

螺旋構造と繊維

Helix Structure and Fiber

丸子 亜里紗

MARUKO Alisa

1. はじめに

一次元的物質としての繊維は、一般に多数の更に細い繊維から構成されている。繊維を構成する細繊維は必ずしも繊維軸に平行ではなく、多くはその廻りに螺旋を巻いている。すなわち、細繊維から繊維を構成する際には一般に螺旋構造を取る。

この理由として以下のことが考えられる。まず、撚ることにより細繊維が繊維軸の廻りに締めつけられ、一本の繊維としての独立性が形成される。また、締めつけにより細繊維側面間の摩擦が増して細繊維間の軸方向ずれが生じにくくなり短細繊維から長繊維を構成することができる。更に、繊維は元来、長さ/径比が大きいものであるから屈曲しやすくその結果繊維軸の配向がランダムになり三次元的に等方になりがちであるが(例えば綿)、撚ることにより細繊維の配向を繊維軸方向に揃えられる。

このような現象は自然界でも一般的で、核酸は右二重螺旋を、ポリアミノ酸は右螺旋 α -helixを、コラーゲンは三重螺旋をとってさらに大きな一次元体を形成している。

本研究ではこの様な微細な一次元構造から一階上の一次元構造を構成する際の一般構造と考えられる螺旋構造の性質と機能を検討し考察することを目的とした。

2. 繊維と螺旋構造

半径 a 、ピッチ $2\pi b$ の螺旋は、その螺旋角 θ が

$$\tan\theta = b/a \quad (1)$$

であり、曲率 κ および撚率 τ はそれぞれ

$$\kappa = a/(a^2+b^2) \quad (2)$$

$$\tau = b/(a^2+b^2) \quad (3)$$

である。

糸においては、糸の撚りにより繊維束 (N 本の繊維よりなる) が全体として捩れた形をしており、個々の繊維は繊維束の中心軸からの距離 r に応じた螺旋を取っている。

このため繊維には三種の変形が生じている。一つは繊維が螺旋を取ったため長さが伸びる。もう一つは繊維が曲がる、そしてまた捩れることである。この三つの変形はいずれも繊維のエネルギーを大きくする。

中心軸から r の距離の繊維の伸び率 $\varepsilon(r)$ は、そこでの螺旋角を $\theta(r)$ とすれば、

$$\varepsilon = (1/\cos\theta) - 1 \cong (1/2)\theta^2 \quad (4)$$

である。そして $\theta(r)$ は中心軸の撚率 τ により

$$\theta(r) = r\tau \quad (5)$$

と表わされる。ここで、糸の最外層 $r = a$ における繊維の螺旋角を撚角度 α というので、 $\alpha = a\tau$ であり、この結果

$$\theta(r) = (r/a)\alpha \quad (6)$$

が得られる。したがって、伸び率 ε は

$$\varepsilon = (1/2)\tau^2 r^2 = (1/2)\alpha^2 (r/a)^2 \quad (7)$$

となるから、繊維には

$$\sigma = (1/2)E\tau^2 r^2 \quad (8)$$

の応力が生じ、その張力により糸に収束力が生ずる。

3. 撚りと秩序度

中心軸の撚率が τ の糸 (半径 a) はその r における繊維の螺旋角 $\theta(r)$ が $\theta(r) = r\tau$ なので、その余弦二乗平均は

$$\langle \cos^2\theta \rangle = 1 - (1/4)\tau^2 a^2$$

である。ここで秩序度 s は 2 階のルジャンドル多項式 $P_2(z) = (1/2)(3z^2 - 1)$ を用いて

$$s = \langle P_2(\cos^2\theta) \rangle$$

と表わされるので、

$$s = 1 - (1/2)\tau^2 a^4 \quad (9)$$

が得られる。すなわち、撚数 $\tau/2\pi$ が大きくなると、平行繊維束の秩序度はその二乗に比例して小さくなる。

4. 実験

[実験 1]

半径の異なる 4 種類のポリプロピレン線 (長さ $l_0 = 60$ cm) の一端を固定し、他方を右捻子廻りに回轉 ($n_0 = 1 \sim 20$) させた。

この軸の捩率は $k_0 = 2\pi m_0/l_0$ である。この回転を加えたポリプロピレン線を半分 (長さ $l_1 = 30$ cm) に折り返すと逆回転 ($n_1 = -10 \sim -1$) を生じ、二重左捻子螺旋を作った。この角波数 $k_1 = 2\pi m_1/l_1$ と元のポリプロピレン線の角波数 k_0 との関係を図 3 に図示した。

