

A unified scenario of three kinds of Dark Matters in  
the Galaxy into a Kaluza-Klein Neutrino

お茶の水女子大学 人間文化創成科学研究科  
理学専攻 素粒子論研究室 博士3年  
西尾 咲子

## 要旨

Dark matter (暗黒物質) は元来 missing mass と言われたものであった。いつからか名前を変えて今では dark matter で落ちついている。この名称についての歴史などは割愛させて頂く。missing mass を提唱したのは Oort が最初であるが、予言で有名なのは 1933 年の F.Zwicky である。彼が「かみのけ座銀河団」(当時のかみのけ座-乙女座銀河団という扱いであった) の力学平衡の計算から、光っている物質以外 (baryon 以外) の何かしら質量源になる存在があるのではないかと予言したことが missing mass 問題の幕開けであった。現在に至るまで missing mass 問題つまり dark matter 問題は解決していない。最新の観測である Planck 衛星による CMB (Cosmic Microwave Background = 宇宙背景輻射または放射) 観測によると、全宇宙のエネルギーの 26.8% は baryon 以外の物質である dark matter によって占められていることが明らかにされている。また発展してきたコンピュータシミュレーションからも dark matter の存在が必要不可欠である。例えば宇宙の大規模構造形成などがある。dark matter が存在しなければ宇宙の大規模構造形成は再現不可能である。dark matter は電氣的に中性である性質上ほかの粒子との相互作用が非常に弱い。相互作用をしても極稀である。その性質故観測は困難を極め、dark matter の実体は近年になり、ようやくわかってきたのである。問題提起から 80 年ほど経った今何がわかっているのかというと、baryon 的 dark matter の存在や、baryon 的でない dark matter の存在が明らかになってきた。neutrino は宇宙に一定量存在することは分かっている。baryon 的な dark matter は天文学上の観測に、宇宙に一定量存在する neutrino もよく分かっている。本論文では WMAP や Planck で観測された宇宙の全エネルギーの多くの部分を占める dark matter 粒子に迫っていく。まずこの dark matter は銀河衝突シミュレーションのタイムスケールから Hot、Warm、Cold と 3 種の dark matter が必要であることを示唆されているが、理論上もこの 3 種が存在すると考えられる。3 種の違いは質量 (速さに換算でき、非相対論的であるとか相対論的であるなどの議論ができる。) で分類されている。実は Hot dark matter はほぼ neutrino であることがわかっている。では Warm と Cold はどのような粒子であるだろうか。本論文ではこの 2 種の候補を考え、更に Hot を加えた 3 種の dark matter を neutrino を用いて統一的に理解するシナリオを提案する。このシナリオは 5 次元の Kaluza-Klein 理論の 5 次元目を  $S^1/Z_2$  にコンパクト化した模型を用いて作られた。コンパクト化に伴う  $Z_2$  プロジェクションを用いて場を制限すると、HDM が通常の左巻き neutrino、WDM が右巻き neutrino、第 1 kaluza-Klein 励起 neutrino を CDM とするシナリオが得られる。あわせてこの模型を「我々の銀河 (天の川銀河)」とその伴銀河である「いて座矮小銀河」の衝突するときの相互位置関係から検証をするため提案も行った。この研究結果を本論文では述べていきたい。また本論文で取り上げた dark matter 候補以外の候補の存在は否定していない。本論文の dark matter 候補粒子は dark matter の候補ではあるが、それが dark matter のすべてを占めているとは言っていない。

## Abstract

Dark matter was originally said to be “ missing mass ”. From sometime ago we changed its name and now settled down to call it “ dark matter ”. The history about this name is left out. Oort is the first person to propose the missing mass, but the prediction by F. Zwicky in 1933 is more famous. It was the opening scene of a play of the missing mass problem when Zwicky predicted from a calculation of the dynamical equilibrium of ”Coma Berenices galaxy cluster” (handling called the Coma Berenices – Virgo galaxy cluster) that there might be the existence other than the glittering material, the baryon. The issue of the missing mass or the dark matter is not settled down until recent. According to CMB (Cosmic Microwave Background = cosmic background radiation or emission) observation with the Planck satellite, the latest observation, it is found that 26.8% of the energy of the universe is occupied by dark matter which is not baryonic. In addition, the existence of dark matter is essential in the computer simulation that is developed rapidly recently. For example, dark matter is very important in the large-scale structure formation of the universe. The large-scale structure formation of the universe cannot be demonstrated, if dark matter does not exist. Dark matter has very weak interaction with other particles, since it is neutral electrically. Observation of dark matter is rare even if it interacts, so that the substance of dark matter was only understood very recently. Existence of dark matter of baryon-like and that of non-baryon-like became clearer now, after approximately 80 years has passed from the submission of the problem. Neutrino is thought to exist as a fixed quantity in space. Because baryon-like dark matter is understood well from the astronomical observation in space, we will approach in this thesis, the observation of dark matter by WMAP or Planck which says that a large amount of the total energy of the universe is occupied by dark matter. First, from a time scale of the Milky Way collision simulation, three kinds (Hot, Warm, and Cold) of dark matters exist, and the existence of these three kinds is also supported theoretically. Difference between the three kinds is classified by the mass (or the speed, such as relativistic one or non-relativistic one). In fact, we understand that Hot dark matter is almost neutrino. Then what kind of particles will be Warm and Cold dark matters? In this thesis, we find the candidates of these two kinds in a five dimensional Kaluza-Klein model of neutrino, and propose a unified scenario of dark matters. Using a  $S^1/Z_2$  compactified five dimensional Kaluza-Klein neutrino, if we restrict the fields by the  $Z_2$  projection, we have a scenario in which HotDM is a left-handed neutrino, Warm DM is a right-handed neutrino and Cold DM is the first Kaluza-Klein excitation of the neutrino. A possibility is proposed towards examining the scenario by the mutual relations of position between ”our Milky Way” (the Milky Way) and ”the Sagittarius dwarfish Milky Way” attendant to the Milky Way. We want to state the findings so obtained in this thesis. Finally, we have to say that we do not deny the existence of a candidate except the dark matter candidates that we delivered in this thesis. The dark matter candidate particles of this article are candidates of dark

matters, but we do not say that it occupies all of dark matter.

