

## 砂面上に立てられた円柱まわりの流れと砂の動きの数値的研究\*

河村 哲也\*<sup>1</sup>, 菅 牧子\*<sup>2</sup>, 林 農\*<sup>3</sup>Numerical Study of the Flow and the Sand Movement  
around a Circular Cylinder Standing on the Sand

Tetuya KAWAMURA, Makiko KAN and Tsutomu HAYASHI

The flow around a circular cylinder standing on the sand is computed numerically and the movement of the sand is investigated. The numerical method employed in this study can be divided into three parts: (1) calculation of the air flow around the cylinder using MAC method with a generalized coordinate system; (2) estimation of the sand transfer caused by the flow through the friction; (3) determination of the shape of the ground. Since the computational area is changed due to the step (3), this procedure has to be repeated for the next time step. From this simulation, it is found that the horseshoe vortex scoops out the ground in front of the cylinder and that the wake makes the sand accumulate in the rear region. The dented region becomes deeper as the cylinder leans to the windward.

**Key Words:** Computational Fluid Dynamics, Incompressible Flow, Finite Difference Method, Sand Transfer by the Flow, Yawed Circular Cylinder, Horseshoe Vortex

## 1. はじめに

観測のため砂丘に立てられた杭が強風のあと常識に反して風上側に倒れていることがある。また中国の沙漠地方で砂の上に置かれた大きな水瓶が強風のあと風上側に倒れていたことがあるという。この現象は物体が風圧のために倒れるのではなく、別の原因があることを示唆している。

平面上に立てられた円柱まわりの流れでは、図1のように、円柱の前半部を取り囲み、後部では円柱から離れるU字形の渦ができることが実験や数値計算から知られている。この渦は馬てい形渦または首飾り渦とよばれている。物体が風上側に倒れる原因は、この馬てい形渦と類似の渦が物体前面の砂を掘り起こすため、物体がバランスをくずして、地面のへこんだ風上側に倒れるのではないかと考えられる。このことを林らは風洞実験により明らかにした<sup>(1)</sup>。

橋の橋脚においてもこれと似た状況が起こると考え

られている。すなわち河川の底には砂がたい積しているが、橋脚にはつねに一定方向から水が衝突しているため、上流側の川底が掘られる。これを洗掘とよんでいる。

このような実用的な立場以外にも、ここでとりあげる問題は、流れによる砂の輸送と構造物まわりの流れとの相互作用という物理的な側面から見ても興味ある問題である。すなわち、空気や水の流れによって砂が輸送され、砂丘や川底の地形が変化し、その変化がまた流れに影響を及ぼす。しかもその現象が構造物の存在によって強調されたり弱められたりすることがあるからである。実際に杭や水瓶が倒れることを考える

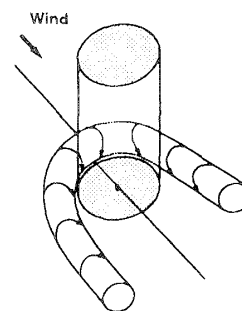


Fig. 1 Schematic figure of the horseshoe vortex generated by a circular cylinder

\* 原稿受付 1998年6月22日。

<sup>1</sup> 正員, お茶の水女子大学大学院人間文化研究科(☎112 8610 東京都文京区大塚2-1-1)。

<sup>2</sup> 学生員, お茶の水女子大学大学院。

<sup>3</sup> 正員, 鳥取大学工学部(☎680-8552 鳥取市湖山町南4-101)。  
E-mail: kawamura@is.ocha.ac.jp

と、この場合には流れによって前面が掘り下げられるという現象が、物体の存在により強調されたものと考えられる。

風による砂の輸送の研究は、Bagnoldの先駆的な研究<sup>(2)</sup>に始まる。Bagnoldは世界各地に見られる砂丘の特徴的な形態を風による砂の輸送と関連づけて述べている。また、風速と砂の輸送量の関係を実験的に定めている。その後、いろいろな研究者によって、この関係式が、修正または精密化されている。以上のような状況から、数値シミュレーションによって砂丘の動きを模擬し、各地の砂丘形態を説明しようとする研究もある<sup>(3)</sup>。しかし、砂の動きと構造物の相互作用について数値的に調べた研究は見あたらない。

