布中の糸の曲がり
Yarn curvature in a cloth

扇澤美千子，長谷部ヤエ，小川昭二郎，會川義寛
Michiko OUGIZAWA, Yae HASEBE, Shojiro OGAWA, Yoshihiro AIKAWA
（お茶の水女子大学大学院）

1．はじめに

布は一般に縦糸と横糸とで構成されるが，布を構成する糸には２つの幾何学的側面がある．ひとつは布の平面内の糸の周期配列構造である．もうひとつは布平面の上下に垂直に振動する周期振動構造である．後者は縦糸と横糸が交差し互いに相手を跨ぐ以上必ず生ずる振動である．またこの振動により布の厚さは糸の太さよりも厚くなる．

本稿ではこの布中の糸の面内および面に垂直方向の２つの周期構造と布の厚さとの関係について解説する．

2．布中の糸の配置

（1）糸の平面配列

布は２次元状の物体であるが，勿論厚みもあり表面の凹凸もある３次元物体である．しかし，まず最初に平面上に置いた布をその面に垂直な方向から投影した２次元射影を対象にして，その２次元的構造のみについて考察しよう．

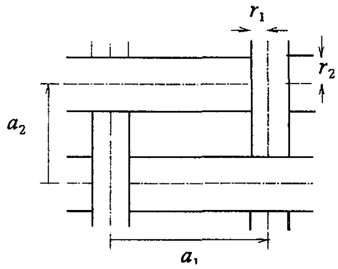

Fig. 1 Two-dimensional structure of a plain weave cloth

これから考察する布と糸との相対関係は，相似なものを互いに区別しないので，各種長さは布を構成する糸の太さを基準にしてその相対値を用いて議論すれば十分である（Fig. 1）．ただ，布の場合，縦糸と横糸があるので，それぞれの直径 d_1，d_2 との和 $d \equiv d_1 + d_2$，または半径 r_1 と r_2 との和 $r \equiv r_1 + r_2$ を以て長さの基準としよう．以下，添字の $i = 1$ は縦糸を，$i = 2$ は横糸を表わすことにする．

まづ糸の太さを相対半径 x_i で表わすと

$$x_i \equiv r_i / r = d_i / d \tag{1}$$

である．明らかに

$$x_1 + x_2 = 1 \tag{2}$$

である．

次に布中の糸 i の相互の周期間隔を a_i としよう．すると糸の単位長さ当りの本数密度はその逆数 $1/a_i$ となる．しかし，これも d を基準にして測れば，相対間隔は a_i/d となり相対糸数密度 ν_i は

$$\nu_i = d / a_i \tag{3}$$

と表わせる．

ここでもうひとつ糸 i の１次元被覆率 η_i を

$$\eta_i \equiv d_i / a_i \tag{4}$$

で定義しよう．糸 i と垂直な方向の長さ a_i の間が，糸 i で覆われている長さは d_i なので，η_i は糸 i による１次元被覆率（糸の被覆率）となっている．先ほどの糸 i の相対径 x_i を用いれば，糸数密度 ν_i とで

$$\eta_i \equiv \nu_i x_i \tag{5}$$

と表わされる．

次に２次元被覆率 η，すなわち布の被覆率を求めよう．２次元被覆率 η と１次元被覆率 η_1，η_2 との関係は，Fig. 1 より

$$(1 + \eta) = (1 + \eta_1)(1 + \eta_2) \tag{6}$$

なので，布の被覆率 η は

$$\eta = \nu_1 \nu_2 x_1 x_2 + \nu_1 x_1 + \nu_2 x_2 \tag{7}$$

となる．

（2）糸の上下振動

次に，布の平面内構造でなく，布の厚さ方向の構造を検討してみよう．以下，簡単のために平織りの場合を考える（Fig. 2）．

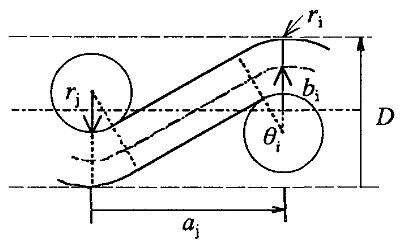

Fig. 2 Yarn geometry in a plain weave cloth

今，糸 i が Fig. 2 の左右方向に走っており，糸 j が紙面に垂直に走っているものとする．糸は縦糸，横糸それぞれに布平面の上と下とを行き交っているが，その布平面から一番高い所と一番低い所との高さの差を布の厚さ D としよう．そして，その中央を走る面を布平面と名づけよう．

すると糸 i はこの布平面の上下を波長 $2a_j$ で振動しつつ走っていることになる．その振幅を b_i としよう．そしてこの振幅も基準長さ r を用いて相対振幅 y_i とすると

$$y_i \equiv b_i / r \tag{8}$$

である．すると簡単な計算ののち

$$y_1 + y_2 = 1 \tag{9}$$

であることがわかる．

3．布の厚さ

布の中の縦糸と横糸の相対振幅 y_1, y_2 は，布を織る際の縦糸の張力が強ければ y_1 は小さくなり（直線状になり），弱ければ大きくなる（大きく曲がる）ことが予測される．そして，それぞれの場合の布の厚さは異なってくることであろう．