これより k_1 は傾き -1 で k_0 に比例していることがわかる。すなわち

$$k_0 + k_1 = 0 \tag{10}$$

である。これは高次の螺旋構造を取るとき、その各ランクの波数に加性が成り立ち、全体としての波数を 0 とする様に螺旋を形成することを示唆している。

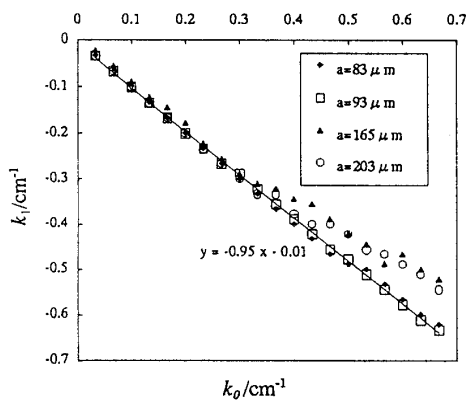


Fig. 1 Wave number relationship between single wire and double helix

[実験 2]

半径の異なる 4 種類のポリプロピレン線を四重螺旋にしたときの軸の捩率 $k_0 = 2\pi m_0/l_0$ と角波数 $k_2 = 2\pi m_2/l_2$ の関係を Fig. 2 に示す。

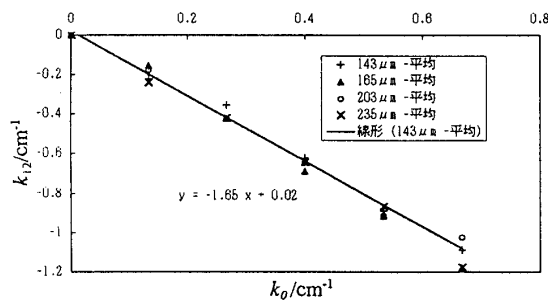


Fig. 2 Wave number relationship between single wire and quadruple helix

5. 考察

半径 a 、長さ l の繊維が右捻子方向 (以下これを正方向とする) にその中心軸が捩率 τ_0 で捩れているとする。すると、繊維を捩ったときの振りモーメント N は

$$N = GJ\tau \tag{11}$$

であり、この N のもとで $d\varphi$ だけ捩れば、そのときの仕事は $dW = N d\varphi = GJ\tau d\tau$ となるので、捩れた繊維は単位長さ当たり

$$dW = N d\varphi = GJ\tau d\tau = d[(1/2)GJ\tau^2]l \tag{12}$$

$$\varepsilon = (1/2)GJ\tau^2 \tag{13}$$

のエネルギーをもつ。すなわち、捩れた繊維のエネルギーは高い。

ところが、この繊維が右巻螺旋を巻いたとする。すると、(3)式より繊維自体は左捻子方向 (すなわち負方向) に

$$\tau_h = -b_h/(a_h^2 + b_h^2) \tag{14}$$

の捩れを生ずる。すなわち、螺旋を巻いているとき繊維の全体としての捩れ τ は

$$\tau = \tau_0 + \tau_h = \tau_0 - b_h/(a_h^2 + b_h^2) \tag{15}$$

となっているので、繊維の単位長さ当たりのエネルギーは

$$\varepsilon = (1/2)GJ(\tau_0 + \tau_h)^2 \tag{16}$$

であり、これを最小にするように繊維は螺旋を巻こうとする。すなわち、

$$\tau_h = -\tau_0 \tag{17}$$

であるから、

$$b_h/(a_h^2 + b_h^2) = -\tau_0 \tag{18}$$

であり、螺旋の大きさ a_h にしたがって螺旋のピッチ $2\pi b$ が決まることが分かる。

省みすれば、中心軸の捩率 τ は単位長さ当たりの捩れ角であったので、これは実験において定義した波数

$$k = 2\pi/\lambda = 1/b \tag{19}$$

に等しい。したがって、(18)式より

$$k/a^2 k^2 + 1 = -k_0 \tag{20}$$

となる。したがって $a \ll 1/k = b$ のときは

$$k = -k_0 \tag{21}$$

であり、本実験結果を説明できるものと考えられる。

6. おわりに

自然界ならびに人工物の螺旋階層構造を有し、その各々の階層における捩率の和の二乗に比例して全体の構造のエネルギーが決定されることが分かった。

【謝辞】

御指導いただいた茨城キリスト教大学・扇澤美千子助教授に感謝致します。