# 目次

第1章	Introduction	4
第2章	質量について	6
2.1	宇宙の質量密度	6
2.2	銀河の質量	8
2.3	天体の質量推定	8
2.4	DMの見積もり	12
2.5	曲率	13
2.6	$\Lambda$ -CDM model	14
第3章	CMB	16
第4章	DMについて	20
第5章	Dark Matterの候補たち	23
5.1	Astronomical candidate	23
5.2	素粒子論的候補	27
第6章	今回導入するDMについて	34
6.1	ニュートリノを用いたDMの統一モデルと3種類のDM候補	34
6.2	Kaluza-Klein Theory	34
6.3	3種類のDMの統一シナリオ	39
第7章	DM統一シナリオの検証を目指したシミュレーションについて	50
第8章	結論	53

# 第1章 Introduction

## 未知の質量の発見について

1932年 Oort は我々の銀河である天の川銀河の円盤面にある天体の動きを力学的に計算すると、観測されている天体とほぼ同じ位の量の未知の質量がなければ、銀河が存在できないことを発表した。この質量は当時解決出来ない問題として誕生した。

翌年 1933年 Zwicky はかみのけ座銀河団の質量を見積もるため、ピリアル定理を用いて力学的計算を行ったところ、観測されていない未知の質量が必要であることを発表した。ただ、当時は見向きもされない研究であった。彼はこの未知の質量源を missing mass と呼んだ。dark matter が注目されるきっかけとなった研究である。

世界恐慌、第二次世界大戦などによって研究自体が縮小し、missing mass は人々の記憶から薄れてしまう。

唯一第二次世界大戦中の40年代、ロシアの G.Gamow は自身の有名な Bigbang 理論を構築する際、missing mass つまり dark matter がないと宇宙の誕生が説明できないことに触れている。これは当時としてはあまりにも突拍子もない理論であったため、Gamow らは長い時間かけて Bigbang 理論を検討した。しかし missing mass に関してはそれ以上深く追求をしなかった。

冷戦が始まりだした1964年 CMB(Cosmic Microwave Background) の発見があった。これは Gamow らが予言していたものである。発見は現在のアメリカベル研究所の A.A.Penzias と R.W.Wilson の二人であった。後にこの発見が dark matter に関わってくるのだが、ひとまずここでは CMB が発見されたことのみを述べておく。

戦後冷戦中の1970年代初頭、我々の銀河やその他の渦巻き銀河の回転曲線の観測がなされ、シミュレーションが行われようになると再び missing mass 問題は浮上した。特に銀河の回転曲線に対して、観測結果から大きな進展があった。アメリカの V.Lubin がアンドロメダ銀河の回転曲線を正確に観測したのだ。このことで Zwicky の正しさが判明し、dark matter の存在を証明する大きな役割を担った。同時にコンピュータ分野での進展もあった。シミュレーションの登場である。このシミュレーションの見地からも銀河生成や宇宙の大規模構造を再現するためには、dark matter の存在が必要とされたのだ。この頃より未知の質量は、当時観測されていた自ら光っている天体と対比して暗黒物質 (Dark Matter、ダークマター) と呼び名を変えるようになった。

シミュレーションによる銀河作成にどのような問題があったのか？それは dark matter を導入しないと銀河の円盤面の回転が不安定になるという問題であった。腕 (arm) は棒状になってしまい、渦巻き銀河が作成されなかったのである。そこで F.Hohl は円盤に大きな未知の mass を導入した。こうして dark matter が必要となったのである。明確に dark matter の存在を主張したのは、J.P.Ostriker や Peebles, A.Yahil らの共著論文からである。

1970年代後半からX線観測などの観測が行われ、我々が知っている物質も暗黒物質として観測されて行く。これらは当時確立されていた素粒子論の標準模型のバリオンで出来た物体であった。主に見つかったものはガス状のバリオンの集まりであった。しかしバリオンで出来た光っていない物体を見つけはしても、dark matterとして到底必要な数値までには至らなかった。そこで初めて学者達はこの大量に存在するバリオン以外のdark matterが何でできている物質なのかという壁にぶつかるのであった。

これは未知の粒子である可能性が高いということがわかると、素粒子分野からのアプローチが始まった。その存在量の大まかな数値は、観測や計算の違いによって時代により異なるが、未知の粒子が多量に存在することは間違いがなかった。考えられる性質は、限りなく電的に中性であることであった。この時点での候補は素粒子標準理論からはneutrino以外にはあり得ない。フォトンによる宇宙の背景輻射(温度にして $T_\gamma = 2.73K$ )が観測されているので、ニュートリノによる背景輻射(温度にして $T_\nu = 1.96K$ )も存在すると考えられている。しかしこれは観測にかかっていないので、dark matterの候補である。太陽系外の宇宙から飛来するニュートリノに関しては、1987年に日本の神岡鉱山の観測装置「カミオカンデ」によって、大マゼラン星雲にある超新星SN1987Aが爆発を起こしたときに発生したneutrinoが観測された。この「カミオカンデ」の実験をまとめていたのは小柴昌俊である。

