論　文　要　旨

フィンスラー・河口幾何によるラグランジュ形式　～定式化から場の理論、弦理論への応用まで～
矢萩量子

相対論的自由粒子の作用、南部後藤作用はそれぞれ世界線の長さ、世界面の面積に対応している。これらは幾何学的な量であって、パラメータの取り方によらずに定義されるものである。一方、物理法則も本来はパラメトリゼーションによらないはずである。しかし、従来のラグランジュ形式の構成法では、一般の作用は幾何学的な量とはなっていない。本学位論文では、リーマン幾何学の拡張であり、計量幾何の一種のフィンスラー幾何学・河口幾何学を用いて、任意のラグランジュ形式を幾何学的な形式に定式化し直し、場の理論、一般相対性理論、弦理論への応用を取り扱う。

第２章ではフィンスラー幾何の定義と力学系の理論との関係を、第３章では河口幾何の定義と場の理論との関係を与える。それぞれ、これらの幾何の基本的な量であるフィンスラー計量、河口計量とラグランジアンを結びつけることによって力学系、場の理論の定式化を行い、オイラー・ラグランジュ方程式を一般的に書き下す。加えて、キリングベクトル場、リー微分の定義を新しく導入し、フィンスラー多様体、河口多様体上でのネーターの定理を導く。本形式の特徴は力学変数と時間パラメータ、あるいは場と時空間パラメータを同等に扱う点にある。したがって、時間変分から現れるエネルギー保存則、時空間変分から出てくるエネルギー・運動量保存則が力学変数あるいは場の変分による運動方程式と同時にオイラー・ラグランジュ方程式として出現する特徴がある。具体例としてポテンシャル系の力学、スカラー場、ディラック場、電磁場、マクスウェル・ディラック場の計算をする。さらに、マクスウェル・ディラック場の理論が持つU(1)対称性を河口幾何上で再現し、ゲージ変換の取扱いについても紹介する。本形式では、内部対称性、外部対称性の区別なく河口多様体上のリー微分、つまり、幾何学的な対称性として表せる点が重要である。

第４章では、重力理論のような２階微分を含む場の理論と河口幾何の関係を与える。通常の場の理論と異なり、重力のエネルギー・運動量の定義には未だ決定版が存在しない。ところが、上記で述べたように本形式ではエネルギー・運動量保存則がオイラー・ラグランジュ方程式として簡単な変分から導出できる。時空間変分から現れるため、並進不変性に対する保存量としての意味も明確だ。完全微分項の不定性はあるが、本論文ではその中の１つを取り上げ、それがゲージ不変に定義されていることを確認し、それをもっともらしい重力のエネルギー・運動量の定義の１つとして提案する。具体例としてシュヴァルツシルト時空を取り扱う。

第５章では、弦理論への応用、特に双対性の議論を行う。時空間と場が同等であることとリパラメトリゼーション不変性から、本形式は従来のラグランジュ形式よりも多くの対称性が存在する。したがって、２つの理論間の双対性を見つけられる可能性がある。ここでは、運動方程式レベルで

双対であることが知られていた４次元時空中の弦–スカラー双対性、膜–スカラー双対性を本形式を用いて作用レベルで確認する。また、超弦理論の作用を超空間上で書き下したものから出発し、グラスマン値座標関数とフェルミオン場を入れ替えるパラメトリゼーションを実行し、新しい作用を構築する。この新しい作用は、元の超弦理論の作用と等価な理論となり、新しい双対性の例が作れたと言える。

本学位論文ではラグランジュ形式の幾何学的な定式化を行い、重力のエネルギー・運動量や双対性など非自明な問題にも応用できることを示した。また、従来のラグランジュ形式では扱えなかった変換も行えるため、今後解析の幅がさらに広がると期待する。