以上のような状況をふまえ、本論文では、数値シミュレーションを用いて、砂の上に立てられた円柱まわりの流れと流れによる砂の動きについて調べることが目的とする。

## 2. 記号

- $C$ : 砂輸送方程式の比例定数  
 $g$ : 重力の加速度  
 $h$ : 砂面に垂直方向に測った高さ  
 $p$ : 圧力  
 $t$ : 時間  
 $u_*$ : 摩擦速度  
 $u_{*t}$ : 限界摩擦速度  
 $(X, Y)$ : 砂面に接する局所座標系  
 $n$ : 砂面の単位外向き法線ベクトル  
 $u$ : 速度ベクトル [成分  $(u, v, w)$ ]  
 $u_*$ : 摩擦速度ベクトル  
 $U$ : 砂面に平行な面内の速度ベクトル  
 $q$ : 砂輸送量ベクトル  
 $x$ : 空間座標ベクトル  
 $\Delta t$ : 時間刻み  
 $\nu$ : 動粘性係数  
 $\rho$ : 空気の密度  
 $\rho_s$ : 砂の密度  
 $\tau$ : 計算面における時間  
 $(\xi, \eta, \zeta)$ : 計算面における空間座標  
 (半径方向, 周方向, 高さ方向)

## 3. 計算方法

本研究ではシミュレーションを次の3段階にわけて行った。

(1) 砂面上に立てられた円柱まわりの流れの計算。

(2) 表面摩擦の計算およびそれを用いた砂の輸送量の推定。

(3) 砂の輸送による砂面形状の変化の見積もり。  
 なお、最後のステップによって流れの領域形状が変化するため、上記の3段階の計算を時間ステップごとに繰返す必要がある。以下、それぞれのステップについて簡単に説明する。

**3.1 円柱まわりの流れ場の計算** 本研究では簡単化のため流れは層流と仮定した。実際の現象は乱流領域で起こっており、最終的には乱流計算を行う必要がある。しかし、円柱まわりの流れは後流部分に大きな離れを伴う複雑な非定常現象であり、そのような現象を乱流モデルで表現すること自体が大問題であるため、本研究のような第1段階の計算では乱流としての取扱いは避けた。このとき、流れは以下に示す非圧縮性ナビエ・ストークス方程式に支配される。

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (2)$$

式(1)が連続の式、式(2)が運動方程式である。

三次元の計算であるため、計算法として標準的なMAC法を用いた。すなわち、式(2)の発散をとり、式(1)を考慮して得られる圧力のポアソン方程式

$$\Delta p = \rho \{-\operatorname{div}[(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}] + \operatorname{div} \mathbf{u} / \Delta t\} \quad (3)$$

(右辺最終項は補正項で  $\Delta t$  は時間刻み)および式(2)が基礎方程式になる。与えられた速度場から式(3)を用いて圧力場を計算し、式(2)から新しい速度場を計算する。

砂の移動によって砂面形状が複雑に変化する。このような砂面形状を正確に計算にとりこむために方程式は一般座標で表現した(図2)。ただし、時間的に形状が変化するため、計算には時間依存性のある座標変換

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta, \tau), \quad t = t(\tau) \quad (4)$$

を用いた。式(4)を用いて式(2)、(3)を等間隔直交格子に変換する。

変換した方程式の差分化において、ナビエ・ストークス方程式の非線形項は三次精度上流差分を用いて近似し、それ以外の空間微分はすべて中心差分で近似した。また時間積分にはオイラー陽解法を用いた。

初期条件は全領域において  $x$  方向に一樣流  $u=1.0$  m/s を与えた。速度の境界条件は以下のようにした。  
 砂面上: 粘着条件 ( $u=v=w=0$ )

円柱上: 粘着条件 ( $u=v=w=0$ )

上方境界: 滑り壁条件 ( $\partial u / \partial z = \partial v / \partial z = 0, w=0$ )

遠方境界: 一樣流 ( $u=1, v=w=0$ )

圧力に関する条件は、ナビエ・ストークス方程式(2)