バリオンのdark matterとニュートリノを加えても、dark matterの総量には足りない。

もちろん天文分野でも進展はあった。光っていない天体の発見である。BH(black hole)をはじめ、白色矮星、褐色矮星、中性子星、パルサー、クォーク星、MACHO(massive compact halo object)などや系外惑星の存在であった。これはこの本論文を執筆している現在でも観測が続いている。しかし数はそう多くなくdark matterの大部分として振る舞うことができなかつた。

neutrinoはdark matterの候補ではあるが、質量がほとんどゼロで相対論的振る舞いをするため、宇宙の大規模構造形成や銀河形成のシミュレーションはうまくいかなかった。従って、相対論的振る舞いをしないdark matterが必要であることを、予見させた。総量が足りないのをそれを補う必要もあった。そうして今に至るまで、相対論的振る舞いをしない粒子の候補が色々あげられて、宇宙論や天文学的に問題がないdark matter候補が観測されるのを待っている状況である。

CMBは最初の発見から結構時間がかかってしまったが、大きく進展したのは1990年代に打ち上がったCOBE、そして2000年代のWMAPである。特にWMAPはCMBにムラがあることをはっきりさせた。背景輻射にムラがあるということは $\Lambda$ -CDMmodelが正しいことを明確にさせた。後に追隨して打ち上げたPlanckによってもこのmodelは正しいとされ、現在の宇宙論ではこのmodelが基盤となっている。 $\Lambda$ -CDMについては後々章で説明をする。このことからdark matterは現在では極当たり前に存在すると考えられている。ただし、これにはまだ語弊がある。dark matterは存在するとわかったとしても、その正体に関して分かっていることはまだほんの一部である。本論文はdark matterの正体について、科学的見地による搜索に基づいて、研究したものである。

## 第2章 質量について

### 2.1 宇宙の質量密度

まず宇宙全体の質量（エネルギー）の見積もりが分からなければ、dark matter 問題を議論することはできない。実は宇宙の厳密な大きさはわかっていない。よって本来なら宇宙の全質量は見積もれないはずである。しかし宇宙の平均質量密度がわかればある程度の推定が可能である。

ここで例を挙げよう。宇宙を球状だと考える。

仮に一定の質量密度  $\bar{\rho}$  をもつ物体を考えてみよう。

中心からの距離半径  $r$  に位置する球殻が外向きの速度  $v$  をもっているとする。

このとき Newton 力学によれば、球殻の単位質量あたりのエネルギー  $E$  は運動エネルギー  $E_K$  と重力によるポテンシャルエネルギー  $E_P$  の和である。

運動エネルギー  $E_K$  は  $(1/2)v^2$  であり、ポテンシャルエネルギー  $E_P$  は

$$E_P = -\frac{4\pi G}{r} \int_0^r \bar{\rho} r^2 dr \quad (2.1)$$

となる。 $G$  は Newton の重力定数である。

$$E = E_K + E_P = \frac{1}{2}v^2 + E_P \quad (2.2)$$

これはニュートン力学の表式であるが、一般相対性理論を用いても同じ式が得られる。したがって宇宙膨張を考える場合には、宇宙全体を上のように一定の質量密度をもつ物体だと考えてよい。ニュートン力学に加えて考慮しなければならない点の一つだけある。それは一般相対性理論では、物質のエネルギー密度  $E$  によって周りの空間が曲げられる効果である。従ってその効果を考慮しなければならない。 $E = 0$  ならば周りの空間は曲がらないので平坦 (flat) な宇宙が得られる。 $E > 0$  ならば周りの空間の曲率は正（閉じた空間）となり、 $E < 0$  ならば周りの空間の曲率は負（開いた空間）となる。実際は曲率がゼロ、正、負のみが関係するので、これを宇宙の曲率を表すパラメーターを  $K$  として導入し、 $K = 0, 1, -1$  が宇宙の曲率のゼロ（平坦な宇宙）、正（閉じた宇宙）、負（開いた宇宙）を表すとしている。ここでは宇宙は平坦と仮定しよう。そうするとエネルギー保存則において、 $E = 0$  とおくと  $\frac{v}{r}$  を計算することができる。

$$\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\bar{\rho} \quad (2.3)$$

$v$  が Hubble の法則

$$v = Hr \quad (2.4)$$

で与えられるとするならば、

$$\bar{\rho} = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (2.5)$$

となる。上の式では時刻は指定しなかった。本論文では時間に依存するパラメータの現在値を表す際に添字に 0 を付すこととする。

そうすると現在のハッブル定数  $H_0$  を用いて

$$\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} \sim 2 \times 10^{-29} h^2 \left[ \frac{g}{cm^3} \right] \quad (2.6)$$

として臨界密度  $\rho_c$  が定義される。すなわち現在のハッブル定数を再現し、宇宙が平坦であるときの宇宙の平均密度である。ここで  $h$  は

$$H_0 = 100h \text{ (km/s)/Mpc} \quad (2.7)$$

で定義される。ハッブル定数の観測によると

$$h = 0.673 \pm 0.012 \quad (2.8)$$

である。

以降本論文では、現在の宇宙の平均密度  $\bar{\rho}_0$  に代わって、臨界密度  $\rho_c$  を単位とした無次元になる密度パラメータ

$$\Omega_0 \equiv \frac{\bar{\rho}_0}{\rho_c} \quad (2.9)$$

を用いることにする。

$\Omega_0 > 1$  は我々の宇宙が臨界密度より高密度であることを示すこととなる。これは閉じた宇宙であり、時間経過とともにやがて重力によって宇宙が膨張から縮小に転じていくことを表す。 $\Omega_0 = 1$  は平坦な宇宙を表し、宇宙膨張は十分に減速されず、永遠に膨張し続けることになる。 $\Omega_0 < 1$  の場合はさらに重力が弱く、宇宙膨張が減速されずに有限時間で発散してしまう。

ここで宇宙の質量を見積もってみよう。

現在観測可能な宇宙の大きさの境目までの距離、つまり宇宙のホライズンスケールは

$$L_H = ct_0 \sim 3000h^{-1} [Mpc] \quad (2.10)$$

と見積もれる。 $t_0$  は現在の宇宙の年齢である。ここに  $h^{-1}$  が現れる理由は、宇宙年齢がハッブル定数の逆数に比例するからである。

ここで定義された宇宙のホライズン内にある、存在している物質の全質量は

$$M_H \equiv \frac{4\pi}{3} \bar{\rho} L_H^3 = \frac{4\pi}{3} \Omega_0 \rho_c L_H^3 \sim 7 \times 10^{55} \Omega_0 h^{-1} [g] \sim 3 \times 10^{22} \Omega_0 h^{-1} M_\odot \quad (2.11)$$

