式の意味を考える

―多角形の内角の和を求める授業を通して―

河　合　紗由利

Ⅰ　研 究 の 目 的

算数の学習に対して，正しく計算できればいい，問題を速くたくさん解ければいいといった考え方を持っている場合がある。また，正しい知識をたくさん知っていることがよいことだと捉えている児童もいる。特に，公式のように一般化された式を知っている児童の中には，式を暗記し計算することはできるものの，式の表している意味をあまり理解できていないことがある。公式を知っているということは悪いことではないが，式だけを形式的に捉えるのではなく，なぜその式になったのか，その式が表している事柄は何なのかを知り，活用できるようになることこそが重要であると考える。

式の意味を考えるためには，式が表す事柄を丁寧に捉え問題場面や図などと関係づけながら考えることが必要になる。

そこで，第５学年の「多角形の角の大きさの和」において，一般的に多角形の内角の和を求める公式とされている「180×（ｎ－２）」を扱う実践を行うこととした。この式はそのまま読んだのでは解釈することが難しく，図形と関係づけながら式の表す事柄を捉えていく必要がある。また，図形の学習を背景として式を読み取らせることで，授業者が式をよく読むように児童に指示するのではなく，児童自ら式と図形を関係づけようとすることができると考えた。そして，実践を通して，児童がどのように式と図形を関係づけていくのか，式の表す事柄をどのように捉えていくのかを分析することを目的とする。

Ⅱ　指導内容の省察

１　現状の指導内容

本実践では，第５学年の「多角形の角の大きさの和」を扱うこととした。

多角形（ｎ角形）の内角の和を求める公式として，一般的に

180×（ｎ－２）

が知られている。

小学校学習指導要領解説算数編より第３章，第５節，第５学年の目標及び内容より「多角形についての簡単な性質」について以下に引用する。

> イ　多角形についての簡単な性質
>
> 多角形とは，三つ以上の直線で囲まれた図形である。例えば，６本の直線で囲まれた図形を，六角形という。ある図形について，いつでも成り立つような事柄がある。そうしたものを図形の性質という。例えば，三角形については，どんな三角形でも，三つの角の大きさを 加えると180度になる。これは，三角形のもつ性質である。また，四角形については，どんな四角形でも，四つの角の大きさを加えると 360度になる。これは，四角形のもつ性質である。この性質は，三角形の三つの角の大きさを加えると 180度になるという性質を用いて説明することができる。さらに，五角形についても，三角形のこの性質を用いると，五つの角の大きさを加えると540度になることが分かる。このように，三角形や四角形など多角形の性質について理解できるようにする。

小学校第５学年では，多角形の性質について理解すること，三角形の性質や四角形の性質を一般化することがねらいであり，ｎ角形の内角の和，言い換えると多角形の内角の和を求めることまでは求められていない。実際の教科書を見ると，五角形や六角形だけでなく，七角形，八角形など多数の多角形が扱われている。そして，それらの角の大きさの和を表にまとめられ，一般化を想定していると捉えることのできる表現が見られるものの，ｎ角形の内角の和を求めることまでは行なわれていない。

つまり，三角形，四角形などの図形を用いてそれぞれの図形の性質を捉えることが求められており，それらの具体的な図形から，多角形の性質という一般化された抽象的な内容を理解することが求められていると捉えることができる。

