

## 低マッハ数近似による熱対流の数値シミュレーション\*

菅 牧子\*<sup>1</sup>, 河村 哲也\*<sup>2</sup>, 岩津 玲磨\*<sup>3</sup>Numerical Simulation of the Heat Convection  
by Using the Low-Mach-Number Approximation

Makiko KAN, Tetuya KAWAMURA and Reima IWATSU

The natural convection with large temperature difference is computed numerically using the Low-Mach-Number approximation with temperature-dependent viscosity and thermal conductivity. In this study staggered grid system is used in order to hold down the numerical oscillation. Firstly, steady laminar natural convection above a horizontal heat source is simulated in order to validate the simulation method. The result is in good agreement with the analytical solution. Secondly, two dimensional flow field driven by two parallel heat sources is computed. This boundary condition may be regarded as a model situation of the big fire covering both sides of a wide straight road. At the same time, it is interesting to investigate interactions between two thermal plumes. The numerical results disclosed different flow behavior when the imposed temperature of the heat sources is changed and the rest of the governing system parameters are varied.

**Key Words:** Computational Fluid Dynamics, Compressible Flow, Finite Difference Method, Low Mach Number Approximation, Natural Convection

## 1. はじめに

本研究は、火災などの高温熱源によって誘起される熱対流を精度よくシミュレーションすることを目的としている。

高温熱源による熱対流では、温度変化による密度変化が重要になり、熱流体の研究でしばしば用いられるブシネスク近似は成り立たない。すなわちブシネスク近似が有効である温度差は、空気の場合、約29°C以下であるという報告がある<sup>(1)</sup>。一方、熱源が高温でも、熱対流における代表的な速度は音速に比べて非常に小さい。このようなマッハ数の小さい流れにおいては、圧縮性流体の計算スキームでは収束が困難になることが知られている。

そこで、密度変化が大きく、しかもマッハ数が小さい流れを計算する方法が必要となるが、これに対し、低マッハ数近似と呼ばれる計算法がある<sup>(2)~(6)</sup>。この

近似は、圧縮性ナビエ・ストークス方程式をもとにして、流れのマッハ数が小さいことを仮定して得られる近似であり、温度変化が大きい熱対流の計算に適している。本研究では、この近似を自然対流の計算に適用した。この場合、温度による粘性率および熱伝導率の変化はサザーランドの公式<sup>(7)(8)</sup>を用いて考慮に入れている。

低マッハ数近似では、マッハ数の二乗のオーダーの圧力変動に関する方程式を解く。この方程式はだ円形の方程式になっており、MAC法<sup>(9)</sup>の場合と同様に、レギュラー格子を用いた計算では数値的な振動が起きやすくなる。この振動を回避するために、本研究ではスタガード格子を用いた。

本論文では、はじめに、自然対流の計算に適したスケール解析から低マッハ数近似に基づいた支配方程式を導く。次に、この方程式を数値的に解くアルゴリズムについて説明し、本研究で用いたスタガード格子による計算法を示す。計算結果については、まず、計算法を検証するために、一つの熱源から発生するブルームの層流計算を行い、解析解<sup>(10)(11)</sup>と比較検討した。次に、二つの平行熱源によって誘起される熱対流現象を取り上げた。これは、道路の両側に火災が起きた場合や細長い空き地が火に取り囲まれた場合を想定して

\* 原稿受付 1998年3月18日。

<sup>1</sup> 学生員, お茶の水女子大学大学院(☎112-8610 東京都文京区大塚2-1-1)。<sup>2</sup> 正員, お茶の水女子大学大学院人間文化研究科。<sup>3</sup> 正員, 東京電機大学工学部(☎101-8457 東京都千代田区神田錦町2-2)。

E mail: kan@ns.is.ocha.ac.jp

モデル化したものであるが、二つのブルームの相互作用という面からも興味ある問題<sup>(12)</sup>である。

## 記 号

$c$ : 音速
$g$ : 重力の加速度
$k$ : 無次元熱伝導率
$L_0$ : 代表長さ
$p$ : 無次元圧力
$p_0$ : 代表圧力 $= \rho_0 R T_0$
$(q_1, q_2)$ : 無次元運動量 $(\rho u, \rho v)$
$R$ : 気体定数
$t$ : 無次元時間
$T$ : 無次元温度
$T_0$ : 代表温度
$T_h$ : 熱源の温度(無次元)
$(u, v)$ : 無次元速度ベクトル
$U_0$ : 代表速度 $= \sqrt{\Delta \rho g L_0 / \rho_0}$
$\mathbf{k}$ : 鉛直方向単位ベクトル
$\mathbf{n}$ : 外向き単位法線ベクトル
$\mathbf{q}$ : 無次元運動量 $\rho \mathbf{v}$
$\mathbf{v}$ : 無次元速度ベクトル
$Fr$ : フルード数 $= \sqrt{\Delta \rho / \rho_0}$
$Ma$ : マッハ数 $= U_0 / c$
$Pr$ : プラントル数 $= \nu_0 / \kappa_0$
$Ra$ : レーリー数 $= (\Delta \rho g L_0^3) / (\rho_0 \nu_0 \kappa_0)$
$\gamma$ : 比熱比
$\Delta t$ : 時間刻み
$\Delta T$ : 熱源とまわりの流体の温度差
$\Delta \rho$ : 代表密度差
$\varepsilon$ : $\gamma Ma^2$
$\kappa_0$ : 代表熱拡散率
$\mu$ : 無次元粘性係数
$\nu_0$ : 代表動粘性率
$\rho$ : 無次元密度
$\rho_0$ : 代表密度
$\sigma'$ : 無次元粘性ストレステンソル