となり、これをホライズン質量と呼ぶ。

$M_{\odot}$  は太陽質量でだいたい  $2 \times 10^{33}$  [g] である。

こうして宇宙の質量を得た。

## 2.2 銀河の質量

銀河は宇宙の大規模構造を考える際には基本粒子とみなされる。

銀河とは質量に換算して  $10^{11} M_{\odot}$ 、つまり  $10^{11}$  個程度の恒星からできている。自己重力多体系（つまり、お互いの万有引力だけで集団化して釣り合っている系）である。

恒星とは内部で核反応を起こして自分自身が輝いている星のことである。我々の住んでいる地球などは自ら光ってないためおおざっぱに言えば dark matter であるが baryonic なものである。このような地球のような星は近年観測技術の進歩から見つかるようになり、“系外惑星”といわれ 200 ~ 300 個程度発見されている。

恒星の質量の基本単位として昔からよくわかっている太陽を用いることが多い。 $M_{\odot}$  は先ほどから使っているが、明るさ（光度）に関しても太陽が基準となる。

太陽の光度は  $L_{\odot}$  でだいたい  $4 \times 10^{33}$  erg/sec である。銀河では  $10^{10} L_{\odot}$  が平均的な光度である。

ここでの注目すべき点は、質量と光度のオーダーが 1 桁違うことである。質量の方が光度に比べて一桁大きいのである。ここからも dark matter 存在が示唆される。

質量と光度には関係があり  $M/L$  比と呼んでいる。 $M/L$  比に関しては次の章を参考にされたい。

ここでは銀河の質量の大体の値を示した。

ここから現在観測されている銀河の個数を使って、宇宙の質量を出す方法もある。

## 2.3 天体の質量推定

天体の質量、特に恒星は  $M/L$  比を使ってその質量を算出する。

$M/L$  比は以下のような計算となっている。

太陽は古くから知られている典型的な恒星である。古くは原始から観測されてきた。おそらく有史以前からである。このように太陽は我々地球で暮らすものにとっては大切な天体である。

余談であるが元素構成上太陽は一回は超新星爆発していることが天文学からわかっている。太陽はその主成分である水素によって核融合が行なわれており、反応プロセスなどから質量の概算が出ている。

太陽の光度と質量を計算することはかなり昔から行われている。一番良く構造や生成シナリオが確立されている恒星と考えていい。我々の銀河内あるいは太陽系近傍の恒星も古くから観測されている。そのため宇宙に存在する物質を調べるときは太陽とその近傍を基準にしている。

物質が何かを調べるには “光のスペクトル” を利用する。原子が熱せられると、各原子特

有のいくつかの波長の光を放出することが19世紀にわかった。逆に冷却されるとこの対応する固有の波長の光を吸収する特性があることもわかった。典型的な天体達は既に知られている原子でできており、星の構造や星の進化理論から太陽と関係している恒星達である考えられている。

星の外層、周りの星間ガスの大部分は水素(H)とヘリウム(He)である。平均的にHeは重量にして25~30%ほど存在し、HとHe以外のものが占める割合は2%程度である。この成分比はほとんどの恒星がそうであると考えられている。

恒星でない地球などと比較すると元素組成比は大きく異なる。

恒星のスペクトルを利用する観測方法は、今現在知られている元素のみのスペクトル線に対応している。

しかしスペクトルを見るには光学的に見える範囲内でないと見れない。よって遠くの天体については星の構造形成や進化論<sup>1</sup>に頼らないと、その星の構成比を知り得る術はない。理論と観測から光度と表面温度(色)の関係がわかっている。それがHR(ヘルツシュプリング・ラッセル)図である。

図2.1 参照

ちなみに絶対光度Lから絶対等級Mは次の関係式で求められる。

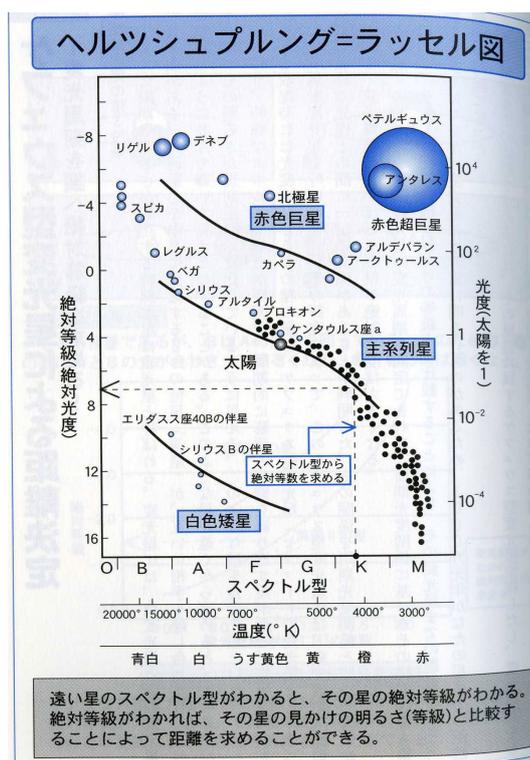


図 2.1: HR 図

$$M - M_{\odot} = -2.5 \log_{10}(L/L_{\odot}) \quad (2.12)$$

<sup>1</sup>H、He の比率に従って普通の物質で構成されていくという理論

である。これには観測の負荷（バイアス）がかかっていない、純粋な式である。本来ならば観測の方法やフィルターに対する補正が入らなければならない。

それを K 補正<sup>2</sup>と呼ぶ。個々の観測機器によっては、かけられているフィルターの負荷がかかるのでこの式と少々異なることになるが、基本式は以下のようになっている。ここでいう  $M$  は絶対等級であり恒星の表面の色で決まるものである。定義はある天体を地球から 10[pc] (32.6 光年) の距離に置くと仮定したときの明るさを、絶対等級 (absolute magnitude) と呼び、天体の絶対的な明るさの指標として用いる。見かけの光度  $m$  と関係があり、