２　教材研究

ｎ角形の内角の和を求めるには，一般的に以下に示す①の式で表現されることが多い。

180×（ｎ－２）　　　・・・①

ここで，①の式に対して小学校第５学年段階での解釈を考え，整理しておく。

⑴　180×（ｎ－２）＝180×ｎ－360をする場合

①の式を展開すると

180×（ｎ－２）＝180×ｎ－360

となる。右辺の式を

180×ｎ－360　　　・・・②

②とする。②の180，ｎ，360が何を表すか考えると，180は三角形の内角の和を表していると捉えることができる。するとｎは三角形の個数となる。

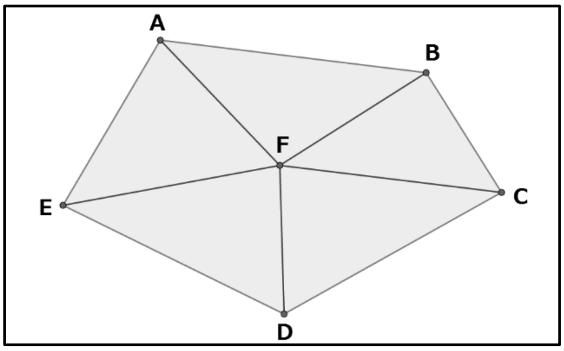

図１

図１のように見ると，ｎとしてあらわされる三角形の個数は，△ＡＢＦ，△ＢＣＦ，△ＣＤＦ，△ＤＥＦ，△ＥＡＦの５個となる。このように見ると，それぞれの三角形は，辺ＡＢ，辺ＢＣ，辺ＣＤ，辺ＤＥ，辺ＥＡに対応していると見ることができる。ｎ角形の場合，辺の数はｎ本であり図１のように区切ってできる三角形の個数はｎ個になると言える。

ｎ個の三角形の内角の和を求めるために180×ｎとし，②の式と比較すると360度余分であるとわかる。そして図１を見ると，点Ｆの周りの角が余分となっている。つまり，②の式で使われている360が，点Ｆの周りの角の大きさ360度と解釈することができる。

よって②の式は

180×ｎ－360

（三角形の内角の和）×（三角形の個数）－（点Ｆの周りの角の大きさ）

と解釈することができた。

⑵　180×（ｎ－２）のまま考える場合

先に示した①の式をもとに考える。180は，三角形の内角の和と考えることができる。すると「ｎ－２」は三角形の個数となる。

なぜ三角形の個数が「ｎ－２」個できるのかを考えていく。

図２のように補助線を引くと，できる三角形は，△ＡＢＣ，△ＡＣＤ，△ＡＤＥの３個となり，三角形の個数は「ｎ－２」個となっている。この図をもとに考えていく。

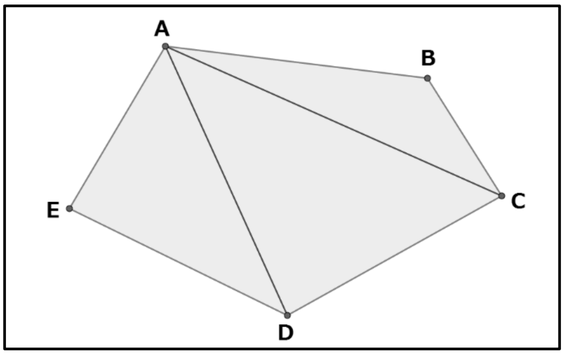

図２

①　頂点を観点とする場合

点Ａから対角線を引くと，点Ｃと点Ｄに向かってのみ引くことができる。言い換えると，点Ａから引くことのできる対角線は，点Ｃと点Ｄに向かって引く２本のみと捉えることができる。点Ａを通る対角線は，点Ａ自身に向かっては引けないこと，点Ｂ，点Ｅに向かって引いた直線は，それぞれ辺ＡＢ，辺ＡＥと一致するため対角線とは言えないことがわかる。

ｎ角形の場合で考えると，特定の頂点から，特定の頂点自身と，その両隣の頂点２点，合計３点の頂点に向かっては対角線を引くことができない。つまり，特定の頂点から引くことのできる対角線は，「ｎ－３」本となる。

さらに図２を見ると，できる三角形の数は対角線の本数よりも１個多くなる。

このことはある図形を切り分けていく際に，切り分ける直線が交わらない場合，切った回数よりも１個多い部分に分けることができる。よって，できる三角形の個数は，「ｎ－３」個よりも１個多くなる。

（ｎ－３）＋１＝ｎ－３＋１
＝ｎ－２

よって，できる三角形の数は「ｎ－２」個と考えることができ，以下のように解釈することができる。

180×（ｎ－２）
（三角形の内角の和）×（ｎ角形の頂点の数－２）
＝（三角形の内角の和）×（三角形の個数）

② 辺を観点とする場合

図２では，△ＡＢＣ，△ＡＣＤ，△ＡＤＥの３個の三角形に分かれている。これらの三角形を，辺ＢＣ，辺ＣＤ，辺ＤＥに対応していると見る。ここで辺ＡＢ，辺ＥＡに対応している三角形を考えると，辺ＡＢに対応する三角形は△ＡＢＣとなり，辺ＥＡに対応する三角形は△ＡＤＥと捉えることができ，それぞれ辺ＢＣ，辺ＤＥに対応する三角形と一致する。