そこで今，糸 i の相対振幅 y_i が，0 から 1 へと大きくなる場合を考える．

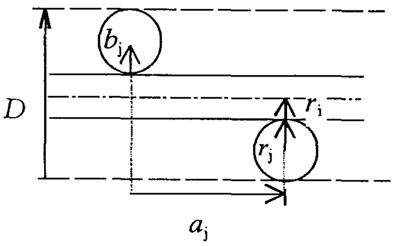

Fig. 3　Case A:　$y_i = 0$

まづ，$y_i = 0$ の場合を A とする．この場合，糸 i は直線状であり，i の糸軸はすべて布面内にある．そしてその糸 i の上下を糸 j が相対波長 $4/\nu_j$, 相対振幅 $y_j = 1$ で走っている(Fig. 3)．したがって布厚 $D = d_1 + 2d_2$ である．ここで増厚率を

$$\varepsilon \equiv (D - d)/d \tag{10}$$

で定義すれば，$y_i = 0$ の場合は，$\varepsilon_A = x_2$ である．以後，布の厚みはこの増厚率 ε で表わすことにする．

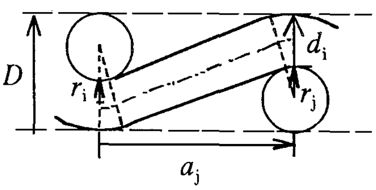

Fig. 4　Case C:　$y_i = x_j$

次に，布厚 D と糸厚 d とが等しくなった場合，すなわち $\varepsilon_C = 0$ の場合（場合C）を考える（Fig. 4)．このとき図 4 より $b_i = r_j$ が成り立つので

$$y_i = x_j \tag{11}$$

となる．

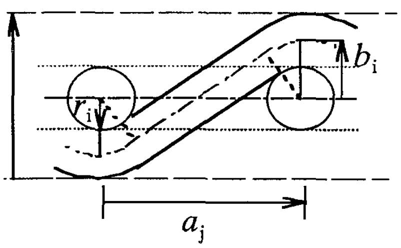

Fig. 5　Case E:　$y_i = 1$

さらに場合 E，すなわち $y_i = 1$ の場合を考える(Fig. 5)．この場合は場合 A と逆で，糸 j が直線をなし，糸 i はその上下を（相対）波長 $4/\nu_j$，（相対）振幅 $y_i = 1$ で走っている．布厚 D は $D = 2d_i + d_j$ なので，増厚率 ε は $\varepsilon_E = x_i$ となる．すなわち糸 i の（相対）振幅 y_i が，0 から 1 へと増加するにつれて（A→C→E)，増厚率 ε は x_j から 0 に下がってまた x_i へと増加することがわかる．

そこで場合 B（$0 < y_i < x_j$）と場合 D（$x_j < y_i < 1$）とを調べてみると，B の場合は $\varepsilon_B = x_j - y_i$,D の場合は $\varepsilon_D = y_i - x_j$ である．

そこでこれらをまとめると増厚率 ε は

$$\varepsilon = |x_i - y_j| = |1 - (x_i + y_i)| \tag{12}$$

となる．これを Fig.6 に示す．

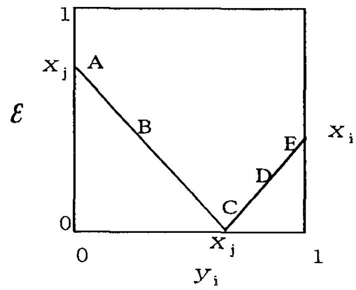

Fig. 6 The variation of ε with relative amplitude

布の厚さ D は糸の相対振幅 y_i が相手の糸の相対太さ x_j に等しくなったとき，最小値である糸厚 d を取ることがわかる．

4．糸の余長率

いま糸 i が波長 $2a_j$ 振幅 b_i で左右方向に走っている図（Fig. 7）を考える．このとき，糸 i の波長 $2a_j$ に相当する糸軸の長さを $2s_j$ としよう．図は糸 i の波長の半分の長さだけを示している．

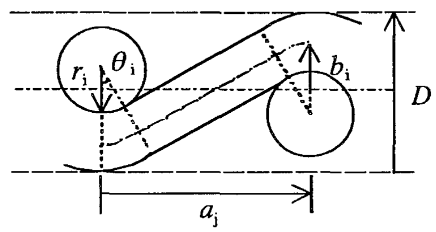

Fig. 7　Length of yarn in cloth

このとき 糸 i の余長率 γ_i を

$$\gamma_i \equiv (s_i - a_j)/a_j \tag{13}$$

と定義する．すると，

$$s_i = (a_j/\cos\theta_i) - (\tan\theta_i - \theta_i)d$$

なので

$$\gamma_i = \frac{1}{\cos\theta_i} - 1 - (\tan\theta_i - \theta_i)\nu_j \tag{14}$$

が得られる．ここで θ_i は糸 i の最大傾角である．

5．おわりに

布と糸との関係を，その材料の糸に関して糸の相対太さ x_i を，糸の布面内配列に関して相対糸数密度 ν_i を，そして糸の面外振動に相対振動 y_i を用いて表わせることを示した．この場合，布の増厚率 ε は $\varepsilon = |1 - (x_i + y_i)|$ で表わせ，$y_i = x_j$ のとき最小厚さ状態になることがわかった．