$$M = m + 5 - 5 \log_{10} d \quad (2.13)$$

ここで恒星までの距離  $d$ [pc] が入る。この式から分かるように、ある天体の絶対等級を何らかの方法で見積もることができれば、その天体の見かけの等級との差から、その天体までの距離を見積もることができる。このため、見かけの等級と絶対等級の差  $m - M$  のことを特に距離指数と呼ぶ。しかしこれはかなり地球近傍にある恒星にしか適用できない。1[kpc] 程度の恒星に関しては HR 図を利用している。

そこで見かけの光度と絶対光度という概念の導入が必要となる。観測結果から光度と質量にはある関係があることが経験則で知られている。

それが  $M/L$  比である。 $L$  は絶対光度 (absolute Luminosity) であり、 $M$  は質量である。ここにおける光度はその星が本来放出している単位時間当たりのエネルギーでなくてはならない。なので見かけの光度を絶対光度  $L$  に変換しなくてはならない。星間ガスによる吸収がない場合には、距離  $r$  の位置にある絶対光度  $L$  の天体からやってくる輻射の強度  $l$  は

$$l = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (2.14)$$

である。遠方にあるその星本来が放出しているエネルギーは、観測している我々地球までの間に星間ガスなどによって吸収されてしまうから、見かけの光度を絶対光度に直すことはそう簡単ではない。絶対光度の見積もりが、遠方の銀河などではうまく行かないことが多いのは想像に難くない。また宇宙の膨張にもよるため、遠方の天体では上式のような簡単な式は適用できない。

他に絶対光度を求める方法として、セファイド型変光星を利用すれば 20[kpc] 程度までは変光星の周期を利用してわかる。その式は

$$L = L_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{0.9} \quad (2.15)$$

である。ここで  $P$  は絶対光度を知りたい変光星の周期である。 $L_0$  と  $P_0$  はよく分かっているセファイド変光星の絶対高度と変光周期である。

特にこの周期と光度の関係をはっきりわかっている非常に規則的な周期変更をする変光星を利用すれば距離がはっきりわかるのである。

---

<sup>2</sup>通常の観測ではいくつかの波長帯での光度を用いている、よく使用されるのは UBV 系というフィルターである。

U は紫外線領域、B は青色波長帯、V は可視の波長帯である。

遠くの銀河までの距離を調べるためには、その銀河内に存在する「Ia型超新星」を用いる。この「Ia型超新星」は、すべて同じ絶対光度  $L$  を持つ天体である。

従って本体の明るさがわかっている都合の良い天体であるので見かけの光度からその銀河までの距離が分かる星である。

この超新星はどのようにして起こるのかというと、白色矮星に連なっている連星（伴星 = 主系列星や赤色巨星、主体にはならない白色矮星など）からのガスが主体の白色矮星に流れ込む。

そのことにより質量が増して太陽の 1.4 倍の質量になると既に燃え尽きたはずの白色矮星に再び核融合反応が起こる。

こうして起きた核融合は短時間で進み暴走する。

そこで起きた大爆発、これがこの超新星の出来上がるシナリオである。

では遠方ではどうしているのか？

遠方ではっきり  $M/L$  比がわかっているもの、それが「Ia型超新星」の利用である。この超新星は伴星をともなう白色矮星が原料の超新星で、空間などで有名なミンコフスキーと先ほど述べたツウィッキーらによって分類法が確立されている超新星の一種である。

この超新星の（チャンドラセカール限界: Chandrasecahr Limit というものがある）、超新星爆発のピーク時の明るさが一定で決まっており、また見かけの明るさである光度曲線がわかっているため、観測で  $M$  や  $L$  が決まってくる星である。

こうして「Ia型超新星」を含む遠方の銀河の距離を決めることができる。

ちなみに 2011 年のノーベル賞はこの距離を使って宇宙が加速度膨張していることを発見した三人に送られている。

この種の超新星を含む銀河はとても多い。

こうして遠方の天体の距離は多くのサンプルが採取され決まっているのである。

$M/L$  比に戻ると、 $M$  は質量である。

太陽近傍では

$$(M/L)_{\odot} = (2 \times 10^{33} [\text{g}]) / (4 \times 10^{33} [\text{erg/s}]) = 0.5 [\text{g} \cdot \text{sec/erg}] \quad (2.16)$$

となっている。

恒星に限らず銀河や銀河団にも、太陽近傍の  $M/L$  比の値を当てはまる。問題はほとんどの星は太陽と構造が同じと前提されていることである。星の構造形成、進化論はこの前提で出来上がっている。従って太陽の光度と質量を単位として、観測から典型的銀河の絶対光度が  $\sim 10^{10} L_{\odot}$  となれば、その銀河の質量は  $\sim 10^{11} M_{\odot}$  と見積もられるのである。多くの場合、銀河や銀河団の質量はこの  $M/L$  比と各個別の運動などから見積もっている。実際の方法では銀河内から適当にサンプルしてとった（サンプリング）恒星から、各光度の星が何%あるかの頻度分布を決める。正確には絶対光度  $L \sim L + dL$  にある星の割合を

$$\frac{\Phi(L)dL}{L}$$

で表し、光度関数  $\Phi(L)$  を決める。恒星の  $M/L$  比から

$$M = M(L)$$

を用いると、質量の分布関数  $P(M)$  が見いだせる。  
光度関数と質量分布関数から平均質量と平均光度の比

$$\left(\frac{M}{L}\right)_* = \frac{\int dM P(M)L}{\int dL \Phi(L)} \quad (2.17)$$

