

布の織物構造とその異方性

Weave Structure of Cloth and its Anisotropy

大貫 恵

ONUKE Megumi

1. はじめに

一次元の糸から二次元構造を有する布を作るには、縦糸（経）と横糸（緯）とを織り合わせる必要がある。その際、両糸は布平面上で交叉するが、この交叉様式にはどちらの糸を上にするかにより二種類があり、かつ交叉点が平面格子を成すことから、二次元二元結晶格子が形成される。この二元格子は布平面内で異方性を有するので、これに伴い布の平面内方向の物性もまた異方性を示すことが期待される。

本研究では、布の曲げ、伸びなどに対する性質の平面内方向依存性を測定し、その布平面格子構造との関係を検討することを目的とした。

2. 織物と平面格子構造

織物組織を経と緯との交叉様式で表わすが、この交叉は、

$$l = n_1 a + n_2 b \tag{1}$$

で表わされる平面格子 l を構成する。ここに、 a, b はそれぞれ横方向及び縦方向の単位格子ベクトルである。各交叉点 l は、経に対して緯が上側にある場合と、下側にある場合との二種類があり、前者を $z(l) = 1$ 、後者を $z(l) = -1$ と表わして区別する。さらに、これを平面に図示する場合は $z = 1$ の点を白で、 $z = -1$ の点を黒で表わす。すなわち、織物組織は、白点と黒点とで表わされる平面格子構造を形成する。

この平面格子構造は、布を裏返すと白黒が逆転する。したがって、この元の図と逆転図とは等価であるから、黒点密度が小さい方の面をもってこれを表わすことにする。すると、この織物による平面格子は白黒の対が全格子点を埋めているという像から、大部分の空点の中に黒の格子点が点在しているという像に簡単化される。以下この像をもって織物組織を考察する。

すると、格子点は(1)式において n_1, n_2 は全ての整数を取らず、特別な値のみしか取れなくなる。そこで新たに単位格子ベクトルとして、

$$t_0 = a + b \tag{2}$$

$$t_1 = na \tag{3}$$

を考えよう。

綾織は、 t_0 の方向に必ず格子があり、これが傾き b/a の斜文線 (twill lines) を作る。この斜文線は、縦糸 n

本ごとに現れるとすれば (na は横周期)、全ての格子点は、 t_0 と t_1 との全ての整数を係数とする線型結合で表されることがわかる。すなわち、斜文線は横方向に na だけ平行移動している。特に、 $n = 2$ の場合は、綾織ではなく平織となる。

ここで、斜文線間隔 d と、単位胞面積 S 、斜文線内点間隔 λ 、格子点分率 p を求めよう。ここでは、格子定数 $a = b$ を假定する。すると、斜文線に垂直な法線ベクトル e_n は、

$$e_n = (a - b) / 2^{1/2} a \tag{4}$$

なので、斜文線間隔 d は、

$$d = na \cdot e_n = (n/2^{1/2}) a \tag{5}$$

が求まる。斜文線内点間隔 λ は、 $\lambda = 2^{1/2} a$ なので、単位胞面積 S は、

$$S = d\lambda = na^2 \tag{6}$$

となる。また、格子点分率は $p = 1/n$ である。

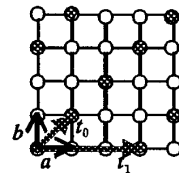


Fig. 1 Structure of twill weave

3. 布の曲げ

(1) 布の曲げとモーメント

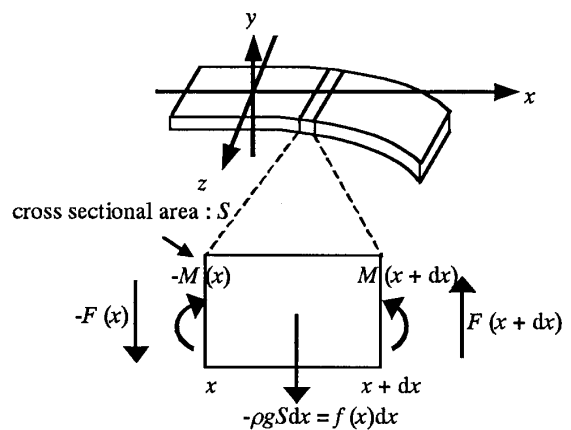


Fig. 2 Bending deformation of cloth

幅 w (z 方向)、厚さ d (y 方向) の長さ l (x 方向) の布 (弾性率 E 、密度 ρ) が y 方向に曲がっている。この布の x 方向単位長さ当たり働く力を $f(x)$ とすれば、布の yz 断面に働く剪断力 $F(x)$ 、断面への垂直応

力による曲げモーメント $M(x)$, 布の曲率 $\kappa(x)$, 布の曲がり $y(x)$ の間には,

$$\begin{aligned} f &= -dF/dx \\ F &= -dM/dx \\ M &= EI\kappa \\ \kappa &= y'' / (1 + y'^2)^{3/2} \end{aligned} \quad (7)$$