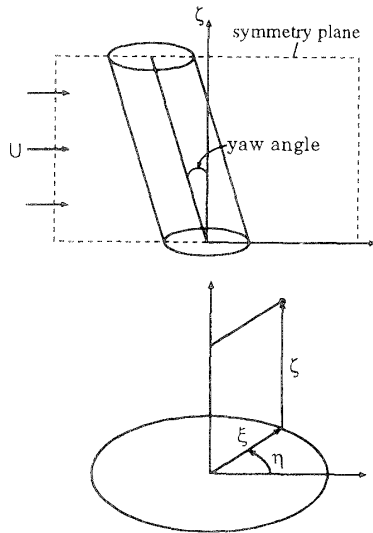


Fig. 2 Definition of the variables and so forth

に速度の条件を代入して得られる式を計算面に変換して用いた。例えば、砂面上の条件は、

$$\frac{\partial p}{\partial \zeta} = \nu \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \Delta u + \frac{\partial y}{\partial \zeta} \Delta v + \frac{\partial z}{\partial \zeta} \Delta w \right)$$

となる。ただし  $\Delta$  は一般座標で表したラプラシアンである。

**3・2 砂の輸送量の推定** Bagnold らの研究によれば、風による砂の輸送形態として以下の3種類がある。すなわち、表面を転がりながら輸送される surface creep, 跳んできた砂粒が別の砂粒にぶつかりその砂粒を跳ね上げるということを繰り返す saltation (跳躍), 空中を漂いながら輸送される suspension の3種類である。そして、この中のどれをとるかは砂の粒径や風の強さによることが知られている。このうち、実際の砂丘における砂の粒径や風速から、saltation が砂の輸送にもっとも寄与すると考えられるので、本研究では砂の輸送は saltation のみによるとして取扱った。

風による表面摩擦速度  $u_{*t}$  と saltation による輸送量  $q$  の間の定量的な関係として、Bagnold<sup>(2)</sup> は

$$q = C_1 \frac{\rho}{g} u_{*t}^3$$

を提案している。さらに河村<sup>(4)</sup> は

$$q = \begin{cases} C_2 \frac{\rho}{g} (u_* - u_{*t})(u_* + u_{*t})^2, & u > u_{*t}, \\ 0, & u \leq u_{*t} \end{cases}$$

また Lettau<sup>(5)</sup> は

$$q = \begin{cases} C_3 \frac{\rho}{g} u_{*t}^2 (u_* - u_{*t}), & u > u_{*t}, \\ 0, & u \leq u_{*t} \end{cases}$$

を提案している。ここで  $C_1, C_2, C_3$  は実験によって定

まる定数であり、 $u_{*t}$  は砂が移動を開始する限界摩擦速度である。いずれにせよ、 $u_*$  が大きい場合には

$$q \propto u_*^3$$

となる。砂面は二次元であるため、砂輸送量はベクトル  $\mathbf{q}$  で表される。そこで本研究では上式を二次元に拡張し、

$$\mathbf{q} = C |\mathbf{u}_*|^2 \mathbf{u}_* \dots \dots \dots (5)$$

とした式を用いた。比例定数  $C$  の選び方については後述する。また、摩擦速度ベクトル  $\mathbf{u}_*$  は

$$|\mathbf{u}_*| = \sqrt{\nu |\nabla \mathbf{U}| \cdot \mathbf{n}}, \quad \mathbf{u}_* \parallel \mathbf{U} \dots \dots \dots (6)$$

としている。式(6)の  $\mathbf{n}$  は砂面の単位外向き法線ベクトルであり、 $\nabla \zeta / |\nabla \zeta|$  と等しい。また  $\mathbf{U}$  は砂表面に平行な方向の速度であり、これは砂面にもっとも近い格子点での速度  $\mathbf{u}_1$  を用いて

$$\mathbf{U} = \mathbf{u}_1 - (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \dots \dots \dots (7)$$

から計算できる。式(6)の  $\nabla \mathbf{U}| \cdot \mathbf{n}$  は、この  $|\mathbf{U}|$  を砂面に垂直な方向に微分することを意味している。