と、銀河の  $M/L$  比の一般式を得る。

では我々の銀河（天の川銀河）を推測する。しかしここでは DM の存在をいれていない baryon の質量  $M_b$  であるので

$$\frac{M_b}{L} = 1.4 \sim 2.8 \left(\frac{M}{L}\right)_\odot \quad (2.18)$$

である。すでに太陽近傍とかなり違う。数値には観測誤差が入っているので少々幅が出ている。しかしやはり DM の存在をいれていないのが銀河や銀河団の問題である。<sup>3</sup>

そして観測で採用する  $L$  はほとんどが可視光領域の波長を採用して決めている。可視光が精度よく適応できるのは 300[kpc] までである。<sup>4</sup> ここで距離の単位の一つ [pc] の定義を行う。

年周視差の図（後半）

もちろんほかの領域の周波数、たとえば X 線の領域を利用した観測でも同様に  $M/L$  比は適応されている。

大体の天体はこれにうまく合っているのだが、この比に合わない銀河や銀河団が見つまっている。

同じ銀河でも可視光でみたときの  $M$  と X 線でみたときの  $M$  の値に大きく差が出た。

X 線でみた時の方が  $M$  が遥かに大きいものばかりであった。この  $M$  の起源として DM が考えられている。

遠方はもちろんずれが大きいので指標程度でしかない。

年周視差などを説明したのでここで銀河の  $M$  は距離  $L$  と関係深いことがわかる。

このように距離を測るに至っては”はしご”があるのが分かるであろう。

こうして距離には ”距離はしご”が存在し、本来天文学では天体の距離を測る研究の第一歩であるのに、非常に困難な作業であることが分かるだろう。

## 2.4 DM の見積もり

宇宙全体に対して dark matter が存在している根拠は、宇宙の平均密度  $\bar{\rho}$  による  $\Omega$  の数値からもわかる。

任意の時刻  $t$  での、この 2 つのパラメータの関係式は以下ようになる

$$\Omega(t) \equiv \frac{\bar{\rho}(t)}{\rho_c(t)} = \frac{8\pi G \bar{\rho}(t)}{3H(t)^2} \quad (2.19)$$

<sup>3</sup>太陽と異なる恒星がたくさんある、または同じ銀河内なのに太陽と構成が違うということになる。

<sup>4</sup>300[kpc] 以上では銀河同士で考えることになる。

なぜならば光学的深さの限界（可視光での観測の限界）optical depth を迎えてしまうからだ。300[kpc] を超えると誤差が最大で 2 倍になることがある。

である。2.1 章では古典的な議論から、現在の  $\Omega_0$  を現在の宇宙の平均密度  $\bar{\rho}_0$  と臨界密度  $\rho_{c0}$  から議論したがここでは任意の時刻で議論をする。

この  $\Omega$  は何からくるかという Einstein 方程式からである。  
宇宙項  $\Lambda$  を入れた Einstein 方程式は次のようになる。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + g_{\mu\nu}\Lambda = -8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2.20)$$

ここで  $R_{\mu\nu}$  はリッチテンソル、 $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$  はスカラー曲率である。左辺の第 3 項が宇宙項 ( $\Lambda$ ) による寄与である。右辺の  $T_{\mu\nu}$  は光や物質が寄与するエネルギー運動量テンソルである。宇宙が一様で等方的だとすると、メトリック  $g_{\mu\nu}$  は次のロバートソン・ウォーカーメトリックになることが知られている。つまり

$$ds^2 = g_{\mu\nu}^{(RW)} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (2.21)$$

ここで  $a(t)$  は時刻  $t$  での空間のサイズを表す。3 次元空間を極座標  $(r, \theta, \phi)$  で表した。ここに現れた  $K$  は前に説明したように空間が平坦か、閉じているか、開いているかを  $(0, +1, -1)$  で表すパラメーターである。アインシュタイン方程式にロバートソン・ウォーカーメトリックを代入すると、次の式が得られる。ここで  $T^{00}$  は光や物質によるエネルギー密度  $\bar{\rho}(t)$  である。(エネルギー密度は質量密度  $\times c^2$  であるが、 $c = 1$  としているので両者に区別はない。)

$$\frac{1}{a^2} \left[ \frac{da(t)}{dt} \right]^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G\bar{\rho}(t)}{3} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.22)$$

である。曲率  $K$  に依存する項を除けば、古典的なニュートン方程式で半径  $a(t)$  にある球殻の運動を記述するのと同じである。但し、新たに宇宙項が加わったので宇宙項による質量密度  $\bar{\rho}_\Lambda$  を古典的に付け加える必要がある。

$$\bar{\rho}_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad \lambda(t) = \frac{\bar{\rho}_\Lambda}{\rho_c(t)} \quad (2.23)$$

これを用いて計算すると

$$\Omega(t) + \lambda(t) - 1 = \frac{K}{a(t)^2 H(t)^2} \quad (2.24)$$

を得る。よって

$$\frac{K}{a^2} = H^2(\Omega + \lambda - 1) \quad (2.25)$$

という時間に依存しない式が出せる。

この式から  $\Omega$  と  $\lambda$  を推定するには、宇宙の曲率  $K$  の決定が密接に関連しているとわかる。曲率については次章で述べる。

## 2.5 曲率

宇宙に dark matter が存在するかどうかを考える際に宇宙全体に対しての平均密度、つまり宇宙の平均密度  $\bar{\rho}$  から  $\Omega_0$  がいくらになるのかが問題として出てくる。