図２のように五角形の場合は，辺が５本ありそのなかの２本に対しては対応する三角形を作ることができない。言い換えると，「５－２」本の辺に対して対応する三角形を作ることができるということである。

ｎ角形の場合は，辺の数はｎ本であり，そこから三角形と対応づけることのできない辺が２本あると考えることができ，対応づけることのできる辺の数は「ｎ－２」本となる。

三角形と対応づけることのできる辺の数は，そのままできる三角形の数となっている。よって，図２のような補助線を引く場合，できる三角形の数は「ｎ－２」個であると言える。

よって，

180×（ｎ－２）
（三角形の内角の和）×（ｎ角形の辺の数－２）
＝（三角形の内角の和）×（三角形の個数）

と解釈することができる。

３ 授業実践に向けて

以上のように，大きく３つの見方ができると考えている。

三角形や四角形などの具体的が図形から，ｎ角形として多角形を一般化するということに加えて，式を変形したり，三角形の数を辺や頂点の数に読み替えたりする部分にも難しさがあるだろう。また，①とした式に出てくる「ｎ－２」をそのまま図形から見出すのではなく，「180×ｎ－180×２」や「180×（ｎ－３＋１）」と式変形をして捉える必要がある。①の式をそのままにして図形を関係づけようとしても，なかなか本質を捉えることができないということである。このことは，式をさらに深く読み取ろうとするきっかけにもなり，また児童の理解が困難である原因ともなり得る。

本実践では，式と図を関係づけ，式を解釈することを中心とする。そこで，図１，図２のように多角形を分割して考えることができるということは，本時までの学習を進める過程で扱うものとする。そして本時では，式と図を関係づけ解釈していくことを中心として進めるようにしたい。

Ⅲ 授業実践と考察

１ 学習指導計画

(1) 単元目標

・三角形の内角の和について理解し，それを活用して，四角形や多角形の内角の和を求めることができる。

⑵　単元計画（全４時間）

第１次　三角形，四角形の角

　１時間目　三角形の角の大きさの和が，どのような三角形でも180度であることを説明する。

　２時間目　三角形の角の大きさの和を活用し，四角形の角の大きさのを和を求める。

第２次　多角形の角

　１時間目　三角形，四角形の角の大きさの和を活用し，五角形，六角形の角の大きさの和を求める。

　２時間目　三角形の角の大きさの和を活用し，ｎ角形の角の大きさの和を求める。（本時）

２　本時の概要

⑴　本時のねらい

・ｎ角形の角の大きさの和について，既習をもとにして考えることができる。

⑵　本時の展開

１　前時の振り返り Ｔ　前回は何をやっていましたか。 Ｃ　五角形，六角形の角の大きさの和 ２　課題提示 Ｔ　一般的に☆角形の角の大きさの和は「180×（☆－２）」と言われています。	○ノートや教科書を見ながら振り返る。
☆角形の角の大きさの和は「180×（☆－２）」になることを説明しましょう。	
Ｃ　☆って何ですか。 Ｔ　五角形，六角形だけではなく，百角形などでもそうなるかということです。 ３　自力解決 ４　集団検討 Ｔ　説明が考えられた人はいますか。 Ｃ　例えば五角形だったら，ここから線を引きます。このように引くと三角形は３こできます。五角形だと三角形３こになるから，（☆－２）個になっています。六角形でも同じように分けると，三角形は４こできて，これも（☆－２）こになっています。 Ｃ　図形の真ん中に点をうって，そこから全部の頂点に向かって直線を引きます。これだと三角形が５こできるから「180×５」です。「－２」のところは，「－180×２」で360度ひけばいいことになります。この真ん中の点のまわりがちょうど360度で余分なところです。それを引くと「180×５－360＝180×（５－２）」となります。 ５　本時の振り返り Ｔ　自分にとってわかりやすい説明はどれでしたか。振り返りに書いておきましょう。	○どのような多角形でも成り立つのかを考えるということを理解させる。 ○ホワイトボードには，五角形，六角形を表示しておく。 ○ホワイトボードに表示された図形に書き込みながら説明させる。 ○児童の発言に式が出てきた場合は，積極的に板書する。 ○一般化できていない場合は,「百角形でもそうなると言えるのか」などと具体的な図形を示して声をかける。 ○式のなかのどの数が何を表しているのかを問いかけることで，式を図と照らし合わせながら進める。