**3・3 砂面形状の計算** 式(5)によって砂が輸送され、その結果、砂面の形状が変化する。形状の変化は砂の質量の保存から計算できる。砂面に沿った局所座標をとり、 $x$  方向を  $X$ ,  $y$  方向を  $Y$ , また  $h$  を砂面に垂直に測った距離とすれば、微小領域における  $h$  の時間的な増加はその領域での砂の正味の流入量に等しいため

$$\rho_s \frac{dh}{dt} = - \frac{\partial q_1}{\partial X} - \frac{\partial q_2}{\partial Y} \dots \dots \dots (8)$$

[ $\rho_s$  は砂の密度,  $(q_1, q_2)$  は  $\mathbf{q}$  の  $X, Y$  成分] が成り立つ。式(8)から  $\Delta t$  時間での高さ変化  $\Delta h$  が得られるので、これを  $n$  ステップでの高さに加えることにより、 $(n+1)$  ステップでの新しい砂面が計算できる。

砂面がとりうる傾斜角には最大値があることが知られている。その最大値を安息角とよんでいる。安息角は、砂粒の大きさや砂面の湿りかたなど表面の状態に依存するが、おおよそ  $30^\circ$  程度である。もし砂面の傾斜角が安息角を超えれば砂は滑り落ちるため、傾斜角が安息角を超えることはない。一方、式(8)により砂面形状を決定する場合に、最大傾斜角が安息角を超えることがある。そこで、計算のなかで安息角を超えた場合には、砂を人工的に移動させて安息角になるように修正する。具体的には、砂面上の隣接した格子、対角線方向の格子間の傾斜を順に調べていき、安息角以上のものがあれば砂の全体量の保存を考慮して、高さを変化させる。なお時刻  $\Delta t$  は一般に十分小さいため、1回の移動量は大きくはない。そこで、ある瞬間に安息角を超えても、超えた角度は小さいため、それを強制的に安息角にしても大きな誤差は生じないと

考えられる。

#### 4. 計算結果と考察

**4・1 平面上に立てられた円柱まわりの流れ** はじめに砂の移動のシミュレーションを行うための初期条件を得る目的で、砂を移動させずに平面上に立てられた円柱まわりの流れのシミュレーションを行った。

円柱の直径を0.5 m, 円柱の高さを5.0 mとし、遠方境界として5.0 mの半径の円柱面をとった。格子数は円周方向に40, 半径方向に40, 軸方向に20である。このとき、円周方向は等間隔としたが、半径方向と軸方向ではそれぞれ内側と砂面に近づくほど細くなるような格子を用いた。最小格子幅および最大格子幅は半径方向では0.021 m, 0.35 m, 軸方向では0.031 m, 0.56 mである。図3に本計算で用いた格子の一部分を示す。

以下に $\nu=0.001 \text{ m}^2/\text{s}$ で $\Delta t=0.0025 \text{ s}$ としたときの10000ステップでの計算結果を示す。

図4は、砂面近くの $z=0.07 \text{ m}$ における渦度ベクトルを上空から見た平面図である。図4から、円柱を取り巻くようにU字形の渦ができていくことがわかる。

図5は対称面(図2)での瞬間速度ベクトルを示している。ただし今後、対称面とはこの面を指すことにする。円柱上流側の砂面近くに渦を巻いている部分が見

られるが、これが馬てい形渦の横断面である。

図6(a), (b)は砂面と平行な断面内での瞬間速度ベクトルである。図6(a)は砂面近くの $z=0.04 \text{ m}$ における断面である。円柱のまわりには、他の部分と比べて強い流れが現れている。図6(b)は $z=2.4 \text{ m}$ での断面内の速度ベクトルであり、砂面の影響は少ない。

**4・2 砂の移動を考慮に入れた計算** 砂面を固定して得られた円柱まわりの流れを初期条件にして、砂の移動の計算を行った。式(5)における定数 $C$ は、粒子の直径や質量、砂面の状態などによって定まる定数とされているが、正しい値は求まっていない。計算において $C$ を大きくしすぎると、砂の移動が活発になり、saltationが砂移動の主要な要因と考えられな

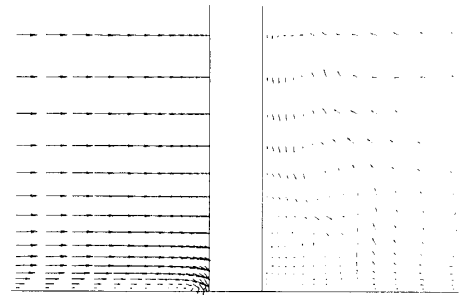


Fig. 5 Instantaneous velocity field in the plane including the axis of the cylinder