上付き添字

(0) : 変数を  $\varepsilon$  で展開したときの 0 次の係数

(1) : 変数を  $\varepsilon$  で展開したときの 1 次の係数

## 2. 低マッハ数近似の基礎方程式

低マッハ数近似の基礎方程式<sup>(2)~(6)</sup>は、自然対流に適したスケールで無次元化した圧縮性ナビエ・ストークス方程式から導かれる。ただし、本研究では、流体

を理想気体として扱う。

熱対流における代表的な速度は、音速に比べて非常に小さい。そこで、マッハ数  $Ma$  が小さいという条件を用いて圧縮性ナビエ・ストークス方程式を近似する。すなわち、 $\varepsilon = \gamma Ma^2 \ll 1$  で、従属変数を展開し、次のように表す：

$$f = f^{(0)} + \varepsilon f^{(1)} + o(\varepsilon)$$

ただし、 $f$  は  $p, \rho, \mathbf{v}, T$  とする。この式を、圧縮性ナビエ・ストークス方程式に代入して、 $\varepsilon$  の次数を比較し、 $\varepsilon$  の 0 次の係数 [上添字(0)の変数]、1 次の係数 [上添字(1)の変数] に関する方程式を導く。その結果、以下に示す低マッハ数近似の基礎方程式が得られる：

$$\frac{\partial \rho^{(0)}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^{(0)} \mathbf{v}^{(0)}) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla p^{(0)} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho^{(0)} \frac{D\mathbf{v}^{(0)}}{Dt} = -\nabla p^{(*)} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \nabla \cdot \sigma'^{(0)} + \frac{1}{Fr^2} (1 - \rho^{(0)}) \mathbf{k} \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho^{(0)} \frac{DT^{(0)}}{Dt} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp^{(0)}}{dt} + \frac{1}{(PrRa)^{1/2}} \nabla \cdot (k \nabla T^{(0)}) \dots\dots\dots (4)$$

$$p^{(0)} = \rho^{(0)} T^{(0)} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、鉛直方向を  $z$  として

$$p^{(*)} = p^{(1)} + \frac{z}{Fr^2}$$

と置き換えている。ここで、式(3)は運動方程式の  $\varepsilon$  の 1 次の項を比較して得られた式である。その他の式は 0 次の項を比較して得られる。

式(2)、(3)を導く際に、 $Fr^2 \gg \varepsilon$  という条件を仮定した。この条件は、

$$\frac{\varepsilon}{Fr^2} = \frac{\gamma Ma^2}{Fr^2} = \frac{\gamma U_0^2}{c^2} \cdot \frac{gL_0}{U_0^2} = \frac{\gamma g}{c^2} \cdot L_0 = \frac{\rho_0 g}{p_0} \cdot L_0 = \frac{L_0}{L_{sh}} \ll 1$$

( $L_{sh}$  : スケールハイト  $\approx 8.8 \text{ km}^{(13)}$ )と変形できる。したがって、式(1)~(5)の近似は、長さスケールがスケールハイトと比べて十分小さいという仮定のもとで成り立つ近似である。

式(2)から、 $p^{(0)}$  は空間的に一定の熱対流の平均圧力であり、それがエネルギー方程式(4)と状態方程式(5)に現れている。空間的に一定でない圧力の変動部分  $p^{(*)}$  は運動方程式(3)に現れている。

本研究では、式(1)~(5)に、粘性率  $\mu$ 、熱伝導率  $k$  の温度による変化を表す式を加えて計算を行った。これらの物性値と温度の関係式はサザーランドの公

式(7)(8) :

$$\phi = \frac{sT^{1.5}}{T-1+s} \dots\dots\dots (6)$$

$$s = 1 + 1.47 \times \frac{78.0}{T_0}$$

を用いている。(φには、μまたはkが対応する。)

3. 数値計算アルゴリズム

低マッハ数近似では、式(1)~(5)をρ<sup>(0)</sup>, v<sup>(0)</sup>, p<sup>(0)</sup>, p<sup>(\*)</sup>, T<sup>(0)</sup>について解く。計算のアルゴリズムは文献(2)と同じ方法を用いた。以下にアルゴリズムについて説明する。