３　授業の実際

【課題提示】

授業のはじめに，前時では五角形，六角形の角の大きさの和を求めたことを振り返り，本時では

☆角形の角の大きさの和
180×（ｎ－２）

と板書し，一般的にこのように言われていると提示した。子どもたちから，上記の式表現に対して質問などはなく，「簡単です」と言った発言すらあった。「何角形でもそうなるかどうかを説明しないといけない」と伝え，自力解決に移った。

【集団検討】

自力解決の時間をとった後，学級全体での検討を行った。

①　K児の考え

C(K)　えっと，ここ【点O】に点と点で打って，そこに向かって，ぽんぽんぽんって。
T　ぽんぽんぽんって何？
C(K)　だから，この真ん中の点【点O】に向かってこうやってこうやって。例えば，これだったら，前のやつの一部の，なんだ。180。三角形が６こあるから，180×６で，この余分な360，ひく360ってあったじゃん。で，ひく360っていうのは，三角形２こ分ってことに置き換えられるから，三角形６個に分けたなかの，ひくにして，180×６－360。で，五角形でも同じことができる。
C　同じです。
C(K)　五角形だと，三角形が５こあって，で180。でここは三角形２こ分だから，それをひく。
C　でもちがうかも　　　C　これめっちゃいい。
【　】は筆者の加筆

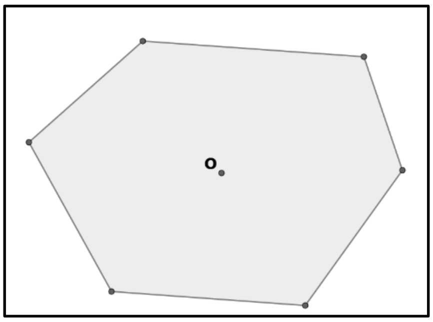

図３

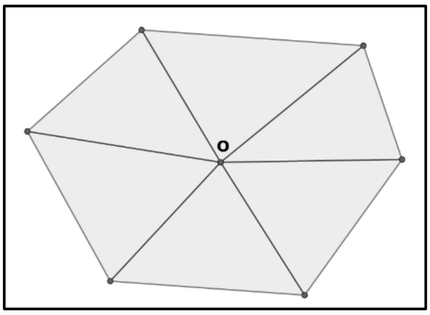

図４

K児は，図３のように六角形の内部に点Oをとり，六角形のそれぞれの頂点から，図４のように点Oに向かってそれぞれ直線で結ぶように授業者に指示を出した。六角形を６個の三角形に分け，さらに，点Oの周りの角が「余分な360」とし，「180×６－360」と表現している。そして，「360」は三角形の角の大きさの和が２個分であると言っている。

②　N児の考え

K児の発言の後すぐに，N児が発言を始めた。

C(N)　前の授業で三角形は180で，四角形は360で，みたいにやって，三角形にあの式を当てはめると，180×（３－２）は，３－２でやって，で180でしょ。三角形は１つだから180で，四角形は２つに分けると三角形２こ分だから４－２でしょ。
T　四角形は何だって？
C(N)　四角形は180×（４－２）。だから三角形２こ分。

これまで学習してきた三角形の角の大きさの和，四角形の角の大きさの和を，「180×（３－２）」「180×（４－２）」と式と対応させ，四角形を「三角形２こ分」だと説明している。しかしこの段階では図と関係づける様子は見られなかった。

③　180×（４－２）の４と２の意味

さらにＮ児の発言が続いていく。

C(N) それで360。４っていうのは，四角形の点あるじゃないですか。ここどこことこことここ【四角形の頂点を指さしている】。だから４。
T　４は頂点の数なの？
C(N) そういうこと，だと僕は思う。
T　じゃあ，ひく２は？
C(N) ひく２は，えっとね，４とね，
T　頂点から引くんだから，何ひくの？
C　頂点でしょ。
T　そうだよね。じゃあ，２ってどれ？頂点から引いていいのは頂点しかないよね。４から引いている頂点は何？
C　２　　C　そしたら直線になるじゃん。　　C　え，どういうこと？
T　頂点から引けるのは頂点なんだよね。ここの２って何？
C　えっと　　C　それだったら　　【　】の中は筆者の加筆