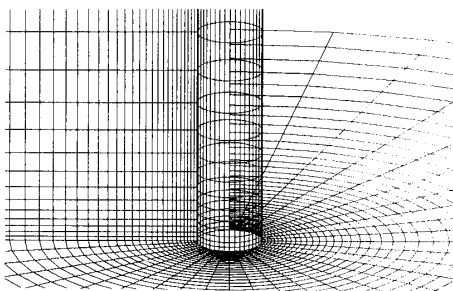


Fig. 3 Grid system

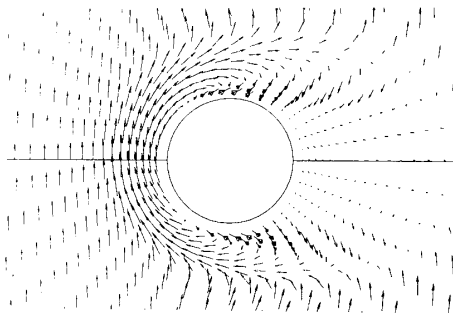
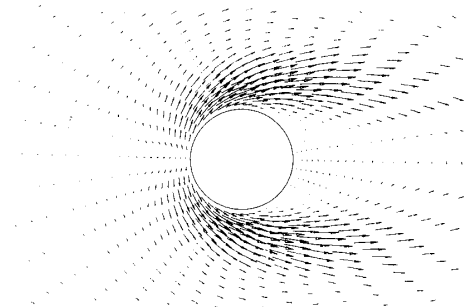
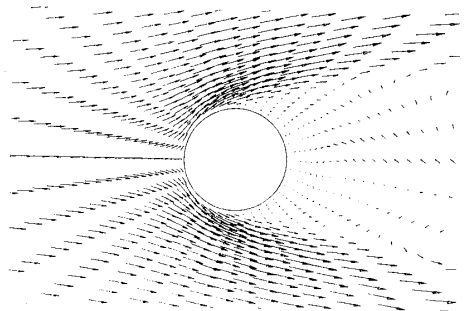


Fig. 4 Instantaneous vorticity vector near the ground (top view)



(a)  $l=2$  ( $l$  is the grid number in  $\zeta$  direction)



(b)  $l=16$

Fig. 6 Instantaneous velocity field in the plane parallel to the ground

くなる。一方、 $C$  が小さいと明らかな砂面形状の変化が現れるまでに、長い時間ステップの計算が必要になる。 $C$  の値については、今後、実験結果と比較して調べていく予定であるが、今回は  $C=900(\text{kg}\cdot\text{s}^2)/\text{m}^4$  として計算を行った。

図7は対称面内の速度ベクトルおよび砂面形状を時間発展的に示した図である。図7(a), (b), (c)はそれぞれ砂移動開始後12.5, 62.5, 112.5sに対応する。時間が経過するに従い、円柱前部の砂が掘られるとともに、その領域が広く深くなっていく。それに伴い馬てい形渦も目だつようになる。一方、円柱後流部に砂がたい積し、その量が時間とともに増えていく様子がわかる。