我々の宇宙は Freedman 方程式より  $\Omega_0$  は 1 であると考えられている。  
 $\Omega_0$  が 1 より小さいとすると、曲率  $K$  は  $-1$  つまり閉じている宇宙となる。  
では  $\Omega_0$  が 1 より大きいとすると、曲率  $K$  は  $1$  つまり開いている宇宙となる。  
そうすると  $\Omega_0$  が 1 となる場合は、曲率  $K$  は  $0$  つまり平坦な宇宙である。  
この宇宙が開いているか、平坦化、閉じているかは CMB のパワースペクトルのピークの位置から理解できる。  
Planck の観測は  $\Omega_0=1$  を示唆している。  
よって本論文では  $\Omega_0$  は 1 とする。

## 2.6 $\Lambda$ -CDM model

CDMmodel とはいったい何か？

実はこのモデルの本質的な意味は Cold Dark Matter が存在しなければ今の宇宙の問題の数々が説明できないというものである。

諸問題はかなりあったが CDM 導入によって多くの問題がいままで解決されてきている。ただし、実際には CDM だけでは解明できないものがある。

それが宇宙膨張問題であった。

宇宙が膨張し続けている、しかも加速的に膨張していると観測から判明しているのである。

これは大きな斥力がなければならぬことを示していた。

これについて存命中ありえないと言われていた Einstein の考えにヒントがあった。

Einstein は定常的な宇宙を得るために、引力を与える負の宇宙項  $\Lambda$  を導入した。

この宇宙項  $\Lambda$  の符号を世に取ると、加速膨張する宇宙が得られる。

今の所これが加速膨張する宇宙を説明できる最も優れた方法である。

したがって、いま現在の宇宙論においては CDM を入れること、また Einstein の  $\Lambda$  項を入れることの 2 点が絶対不可欠な条件となっている。

Einstein の式に関しては参考文献の修論の部分を参照していただきたい。

ここでまず CDM モデルが支持されている理由を述べていきたい。

宇宙の構造（大規模構造）は小さい順に以下のようになっている。

- 1、銀河（ $\sim 50\text{kpc}$ ）
- 2、銀河群（ $\sim 500\text{kpc}$ ）
- 3、銀河団（ $\sim 5\text{Mpc}$ ）
- 4、超銀河団（ $\sim 50\text{Mpc}$ ）
- 5、ボイド（ $\sim 50\text{Mpc}$ ）

という階層構造が存在することが観測から明らかになっている。

この階層構造とその形成をうまく説明するのが CDM に基づいた構造形成シナリオなのである。

なぜ HDM だけではダメなのか。それは HDM の速さにある。

HDM はその大きな速度によって小さなスケールの密度揺らぎがかき消されてしまうので

ある。

HDM では超銀河団の元になるような大きな密度揺らぎができて次に小さい階層ができる分裂シナリオとなる。

観測などから分裂ではなく成長、つまり小さい構造からできなければならない。よって CDM モデルが支持されているのである。

CDM モデルは小さな密度揺らぎが成長するシナリオである。

したがって、現在では CDM モデルが正しいとされている。

では  $\Lambda$  項はなぜ支持されているのか。

今現実の宇宙は「加速膨張」していることが観測でわかってきた。

これは宇宙に「何か」が満ち溢れており宇宙を膨らませていると考えられている。

Einstein が 1915 年一般相対論を発表した。

この理論で宇宙空間のあり方を計算すると宇宙は膨張か収縮という結果になってしまった。

当時支持されていたのは宇宙の大きさが決まっている定常宇宙である。

そこで Einstein は宇宙の大きさを一定に保つため、一般相対論に宇宙項  $\Lambda$  が付け加えられた。

$\Lambda$  項の誕生である。

このことは上で説明した。

しかし 1929 年に宇宙が膨張していると Hubble らによって発見がされ、 $\Lambda$  は一時姿を消すこととなる。

ところが 20 世紀末、膨張は「加速膨張」しているということは確認された。

膨張を加速させる「何か」が存在するはずであるといことで  $\Lambda$  項が復活したのである。

21 世紀に入った今では「加速膨張」が確認されている。

したがって、 $\Lambda$  項は必要であると考えられている。

ここで  $\Lambda$  が必要だと現在では考えられている。このように CDM と  $\Lambda$  が両方入っている  $\Lambda$ -CDM モデルが今正しいとされているのである。