授業者から「頂点から引いていいのは頂点」という発言が出たことで，これまで「180×（４－２）」の４と２は頂点の数を表しているとしていた児童たちから，「え，どういうこと」「えっと」といった戸惑いを表すような発言が聞こえてきた。さらに授業者が「五角形もそこにあるから書いてみよう」と五角形について考えるように促したが，混乱しているようであった。

④　「意味」を考え始める

これまで「☆－２」の部分を頂点として対話が進んできた。するとある児童から「かける180する意味ないじゃん」という発言が出された。この発言をきっかけにして，頂点以外についても考え始めた。

T　頂点かける180だと意味がないって,その意味がないっていうのはどういうことを言いたいの？
C　意味がないっていうのは，だから，普通に考えると，普通に考えると，頂点，頂点を頂点かける，頂点ひく２かける180しても，何の値だってなる。わかんない。
T　どうですか。180と頂点かけるってしても何なのってなるんだって。じゃあ何なの？180かけるこれって何なの？
C　頂点　　C　三角形　　C　うーん。　　C　本当は，そこは
T　今の通じた？180と頂点の数かけても意味わかんないっていうのは通じた？
C　はい。
T　じゃあ，180にかけるべきなのは何？
C　辺の数。

この段階では，授業者の「180にかけるべきものは何」「180にかけていいものって何」といった発問に対して，児童からは「辺の数」「頂点」「角度」など様々な答えが出てきた。授業者と児童の掛け合いを経て，最後に「三角形の数」であるという発言が出た。

ここで，授業の始めに意見を発表したＫ児が発言を始める。

C(K) だから，さっき，Ｕ児の指令で河合先生が，そこから線を引っ張ったとして，４つに分かれるじゃないですか。【図５】それが４なんですよ。
T　４つに分かれるから４なのね。じゃあ，こっちは？
C(K) だから，そっちも６個に分かれているから。
T　じゃあ，「－２」は？
C(K) 「－２」は真ん中の360が２つに
【　】の中は筆者の加筆

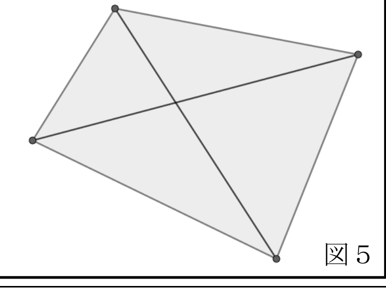
図５

K児は，図のように分けたときの三角形の数を「☆」とし，360を180度が２つ分と捉えていることがわかる。この意見には周りの児童はあまり反応せず，すぐに別の児童M児の発言が続いていく。

C(M) こうやって【図６】，一つの点に頂点からの線をまとめると，三角形がいくつかできるけど，これが全部辺の数よりも２つ少ない。
T　辺の数よりも２つ少ないってことは，五角形なら５本辺があって，２少ない３ってことね。じゃあ，なんで五角形だと３こできるってわかるの？
C　は？なんで？知らん。　C　わかんない。
T　だってそれ言わなかったら，今は書けるけど，百角形なら88個【98個の間違い】に本当になるのって言われたら
C　いや，規則なんです。　C　理論上。　C　先生，88個じゃなくて98個。
（中略）
C(M) 六角形だから，点を結ぶなら６本引けるはずなんですよ。点が６個あるはずだから。なんですけど，実際，自分には引けないわけですよ。自分には。だって自分から自分に引くなんてできない。それからとなり。お隣さん。隣。ぶーぶー。だから，六角形じゃなくてもいいんですけど，えっと，その角形。そのはてな角形。
（中略）
C(M) だから６－３でこうなって，そうすると３も，この場合だと３本で。七角形だと４本で，分かれるのは５個になるわけじゃないですか。
C　は？なんで？　C　え？
C(M) え。これは七角形だったらね。六角形だったら４個ですよ。
T　いい？線が引けるのは３本で
C(M) そうすると分かれるのは４個。