図8は  $t=112.5\text{s}$  での砂面の等高線図をななめ上空から見た鳥かん図である。図8から砂面の凹凸の空間的な構造が見て取れる。

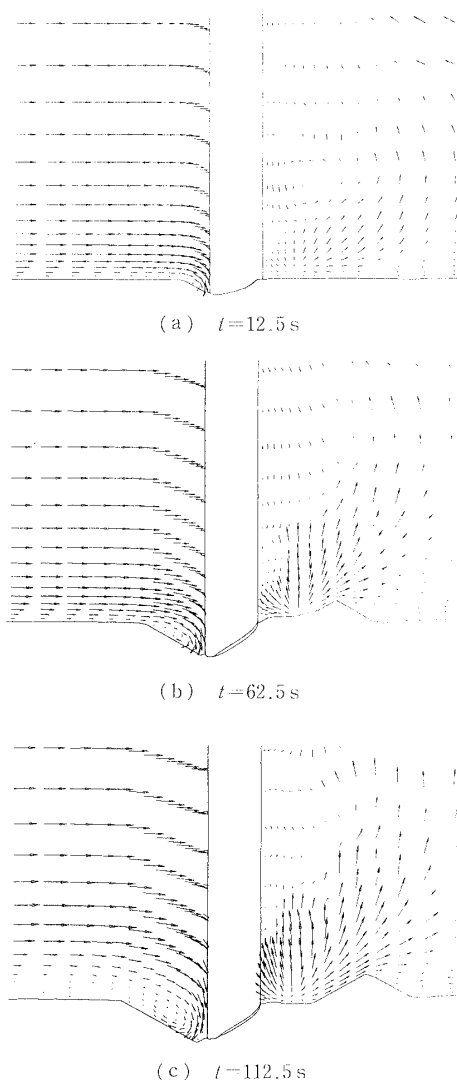


Fig. 7 Time development of the shape of the ground and the velocity field in the plane of symmetry

図9は砂面から0.04 mの高さにおける速度ベクトルをななめ上空から見た図である。円柱の風上側にできた溝の斜面を上昇する流れと、円柱の側面を通過して風下側に行く流れがあり、これが円柱まわりの砂を浸食するメカニズムであると考えられる。

参考のため、図10に目視で得られた観測結果<sup>(1)</sup>を示す。この観測結果には具体的な数値の記述がないため、本研究との定量的な比較はできないが、定性的な一致は良好である。

**4.3 円柱を傾斜させた場合** 次に、円柱を風上側および風下側に  $30^\circ$  傾斜させて砂の移動に与える影響を調べた。図11, 12は、砂移動開始後112.5sにおける対称面内の速度ベクトルと砂面の等高線の計算結

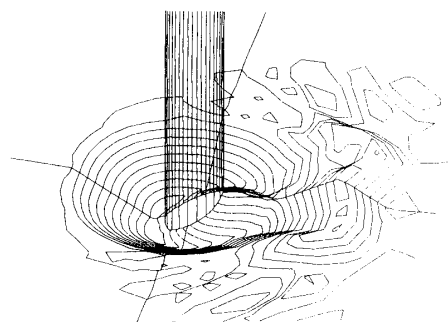


Fig. 8 Contours of the sand surface (a bird's-eye view)

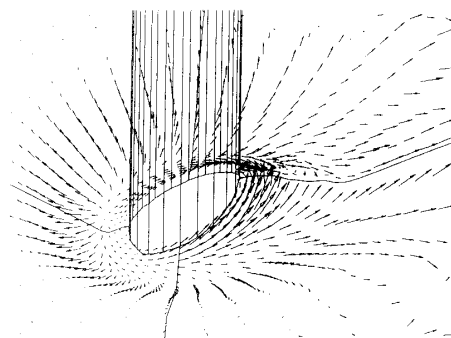


Fig. 9 Velocity vectors in the plane parallel to the ground (a bird's-eye view)

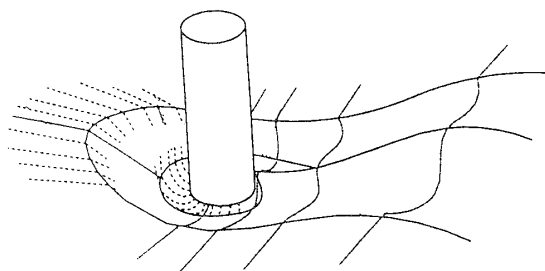


Fig. 10 Observation of the sand shape around the circular cylinder

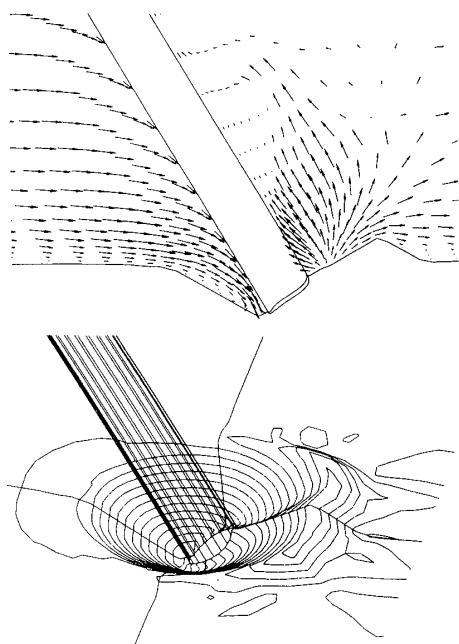


Fig.11 Velocity vectors in the symmetry plane and contours of the sand surface (yaw angle is  $30^\circ$ )