式(1), (3)から、(1)×v<sup>(0)</sup>+ (3)を変形することにより ρ<sup>(0)</sup>v<sup>(0)</sup>(≡q<sup>(0)</sup>)に関する方程式

$$\frac{\partial q^{(0)}}{\partial t} = A - \nabla p^{(*)} \dots\dots\dots (7)$$

$$A \equiv - (v^{(0)} \cdot \nabla) q^{(0)} - q^{(0)} \nabla \cdot v^{(0)} + \frac{1}{(PrRa)^{1/2}} \nabla \cdot \sigma^{(0)} + \frac{1}{Fr^2} (1 - \rho^{(1)}) \mathbf{k}$$

を得る。q<sup>(0)</sup>を時間発展させるとき、式(7)を2式に分けて、2段階で時間積分を行う。すなわち、

$$\frac{q^{(0)*} - q^{(0)n}}{\Delta t} = A^n \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{q^{(0)n+1} - q^{(0)*}}{\Delta t} = -\nabla p^{(*)n+(1/2)} \dots\dots\dots (9)$$

とし、式(8)では右辺に圧力効果を入れずに仮の運動量 q<sup>(0)\*</sup>を求め、式(9)では圧力効果のみを考慮して仮の運動量から次のステップの運動量 q<sup>(0)n+1</sup>を求める。

p<sup>(\*)n+(1/2)</sup>は、式(9)の発散をとった式に式(1)を用いて得られるポアソン方程式 :

$$\Delta p^{(*)n+(1/2)} = \frac{1}{\Delta t} \left[ \nabla \cdot q^{(0)*} + \left( \frac{\partial \rho^{(0)}}{\partial t} \right)^{n+1} \right] \dots\dots\dots (10)$$

を解くことにより求める。右辺の(∂ρ<sup>(0)</sup>/∂t)<sup>n+1</sup>には、ρ<sup>(0)n+1</sup>, ρ<sup>(0)n</sup>, ρ<sup>(0)n-1</sup>を用いた精度2の差分表式を用いた。

平均圧力 p<sup>(0)</sup>の時間変化は以下の式に従う。すなわち、式(1)×T<sup>(0)</sup>+式(4)を変形すると、

$$\frac{dp^{(0)}}{dt} = \gamma \left[ -p^{(0)} \nabla \cdot v^{(0)} + \frac{1}{(PrRa)^{1/2}} \nabla \cdot (k \nabla T^{(0)}) \right]$$

となり、これを計算領域全体 V で積分すると

$$\frac{dp^{(0)}}{dt} = \frac{\gamma}{V} \left[ -p^{(0)} \int v^{(0)} \cdot n dS + \frac{1}{(PrRa)^{1/2}} \int k \nabla T^{(0)} \cdot n dS \right] \dots\dots\dots (11)$$

を得る。これから p<sup>(0)n+1</sup>は境界の v<sup>(0)</sup>, T<sup>(0)</sup>から求まることがわかる。

以上をまとめると、全体の時間発展の計算手順は次のようになる :

- (0) 初期条件または前のステップの計算から n ステップの物理量 q<sup>(0)n</sup>などがわかっているとす。
- (1) 式(8)から q<sup>(0)\*</sup>を求める。
- (2) 式(11)を時間積分として p<sup>(0)n+1</sup>を求める。
- (3) 式(4)を時間積分して T<sup>(0)n+1</sup>を求める。
- (4) 式(5)から ρ<sup>(0)n+1</sup>を求める。
- (5) 式(10)から p<sup>(\*)n+(1/2)</sup>を求める。
- (6) 式(9)から q<sup>(0)n+1</sup>を求める。
- (7) v<sup>(0)n+1</sup> = q<sup>(0)n+1</sup>/ρ<sup>(0)n+1</sup>を計算する。
- (8) 式(6)を用いて μ, k を計算する。
- (9) (0)~(8)を必要な時間ステップ繰返す。

本計算では、時間積分にはオイラー陽解法を用いた。空間微分は、慣性項以外は中心差分、慣性項に対しては一次精度の上流差分を用いて近似している。空間微分の具体的な差分化の方法については、4章で説明する。なお、圧力に関するポアソン方程式(10)の解法には、SOR法を用いた。

4. スタガード格子の差分化の方法

4.1 スタガード格子 スタガード格子は、MAC法のスタガード格子に準じた。すなわち、図1の点Pでuに関係した物理量 q<sup>(0)</sup>, u<sup>(0)</sup>を、点Qでvに関係した物理量 q<sup>(0)</sup>, v<sup>(0)</sup>を、点Rで残りの物理量 p<sup>(0)</sup>, p<sup>(\*)</sup>, T<sup>(0)</sup>, ρ<sup>(0)</sup>, μ, kを定義した。

4.2 差分化の方法 本計算では、不等間隔直交格子を用いた。このとき、各方向を一変数の関数を用いてξ, ηに座標変換し、ξ-η面における等間隔直交格子に対して差分近似を行った。例えば、x方向の変換関数はξ=ξ(x)のように与え、支配方程式に現れるxに関する微分係数は、計算面において