【　】の中は筆者の加筆

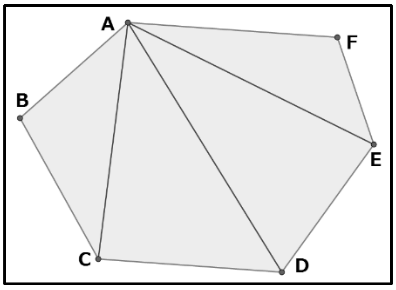

図６

M児の発言が始まると，聞いていた児童からは「え？」といった発言が聞こえた。

⑤　図形を分ける線の数と，出来上がった三角形の数の関係

M児は，図６のように多角形を分けたときに引ける線の数とできる三角形の数を話題にし始めた。

C(M) だってさ，だいぶ前にやった気がするんですよ。線を引いた分たす１つの物が，に分けられる。
T　どういうこと？
（中略）
C(M) だから，それより１個多いんでしょ。そしたら，それっていうのは，三角形の数にすると，三角形の数で，プラス１される。それで「☆－３＋１」で「☆－２」。それで三角形の数です。
C　でもそんなの「☆－２」とかやんないで，
C(M) わかんないとこありますか？
C　そもそもだよ。そんなことやるんだったら，それで「３＋１」で４個に分かれるってわかってるんだったら，「－２」なんかする必要ない。
C(M) どういうこと？
C　だから，Mが説明したのだったら，三角形の数？「３＋１」で４じゃん。
C(M) うん。
C　で，「☆－４」は，２ってなっているじゃん。そんなことせずに，そもそもだよ，「３＋１」で４ってわかると思う。

M児は，図のように分けると，分けるために引いた対角線の数よりも，出来上がった三角形の数が１個多くなるということを説明しようとしている。六角形を例にしているので，引くことのできる対角線

は３本で，出来上がる三角形の数は４個である。

M児は，「☆－３＋１」であると説明しようとしており，そのときの「－３」の「３」は対角線を引くことのできない頂点の数である。しかし，対角線の数も同じ「３」であることから，混乱が起こっていた。そこで授業者は，「３本線が引けるのはいいの？」「☆－３の☆は何のこと？」と発問を繰り返し，児童に問いかけて，それぞれが表す事柄を確認していった。しかし，授業者の全ての問いにM児が返答し，他の児童は「ああ」「なるほど」などの発言をするにとどまった。

C(M)　なんで３なの。それで，えっと，自分【図７点Ａ】ができない。隣【図７点Ｂ，点Ｆ】は引いてあるから無理。隣は引いてあるから無理。だから。

T　じゃあ，ひけないのが３個あって，頂点が３つ残ってるんだね。

C(M)　はい。そこに引いちゃって，そうするとですね

T　３本

C(M)　こっち【図８】の話で，本当は５本【図８縦線】引かなきゃいけないわけですよ。だけど，ここ２つ【図８両端の縦線】あるから。５個からもともと２個あるから３本でいける。

T　どう？

C(M)　３本でいけるから，４個になって。それで，えっと，あの，４個になるんだけど，それがここで，「＋１」に見えるけど，これって三角形の数で，本当はあの原理で，「５－２」って言うのかな。なんだろうな。本当は５本いるんだけど，隣があるから。これで。うーん。まあ，それで，これ「＋１」というか，三角形の数っていうのはそれから１増えるよっていうだけで。

T　伝わった？

C　わっぱりわからん。　　C　「－３」はわかった。

【　】の中は筆者の加筆

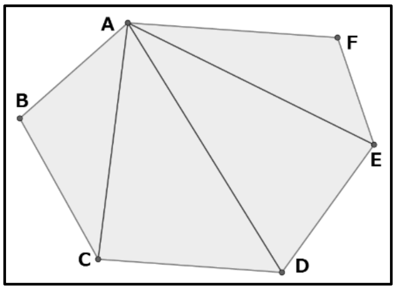

図７

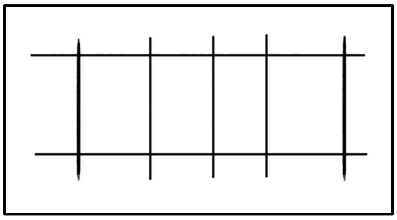

図８

M児は，なぜ「☆－２」になるのか繰り返し説明しているが，周りの児童にはうまく伝わっていない。授業者がM児以外の児童にも声をかけながら，それぞれの値が何を表しているのか確認を続けた。そして，再びM児が発言を始める。

