した理論式

$$\begin{aligned} E_{\varphi}I &= E_{||}I \cos^4\varphi + E_{\perp}I \sin^4\varphi + 2(E_{||}I/\gamma_{||} \\ &\quad + E_{\perp}I/\gamma_{\perp}) \cos^2\varphi \sin^2\varphi \quad (4.2.11) \end{aligned}$$

が得られる。

布を構成する縦糸と横糸の振り効果を考慮した式 (4.2.11) によって求めた  $EI$  値と実験値および Peirce の式 (4.2.4) による算出値を比較すると布の曲げ剛さ  $EI$  は縦糸方向からの角度  $\theta$  に依存し、異方性を示した。

理論式により算出した値は、Sample No. 1, 3, 4 (ポリエステル) において、実験値と良い一致を示した。これは布を構成する糸の素材や構造が布の曲げ剛さ  $EI$  に関与することを示している。また、素材 (綿)、組織 (綾織) が同じ Sample No. 5, 6 の場合、理論式との一致は見られなかったが、異方性の分布は同じ傾向を示した。布の曲げの異方性は、素材、織物組織などの要素が関与していることを示す結果となった。しかし、理論式・Peirce の式のどちらとも一致しない試料もあった。これは、理論式・Peirce の式とも布中の縦糸と横糸とを独

立したものとしているからである。

以上より、布を曲げれば、布中の糸は螺旋を描くこと、その糸の螺旋エネルギーにより布の曲げかたさが決まること、糸の変形にまで還元しなければ、布の曲げの異方性は説明できないことが明らかとなった。

## 5. まとめ

衣服は、その基本構造が人間の動作とともに変形可能な四次元的性質を有しているが、その物理的性質の基礎は、布の性質にさらには糸・繊維の物性に基づいている。例えば、交錯の規則性は、織物の強さ、耐磨耗性、弾性、通気性、保温性などの諸性質と関連しているのである。

人体の動きへ適応する衣服を構成するためには、振りに基づく多階層構造を前提とした糸と、織りに基づく擬2次元構造体としての布が必須である。布や糸、繊維の構造とその性質について検討することは、衣服が人体と環境間の物質・エネルギー制御をどのように行っているのかを明らかにするためにその基礎となる重要な課題のひとつと考えられる。

## 謝辞

本研究にあたり御指導頂きました長谷部ヤエ先生、會川義寛先生、小川昭二郎先生、仲西正先生、鍵谷方子先生、日本女子大学・松梨久仁子先生に心より感謝致します。また、実験を手伝って頂きました丸子亜里砂さん、大貫恵さんに御礼申し上げます。

## 文献

1. 繊維学会編, “繊維便覧 第2版”, 丸善, 1996.
2. J. W. S. Hearle, *Text. Res. J.*, 35, 1060-1071 (1965).
3. G. A. V. Leaf, *J. Text. Inst.*, 70, T323-330 (1979).
4. W. Zurek, I. Durska, *Text. Res. J.*, 50, 555 (1980).
5. J. M. Bennett, R. Postle, *Text. Res. J.*, 49, 499 (1979).
6. J. M. Bennett, R. Postle, *J. Text. Inst.*, 70, T121, 133, 142 (1979).
7. J. M. Bennett, R. Postle, *J. Text. Inst.*, 72, T231 (1981).
8. 中島利誠, “被服材料学”, 光生館, 1977.
9. 松原武生, 町田一成訳, “アシュクロフト・マーミン 固体物理の基礎 (上・I) 固体電子論概論”, 吉岡書店, 1981.
10. 日本繊維機械学会編, “基礎繊維工学III-布の構造と性質”, 日本繊維機械学会, 1987.
11. L. Love, *Text. Res. J.*, 24, 1073-1083 (1954).
12. F. T. Peirce, *J. Text. Inst.*, 28, T45-T96 (1937).
13. F. T. Peirce, *Text. Res. J.*, 17, 123-148 (1947).
14. M. W. Alford, *J. Text. Inst.*, 55, T83-T98 (1964).
15. 日本繊維機械学会編, “被服学総論 (上巻) 被服設計”, 日本繊維機械学会, 1980.
16. F. T. Peirce, *J. Text. Inst.*, 21, T377-T416 (1930).