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\frac{dx}{d\xi}} \frac{\partial f}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} - \frac{\frac{d^2 x}{d\xi^2}}{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^3} \frac{\partial f}{\partial \xi}$$

と変換する。このとき、係数として出てくる dx/dξ, d<sup>2</sup>x/dξ<sup>2</sup>は計算面のξに対応する物理面のx座標を

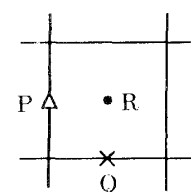


Fig. 1 Staggered grid system

用いて差分近似する。ただし、スタガード格子を用いているため、着目している点によって異なる方法で近似する必要がある。例えば、図2の点Pにおいては

$$\frac{dx}{d\xi} \Big|_P \approx \frac{x_{j+1} - x_{j-1}}{2\Delta\xi}$$

と近似し、Q, Rにおいては

$$\frac{dx}{d\xi} \Big|_{Q(\text{or } R)} \approx \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta\xi}$$

と近似する。y に関しても関数  $\eta = \eta(y)$  で変換して同様の手続きを行う。

差分式は、スタガード格子の各点に対し、図2の破線内の情報を用いて構成した。すなわち、解くべき方程式の各項を3点を用いた差分式で近似する。ただし、2段階で差分を行う場合には注意が必要である。例えば、アルゴリズムのステップ(3)で

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T^{(0)}}{\partial x} \right)$$

を点Rで評価する場合、図2の点P, P'で上式のかっこ内を差分近似し、それを用いて点Rでの差分を行う。すなわち、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T^{(0)}}{\partial x} \right) \Big|_R \approx \frac{1}{\frac{dx}{d\xi} \Big|_R} \frac{k \frac{\partial T^{(0)}}{\partial x} \Big|_{P'} - k \frac{\partial T^{(0)}}{\partial x} \Big|_P}{\Delta\xi},$$

$$k \frac{\partial T^{(0)}}{\partial x} \Big|_P \approx \bar{k}_P \frac{1}{\frac{dx}{d\xi} \Big|_P} \frac{T_R^{(0)} - T_R^{(0)}}{\Delta\xi}$$

のようにする。ここで、点Pにおけるkの値  $\bar{k}_P$  が必要となるが、kは点Pでは定義されていないので、定義点から内挿によって定める必要がある。本計算では、未定義点での値はまわりの点の平均で近似した。例えば、この場合は

$$\bar{k}_P = \frac{k_R + k_{R'}}{2}$$

としている。

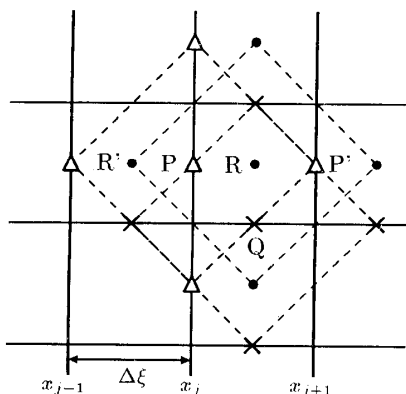


Fig. 2 Stencil

## 5. 問題設定

本研究で用いた例を図3に示す。これは二つの直線状の平行熱源を含む領域の横断面に着目したものである。領域は外部には開放されているものとする。このような場合には、平均圧力  $p^{(0)}$  は  $p_\infty$  (大気圧)  $\equiv 1$  と等しい。

境界条件は以下のように設定した。

上空：滑り条件 ( $\partial u^{(0)}/\partial y = 0, v^{(0)} = 0$ ) および

断熱条件 ( $\partial T^{(0)}/\partial y = 0$ )

地面：粘着条件 ( $u^{(0)} = v^{(0)} = 0$ ) および

温度指定 (熱源:  $T^{(0)} = T_h$ , その他:  $T^{(0)} = 1$ )

左右：周期境界条件

状態方程式を用いると、

$$\mathbf{q}^{(0)} = \rho^{(0)} \mathbf{v}^{(0)} = \frac{p^{(0)} \mathbf{v}^{(0)}}{T^{(0)}}$$

となるから、 $\mathbf{q}^{(0)}$  に関する条件は  $p^{(0)}, \mathbf{v}^{(0)}, T^{(0)}$  の条件から計算することができる。 $\mathbf{q}^{(0)*}$  の条件は  $\mathbf{q}^{(0)}$  に対する条件と同じものを用いた。 $p^{(0)*}$  に関する条件は、運動方程式(3)のy成分に、 $\mathbf{v}^{(0)}$  の条件を代入して計算したものをを用いた。この問題では、地面、上空とも、

$$\frac{\partial p^{(0)*}}{\partial y} = \left( \frac{Pr}{Ra} \right)^{1/2} \left( \frac{\partial \sigma'_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_{22}}{\partial y} \right) + \frac{1}{Fr^2} (1 - \rho^{(0)})$$