T　「－３」まではいいんでしょ？「－３＋１」だよね。

C(M)　いらないの？はーい。じゃあ，これ消す？じゃあ書いちゃうだけ書いちゃお。隣【図９点B】，隣【図９点Ｆ】，自分【図９点Ａ】，これはダメ。こうすると引ける線はですね。そうするとですね。どうなるかと言うと，３本線【図９辺ＡＣ，辺ＡＤ，辺ＡＥ】が引けるのはいいですね。３本，線が引ける。そうすると，３でなんで４になるかって問題なんですけど。これだったら，あれ，あれ。あれじゃダメ？なんで？

例えば今回【図10－１】，今回１，２，３本【図10－１縦線】引いたら２個だけど，隣にこいつ。これを。このなかに３つ線を引きました。線というか，なんだろう，塀【図10－２両端の縦線】を作りました。３本引くと，おお部屋が４個できました。なんででしょう。えっと，本当は３本ひいたら，もしこれがなかったら２つですよね。だけど，

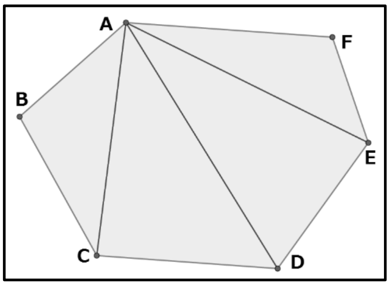

図９

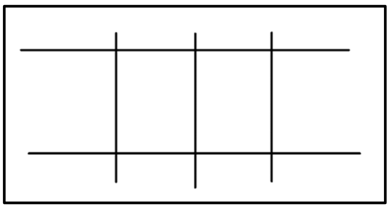

図10－１

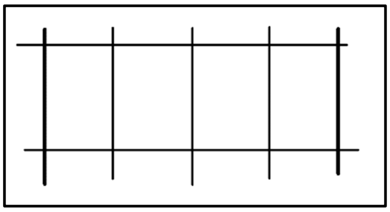

図10－２

もとからこいつがあるから４個になりました。これでいうと２つですね。
C　ああ。　C　何が４？　C　何が４個？こっちで説明する。
T　今，三角形の数の話しているの？
C(M)　三角形の数。引いている線，３本【図９辺ＡＣ，辺ＡＤ，辺ＡＥ】だけ引いてみました。もともと六角形なのでここにも線【図９辺ＡＢ，辺ＡＦ】ありました。４部屋つくろうと思ったら，５本いるんだけど，これ【図10－２両端の縦線】がもともとあるので，もともとあるから３本ひくだけで。はい。これで，だから１，２，３，４個になります。そうすると結果的に１個増えるので。６？６が，なんだっけ，頂点。から３で，これが
C　３が引けない線。
T　引けない頂点で結局３になって
C(M)　これが，引ける線。これに，もともとあるから「＋１」。結果的に「＋１」になるだけで。
T　どう？
C　わかりやすい。　C　これがいい。
T　これがいい？これがわかりやすいか。
C(M)　じゃあ，そういうことで。そうすると結果的に１増えるので，結果的に４で。ここで「６－２」になって，これが三角形の数。
T　これならどう？
C　いいです。　C　いいです。　C　ブラボー　【　】の中は筆者の加筆

最終的に学級全体がM児の考え方を理解したようだった。ノートにメモをする時間をとった後，別の児童のM児の考え方を説明させ，授業を終えた。

４　考察

⑴　式の意味を問い直しはじめる

授業の始めにN児が意見を発表した段階では，三角形，四角形の角の大きさの和をもとに規則的に捉えようとはしているものの，図と照らし合わせて検討している様子ではなかった。周りで聞いていた児童も，「☆－２」を頂点の数としており，他の捉え方を検討していない。

よって，授業の始めの段階では，児童は図形を想像しながら考えようとしているものの，ただ数と図を対応させているだけで式の表す意味を考えるところまではできていないと捉えることができる。

授業が進み，授業者から「２」や「☆－２」が表しているものを問われると，徐々に「わからない」という答えが児童から返ってくるようになった。何気なく頂点だと考えていた児童は，改めて授業者から問われたことで，「２」や「☆－２」の表している事柄を問い直したのだと考える。