が成り立つ。

今、布の単位面積当りの質量を σ とすれば、布に働く力は $f(x) = -\rho w dg = -\sigma w g$ なので、

$$\begin{aligned} y(x) &= (f/24EI)x^2(x^2 - 4lx + 6l^2) \\ y(l) &= -(\sigma w g/8EI)l^4 \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで、断面二次モーメント $I = y_R^2 S$ は、

$$I = wd^3/12$$

となるので、

$$y(l) = -(3\sigma w g/2Ed^3)l^4 \quad (9)$$

と求まる。

(2) 布の曲げ弾性の異方性

布は縦糸（経）方向を設定して、これに横糸（緯）を透過させて作るのので、縦糸を主軸、横糸を副軸とする面内異方性がある。以下、縦糸方向を z 軸（//方向）とし、この軸からの角度を θ とする。 $\theta = \pi/2$ の横糸方向は z 軸（ \perp 方向）とする。

すると、布を主軸が曲がる方向（ $\theta = 0$ ）に曲げれば、このときの布の曲げ弾性は主に縦糸の曲げ弾性に依存し、逆に副軸が曲がる方向（ $\theta = \pi/2$ ）に布を曲げれば、主に横糸の曲げ弾性を反映する。したがって、布の曲げ弾性 E は θ に関する異方性を有することになる。

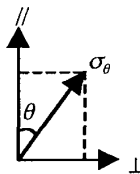


Fig. 3 Anisotropy of elasticity

布の θ 方向軸に関する曲げは、軸に垂直な断面の上下部分で断面に垂直な引張と圧縮とがあるので、曲げは基本的には曲げの軸方向の引張・圧縮に対する弾性に対応している。布の伸びやすさは、弾性率 E の逆数 $1/E$ で表され、主軸・副軸方向ではそれぞれ、

$$\begin{aligned} \epsilon_{//} &= (1/E_{//})\sigma_{//} \\ \epsilon_{\perp} &= (1/E_{\perp})\sigma_{\perp} \end{aligned} \quad (10)$$

が成り立つので、主軸から角度 θ の方向においては、応力 σ_{θ} による布の伸び率 ϵ_{θ} は、まず応力を主軸・副軸方向に分けて $\sigma_{//} = \sigma_{\theta} \cos\theta$, $\sigma_{\perp} = \sigma_{\theta} \sin\theta$ とし、(10)式を用いて、 $\epsilon_{\theta} = \epsilon_{//} \cos\theta + \epsilon_{\perp} \sin\theta$ に注意すれば、

$$1/E_{\theta} = (1/E_{//})\cos^2\theta + (1/E_{\perp})\sin^2\theta \quad (11)$$

が得られる。二次元材料異方性に関する **Kollmann** の

式である。

しかしながら、A. E. H. Love は斜方晶系板の場合について解析して、

$$\begin{aligned} 1/E_{\theta} &= (1/E_{//})\cos^4\theta + (1/E_{\perp})\sin^4\theta \\ &\quad + \{(1/G) - (2\nu_{//}/E_{//})\} \sin^2\theta \cos^2\theta \end{aligned} \quad (12)$$

が正しいとした。ここで、剛性率 G と弾性率 E およびポアソン比 ν との関係、

$$E/2G = 1 + \nu \quad (13)$$

を用いれば、ほぼ、

$$1/(E_{\theta})^{1/2} = \{1/(E_{//})^{1/2}\}\cos^2\theta + \{1/(E_{\perp})^{1/2}\}\sin^2\theta \quad (14)$$

が得られる。すなわち **Peirce** の式である。我々は、この **Peirce** の式に従おう。

4. 実験

布試料面内の縦糸方向から θ だけ傾いた方向に軸を取り、その方向に長さ $l_0 = 15$ cm, 幅 $w = 2$ cm の布試験片を切り取った。 θ は 0 から π まで、 $\pi/12$ づつずらして各 3 枚づつ採取した。ただし、試料の表は、斜文線が右上りになる側とした。次に、台上に試験片をウエイトによって固定し、台右端 O からの試験片の長さ l , 曲げ $y(l)$, 距離 x を測定した (Fig. 4)。

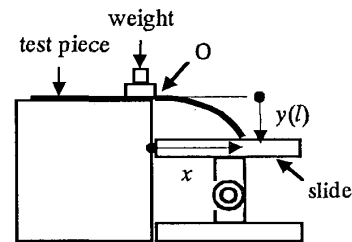


Fig. 4 Apparatus for measurement of bending cloth

結果を Fig. 5 に示す。図中の実線は(14)式によるものである。

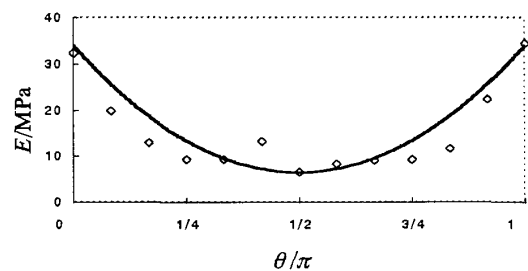


Fig. 5 Anisotropy in elasticity of PET cloth. Solid curve is calculated line from Peirce's formula.

【謝辞】

御指導いただいた、茨城キリスト教大学・扇澤美千子助教授に感謝いたします。