となる。

これらの境界条件を差分で表現して境界の格子点での値を定めるが、スタガード格子を用いているため、境界面と一致しない物理量もある。このような場合には、 $\mathbf{q}^{(0)}$  の境界に平行な成分は線形に変化するとして定め、垂直成分は質量保存を考慮して定めている。例えば、地面における境界条件は図4のようなになる。

初期条件としては、流体は静止しているものとし、圧力、温度、密度、物性値は基準値であるとした。

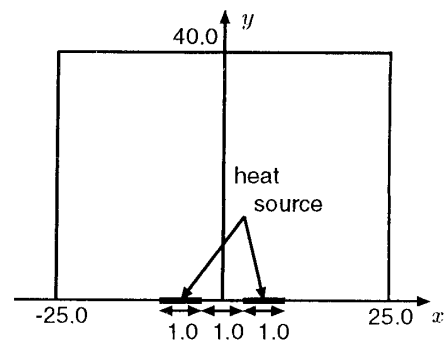


Fig. 3 Computation area

計算格子は、物理量の変化の大きい中心付近および地面付近で流れ場を正確に扱うために、 $x \in [-3, 3]$ ,  $y \in [0, 3]$  においては格子幅 0.05 の等間隔格子を用いた。ただし、それ以外の領域では、遠方にくにしたがって、格子幅が指数関数的に増大する不等間隔直交格子 (200×100) を用いた。最大格子幅は約 4.0 である。図 5 に中心付近の格子図を示す。ただし、図 5 では、格子数を実際の 1/4 に間引いて見やすくしてある。この格子の計算で十分であることは、格子数 400×200、最小格子幅 0.025 の格子上で計算した結果と比較することによって確認した。この比較は、図 3 で熱源を一つにし、 $Ra=10^4$ ,  $Fr=0.1$ ,  $Pr=0.71$  の場合に得られた定常状態について行っている。両者の結果は、温度分布、速度分布とも 4% 以内で一致した。

6. 計算結果

6.1 解析解との比較 まず、本研究で用いた計算方法を検証するため、図 3 において熱源を一つにした場合の計算を行った。このような場合に誘起される層流のブルームについては、ブシネクス近似が仮定でき、かつ流れが定常となる場合は、関係

$$v_{\max} \propto y^{1/5}, (T_{\max} - T_0) \propto y^{-3/5} \dots\dots\dots (12)$$

が成立する<sup>(10)(11)</sup>。そこで、 $Ra=10^4$ ,  $Fr=0.1$ ,  $Pr=0.71$  の場合について計算を行い、得られた定常状態が式(12)を満たしているか調べた。結果を図 6 に示す。このグラフから、 $v_{\max}$  と  $y^{1/5}$ ,  $(T_{\max} - T_0)$  と  $y^{-3/5}$  の間

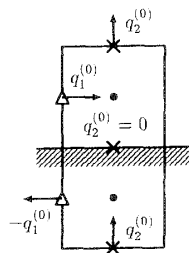


Fig. 4 Boundary condition on the ground

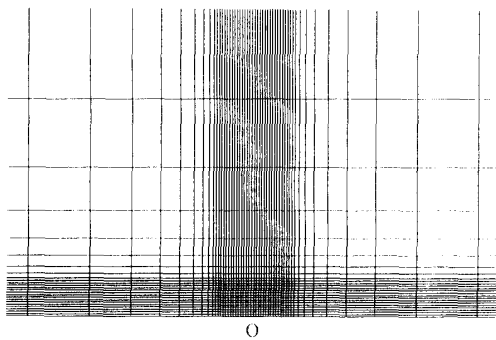


Fig. 5 Grid near the y axis

に比例関係があることがわかり、式(12)を満たしていることが示された。なお、解析解では得られていない直線の傾きは、それぞれ 0.67, 0.002 である。

6.2 数値的振動について  $Ra, Fr$  が大きい場合、レギュラー格子を用いた計算では圧力や速度分布に数値的な振動が見られた。図 7 は、図 3 のケースを  $Ra=10^6$ ,  $Fr=0.8$ ,  $Pr=0.71$  として計算した結果である。左図は  $v^{(0)}$  の等値線であり、右図は左図の枠内の速度ベクトルを拡大して示している。レギュラー格子を用いた結果 [図 7(a)] では、速度ベクトルの方向が一行おきに変化し、振動が起きている。この振動は、時間刻みを変化させてもあまり改善されなかった。一方、スタガード格子を用いた結果 [図 7(b)] には、このような振動は現れていない。図 7 から、スタガード格子を用いることにより、計算結果の数値的振動が抑えられたことがわかる。