わかっているつもりであったことが，問われると答えることができないと気づいたことで，改めて式の表す事柄を問い直すことにつながっていったと考える。

⑵　M児の考え方への理解

M児から出てきた考え方は，教材研究でいうと「180×（☆－２）」を式変形せずに頂点を観点とした場合の考え方である。M児が繰り返し説明しているが，周りの児童が理解するまでには時間がかかり，何度も説明するなかで，やっと理解されていった。

プロトコルを見ると，M児はほぼ同じ内容の説明を複数回繰り返している。説明に使っている図もほぼ同じである。しかし，説明の仕方が徐々に変化している。始めは，結論を述べるにとどまっているが，徐々に図を書いたり，頂点や線，三角形などを数える過程を示したり，聞いている周りの児童に対して「いい？」などと問いかける変化が見られた。このことは，M児が周りの児童の反応をもとに説明を変

化させたと考えることができる。

また，M児の発表を聞いていた児童は，始めはM児や授業者に「わかりましたか」「どう？」などと問われれば何らかの反応を示していたが，徐々にM児に問われずとも質問したり何らかの反応を示したりするようになっていった。このことは，始めは何がわからないのかもわからず反応することができなかったが，徐々に何かがわからないということを実感し始め，M児の説明にも反応できるようになったと捉えることができる。

特に，三角形の個数について「☆－２」と「☆－３＋１」という表現が混在している段階では，「☆－２」であったものが，いつのまにか「☆－３＋１」であると説明されていた。聞いている児童にとっては，この変化を理解するだけでも時間がかかっていたと考える。途中「『－３』はわかった」「『－３』はいいでしょ」といった発言が出てくる。このような発言が出てくる段階になると，児童が「☆－３」の説明と，それに「＋１」をするという説明があることを理解しはじめたのだろう。「☆－２」は「☆－３＋１」の結果である。「－２」をなにか２こ減らすと考えていた周りの児童にとっては，M児が「☆－３＋１」と書き換えていることを理解し，その式が表している事柄を理解するという段階を踏む必要があったことで，理解するまでにさらに時間がかかってしまったのだろう。

⑶　M児の考え方の変化

M児は，自力解決の段階では，「☆－２」についてはN児のように頂点の数である考えていた。しかし，授業の後半では見方が変化し，「☆－３＋１」として頂点や辺の数を用いて説明を繰り返していた。この考え方の変化は授業中に起こっている。M児が説明に用いたものを同じように図形を分割した図は，M児の発言の前にも板書されていた。この図を見たことが，見方が変わるきっかけであったのだと考える。

Ⅳ　まとめと今後の課題

最終的に，M児の考えは周りの児童に理解された。しかし，理解されるまでには，M児が根気よく説明を続けたこと，周りの児童は自分がわかるまで説明を聞こうとしたことが必要であった。難しい内容であっても理解できるまで考え続けようとする姿勢が育っていたからこそできた授業であった。

式が表している事柄を図の中から見出そうとしたとき，児童の多くは頂点であると考えていた。授業を進めるなかで辺や角といった言葉が出てきてからも，頂点で捉えようとする児童が多かった。当然のように頂点だと考えていた児童にとって，授業者から問われたことで式を見直すきっかけになったと考える。そして，授業を進める中で，頂点だけでなく辺など他の要素にも目を向けて考えるようになっていった。

本題材の場合，辺の数として捉えた方が式の解釈が容易であるにも関わらず辺で捉えようとする児童は少なかった。また，授業の後半で引いた対角線の数よりも三角形の数が１個多いことを説明する場面では，なかなか聞いている児童の理解が得られなかった。このことから，図形を式と関係づけて見た場合，児童は辺を観点とするよりも頂点を観点として捉えた方が容易であるということが考えられる。今後は，どのような見方が児童にとって理解しやすいのかといったことも含めて研究していきたい。

【参考・引用文献】

文部科学省（2018）『小学校学習指導要領解説算数編』日本文教出版.

相馬一彦ほか27名（2020）「たのしい算数５年」大日本図書株式会社.

大澤隆之（2006）「図形を操作することにより思考力を高める指導の一考察：５年多角形の内角の和」『日本数学教育学会誌総会特集号』p. 55.

滝川英知（2009）「『置き換え』による問題解決力を育成する教材と指導に関する研究：多角形の内角の和に焦点を当てて」『数学教育論文発表会論文集』p. 145-150.