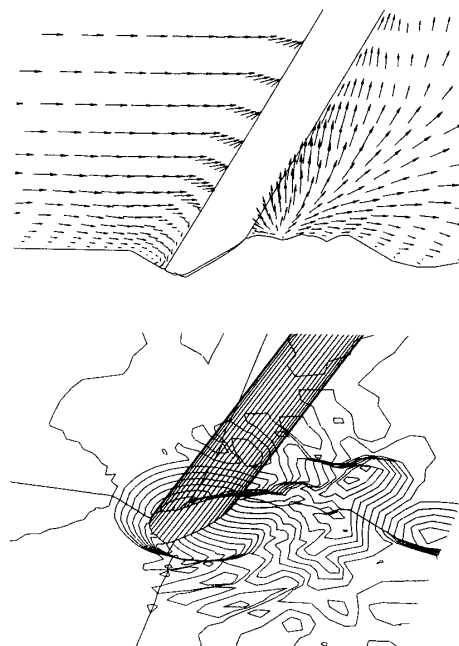


Fig.12 Velocity vectors in the symmetry plane and contours of the sand surface (yaw angle is  $-30^\circ$ )

果である。さらに、表1に傾斜円柱に対する砂面の最小、最大の高さをまとめている。これから、円柱を風上側に倒した場合、円柱前面の砂がより深く掘られることがわかる。

## 5. ま と め

本研究では砂面上に立てられた円柱まわりの層流計算を、流れによる砂の移動を考慮して行った。そのとき、このような流れや現象を取扱う一つの方法を示した。表面摩擦と砂の移動量として Bagnold が提案した関係を用いた。結論をまとめると以下になる。

(1) シミュレーションの初期条件を得る目的で、砂面を固定した計算を行った結果、砂面近くの円柱の上流側まわりを取り囲むように顕著な馬てい形渦が形成されることが確認された。

(2) (1)の流れを初期条件にして、砂の移動を考慮した非定常計算を行った。その結果、馬てい形渦が円柱前面の砂を掘り起こし、円柱前面にへこんだ部分をつくり、その深さと大きさが時間とともに増大することがわかった。さらに円柱後流部では砂のたい積がみられ、盛り上がった部分を形成した。

(3) 円柱まわりの砂の浸食、たい積は、円柱を風上側に傾斜させた場合に増大することがわかった。

Table 1 Maximum and minimum height of the sand surface for various yaw angle

|             | $z_{\min}$ (m) | $z_{\max}$ (m) |
|-------------|----------------|----------------|
| $30^\circ$  | -0.535         | 0.227          |
| $0^\circ$   | -0.447         | 0.302          |
| $-30^\circ$ | -0.276         | 0.307          |

今後の課題として、計算法に関しては砂の輸送量のモデルとして Bagnold 以外のモデルを検討すること、乱流の効果を取り入れることがあげられる。また物理現象に関しては、円柱以外の物体などで計算を行うことがあげられる。

なおこの研究は文部省科学研究費基礎研究 c(2) (課題番号 08680549) の補助を受けて行った。

## 文 献

- (1) Hayashi, T., Waka, R. and Kamichika, M., *Proc. 1994 MIE Int. Forum Symp. - Global Environ., Friendly Energy Technol.*, (1994), 385-389.
- (2) Bagnold, R. A., *Proc. R. Soc., Ser. A*, **157**(1936), 594-620.
- (3) Wippermann, F.K. and Gross, G., *Boundary-Layer Meteorol.*, **36**(1986), 319-334.
- (4) 河村龍馬, 東京大学理工学研究所報告, **5**(1951), 95-112.
- (5) Fryberger, S. G., *NASA Geolog. Survey Profess. Paper*, 1052(1979), 137-170.