6.3 二つの平行熱源による熱対流 6.1 節において十分な検証が得られたため、図 3 の熱対流現象をいろいろなパラメータ値に対して計算し、その結果を

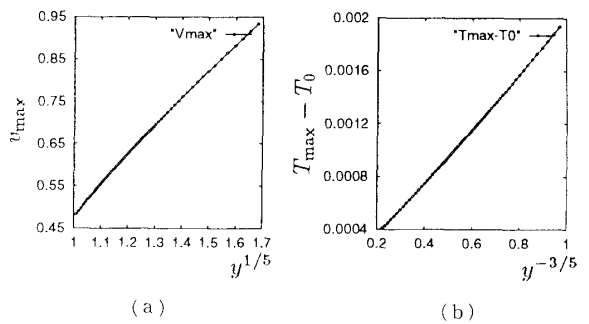


Fig. 6 Comparison with analytic solution

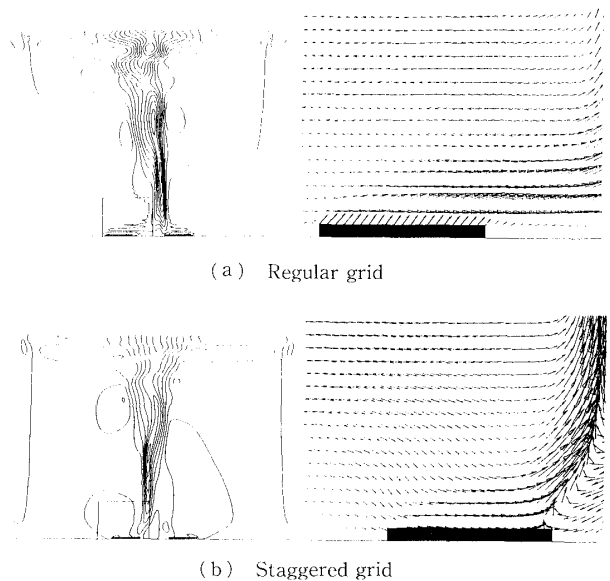


Fig. 7  $Ra=10^6$ ,  $Fr=0.8$ ,  $Pr=0.71$

調べた。ただし、 $Pr$  は 0.71 に固定している。

図 8 は、 $\Delta T=10^\circ\text{C}$  の場合を想定し、

$$Ra = \frac{\Delta\rho g L_0^3}{\rho_0 \nu_0 \alpha_0} = \frac{gL_0^3}{\nu_0 \alpha_0} \cdot \frac{\Delta T}{T_0 + \Delta T}$$

$$= 10^6 \cdot \frac{10}{300 + 10}$$

$$Fr = \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\Delta T}{T_0 + \Delta T}} = \sqrt{\frac{10}{300 + 10}}$$

としたときの結果である。なお、 $Ra$  の  $\Delta T$  に依存しない部分は  $10^6$  としている。この場合、二つの熱源から生じたブルームは一つに合流し、 $t=150$  の状態で定常となった。流れは中心線に関して対称性を保っている。なお、二つのブルームが合流する現象は、コアンダ効果として知られている<sup>(10)(11)</sup>。

図 9 は、 $\Delta T=1\,000^\circ\text{C}$  を想定し、

$$Ra = 10^6 \cdot \frac{1\,000}{300 + 1\,000}, \quad Fr = \sqrt{\frac{1\,000}{300 + 1\,000}}$$

としたときの結果である。二つの熱源から発生したブルームは、コアンダ効果により一つに合流する [図 9(a)] が、そのまま定常状態にはならず、各熱源から

周期的にブルームが発生する [図 9(b)]。二つのブルームは、はじめのうちは、ほぼ同時に発生し、合流して上昇する、ということを繰り返すが、時間が経過するにしたがい左右の発生周期がずれて、流れは中心に関して非対称になった [図 9(c)]。

$Ra$  と  $Fr$  をさまざまに変化させて計算した結果を表 1 に示す。流れには、(1) 図 8 のように中心に関して対称性を保ったまま定常状態となるもの、(2) 非定常であるが、左右のブルームがいつまでもほぼ同時に発生し、対称性が保たれるもの、(3) 図 9 のように左右のブルームの発生周期がずれて非対称になるものがあつた。このため、この点に着目して結果をまとめている。表 1 から、ブシネクス近似では表現できない浮力に関するパラメータ  $Fr$  の値によって、誘起される流れが異なることがわかる。また、各パラメータの値と流れの関係もとらえることができた。

なお、図 7~9 は見やすくするために中心付近および地面付近を拡大して示している。

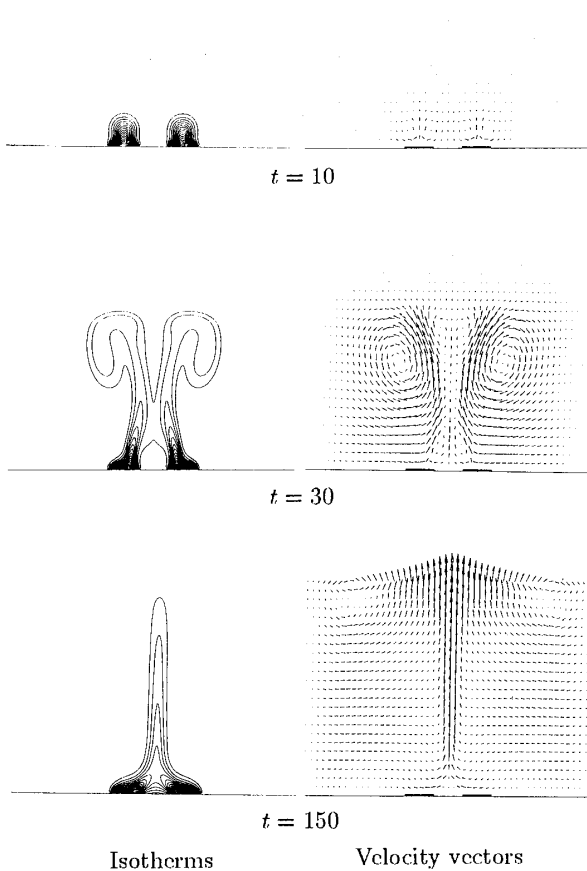
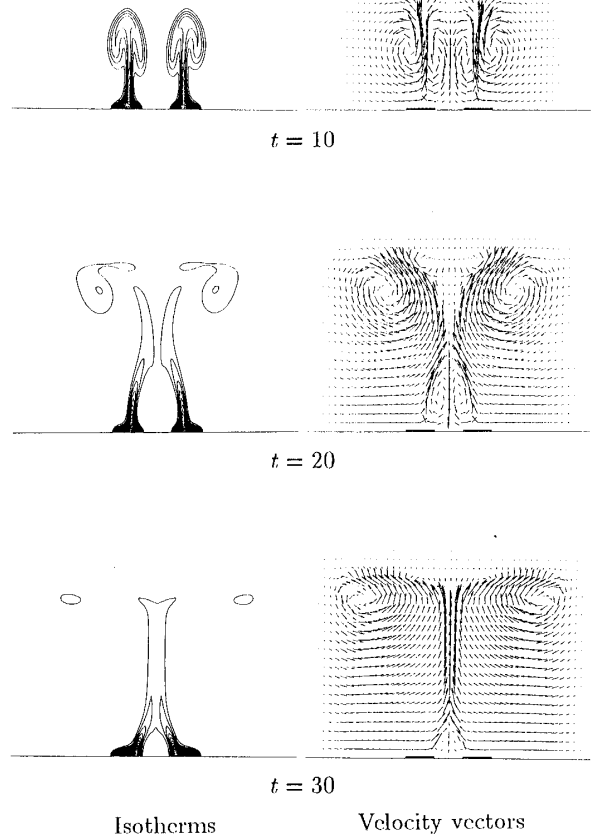


Fig. 8  $\Delta T=10^\circ\text{C}$ ,  $Ra \approx 3.3 \times 10^4$ ,  $Pr=0.71$



(a)  $\Delta T=1\,000^\circ\text{C}$ ,  $Ra \approx 7.7 \times 10^5$ ,  $Pr=0.71$

Fig. 9 (1/2)

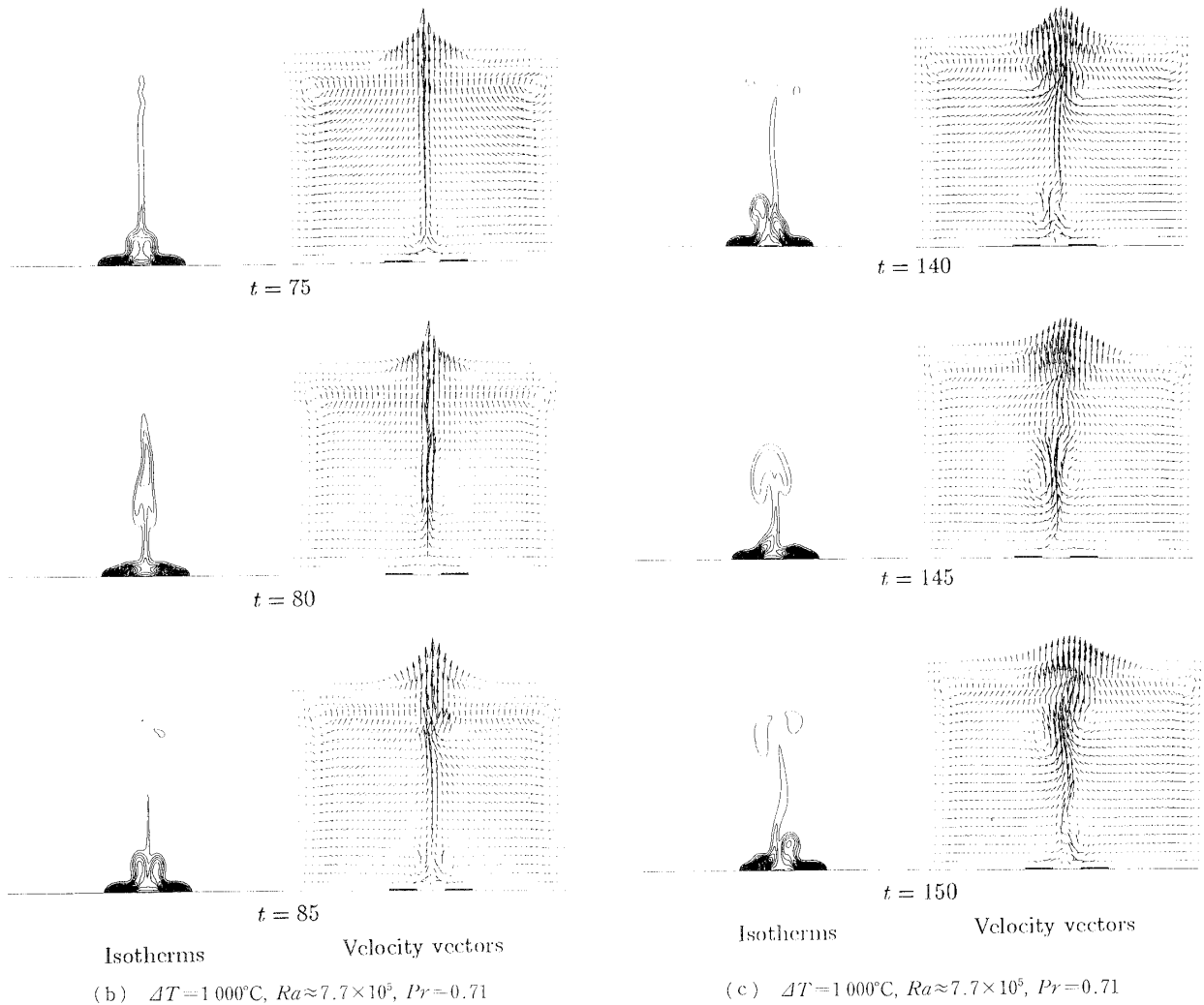


Fig. 9 (2/2)

Table 1

Ra\Fr	0.1	0.3	0.5	0.7	0.8
$10^4$	○	○	○	○	○
$5 \times 10^4$	○	○	○	△	×
$10^5$	△	△	△	×	×
$5 \times 10^5$	△	△	△	×	×
$10^6$	×	×	×	×	×

○ : Steady Symmetric Solution  
 △ : Unsteady Symmetric Solution  
 × : Unsteady Asymmetric Solution

7. ま と め

現実の火災への応用を念頭におき、温度差が大きい場合にも適用できる低マッハ数近似を用いて平行熱源による熱対流の数値計算を行い、次のような結論を得た。

(1) 一つの熱源から生じるプルームの計算を、層

流を仮定して行い、得られた計算結果を解析解と比較してよい一致を得た。このため、本研究で用いた計算方法は正しいものと判断できた。

(2) レギュラー格子を用いた計算では、圧力や速度分布に数値的な振動が見られたが、スタガード格子を用いることにより、この振動を抑えることができた。

(3) 二つの平行熱源によって誘起される流れについて調べ、温度差やその他のパラメータにより、流れの様子が異なることがわかり、パラメータによる流れの分類ができた。また、すべての場合において、二つのプルームが一つに合流するというコアンダ効果が見られた。

なお、この研究の一部は、文部省科学研究費基盤研究B(2)(09558049)の補助を受けて行った。

文 献

(1) Gray, D. and Giorgini, A., *Int. J. Heat Mass Transf.* 19

- (1975), 545-551.
- (2) 岩津玲磨・土井暁・河村哲也, 日本建築学会大会梗概集, (1996), 513-516.
- (3) 岩津玲磨・玄在民, 第10回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1996), 296-297.
- (4) McMurtry, P. A., Jou, W. H., Riley, J. J. and Metcalfe, R. W., *AIAA J.*, **24** (1986), 962-970.
- (5) Rehm, R. G. and Baum, H. R., *J. Res. Nat. Bureau Stand.* **83** (1978), 297-308.
- (6) 堀端康善, *ながれ*, **9** (1990), 170-183.
- (7) Zhong, Z. Y., Yang, K. T. and Lloyd, J. R., *J. Heat Transf.* **107** (1985), 133-138.
- (8) Farouk, B. and Fusegi, T., *J. Thermophys.*, **3-1** (1989), 85-87.
- (9) Harlow, F. H. and Welch, J. E., *Phys. Fluids.* **8-12** (1965), 2182-2189.
- (10) Gebhart, B., Pera, L. and Schorr, A. W., *Int. J. Heat Mass Transf.* **13** (1969), 161-171.
- (11) Tritton, D. J., *Physical Fluid Dynamics.* (1988), 186-188, Oxford University Press.
- (12) Pera, L. and Gebhart, B., *J. Fluid Mech.*, **68** (1975), 259-271.
- (13) 木村竜治, 地球流体力学入門, (1983), 105-106, 東京堂出版.
- (14) 菅牧子・河村哲也・岩津玲磨, 日本流体力学会年会'97講演論文集, (1997), 463-464.
- (15) 菅牧子・河村哲也・岩津玲磨, 第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, (1997), 505-506.
- (16) 菅牧子, お茶の水女子大学大学院数理・情報科学専攻修士論文集, (1998).