## 第3章 CMB

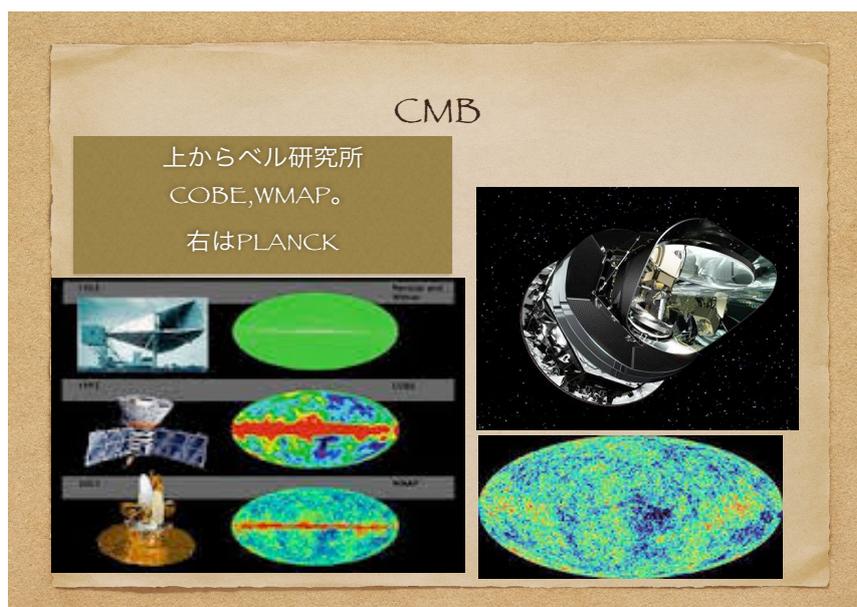


図 3.1: CMB の図

今我々が「見る」ことができる最古の宇宙の姿を表しているもの、それがCMB(Cosmic Microwave Background)である。

「見る」とはどのようなことか？

それは何かの物体が発している光子を観測するということである。

その距離、赤方変移  $z$  で言えば 1100 まで「見る」ことができる。

非常に遠方に存在するものはよく見えない。

なぜならばバリオン的なDMである星間ガスなどによって光子が吸収や散乱されて、我々観測者まで光子が十分に届かないからである。

これ故我々が見上げる夜空は暗いのである。

光子の進行、つまり光の伝搬を邪魔する主な原因は「トムソン散乱」である。これは光子が自由電子と衝突する散乱である。

宇宙はきわめて初期の頃、非常に高温高密度であったと考えられている。

したがって、すべての原子は電離しており、光子は頻りに自由電子と衝突を繰り返していた。

したがって、この時期の光子が現存し、直接観測者の我々に届くことはまずない。

しかし宇宙が膨張するに従って、高温だった初期宇宙の温度は次第に下がってくる。

宇宙誕生から約 50 万年後陽子と電子が結合し、中性の水素原子を作り出す。  
この反応は "陽子と電子の再結合" (recombination) と呼ぶ。  
我々の身の回りでは、中性の水素原子が圧倒的に多く存在する。  
したがって、陽子と電子は何らかの反応によって電離したものであると考えてよい。  
このプロセスを見てみよう。  
ここで宇宙初期に起こったと言われている bigbang のことから話していこう。  
現在の宇宙は膨張しているのももちろん逆に考えて時間を遡れば宇宙初期には非常に高温高密度の時代があったということが容易に想像できる。  
遡るとどうであるかということ宇宙のスケール因子がまず小さくなるとわかる。  
つまり物質間の距離がどんどん短くなっていく。  
密度が上昇し、放射（輻射）成分の密度も上がるとわかる。  
宇宙は断熱的に密度が上昇しているのである。  
すると CMB の温度も上昇していく、もはやマイクロ波ではなくもっと波長の短い赤外線へと移って行ってしまふ。  
ついには CMB の photon のエネルギーが十分高くなり、水素原子の electron が原子から叩き出されてしまふ。  
electron と proton に分解してしまいさらに高温になっていくと electron と photon の相互作用が十分に頻繁になる。最終的には熱平衡状態に陥る。  
この時のことを bigbang と呼ぶ。  
この bigbang に置いて熱平衡状態に陥ると綺麗な黒体輻射が得られる。  
黒体輻射は CMB にも綺麗に現れ、 $T = 2.725K$  の黒体輻射にヒットする。  
1989 年、COBE(Cosmic Background Explorer) が 30 年来の CMB 観測に成功し、温度が確定するのだがここで CMB に新たな問題が提起された。  
温度は均一ではない可能性があったのだ。  
つまり温度揺らぎがあるかもしれないのである。  
このことは宇宙論の根底を覆しかねない問題であったが、逆に銀河形成などの点からは非常に嬉しい結果であった。  
2002 年には COBE の後継機 WMAP が打ち上がり、CMB よりもさらに感度よく観測したのである。  
その結果温度揺らぎが発見されたのである。  
今では最新衛星 PLANCK が打ち上がり最新データを届けている。  
ここで簡単に宇宙の歴史を述べていく。

1. プランク時間：この時代は未だによくわかっていない。
2. inflation: 宇宙項によって宇宙は指数関数的に加速膨張した時代である。  
その時はあらゆる方向からくる CMB の温度が一定になる。
3. BigBang: やがてエネルギーを熱化することで加速膨張は終わりフリードマン宇宙でのベキ関数的減速膨張に転じた。

この頃、強い、弱い、電磁相互作用のうち、強いだけが分離する。  
この時代に粒子の数を反粒子の数より多くするバリオン数生成が起きる。  
現在の宇宙には反粒子はほとんど存在していない。

4. 電弱統一の破れ：ついにここで弱い相互作用と電磁相互作用が分かれる。統一が破れた。

これは宇宙の温度で決まるエネルギー  $kT$  がちょうど弱い相互作用を媒介する  $W$  ボソンや  $Z$  ボソンの静止質量エネルギーと同じ程度になった時期である。

5. QCD 相転移：光子の状態がクォーク-グルーオンプラズマから陽子、中性子に変わった時期である。

これは宇宙の温度で決まるエネルギーがちょうど核力を媒介する  $\pi$  中間子の静止質量エネルギー程度になった時期である。

6. neutrino が熱平衡状態から離脱：neutrino はこの時期まで弱い相互作用によって電子と散乱していた。

この時代に弱い相互作用によって散乱するスケールと宇宙年齢が等しくなり、以降は散乱の時間スケールの方が長くなる。

そのため宇宙年齢中に一回も散乱をすることができなくなり、熱平衡状態から離脱した時である。

7. 陽電子消滅：この時期までに大量に存在していた電子の反粒子である陽電子は電子とともに対消滅を起こし、光子を放出して消滅する。

電子はこの時期大部分なくなったが今ではごくわずかに残っている。

この時代の光子の生成は温度に影響が現れる。

光子の数密度はプランク分布により温度のみによって決定される。

8. 軽元素合成：陽子、中性子から重水素、ヘリウムなどが形成された時期である。

宇宙のバリオンの量によってヘリウムなどの形成量が変わる。

9. 放射と物質の密度が等しくなる：この時代今まで放射が優勢だったのについて物質が追いつき両者が同じになる時期である。

10. 水素原子形成：電子と陽子が結びつき水素原子が形成される。ここから宇宙は透明になった。

この10こそが宇宙の晴れ上がりつまり CMB が誕生した時であって我々が今観れる最古の宇宙の姿はこの時代のものである。

パワースペクトラムの図

ここで何が観測できるのかというと「パワースペクトラム」というものが観測される。

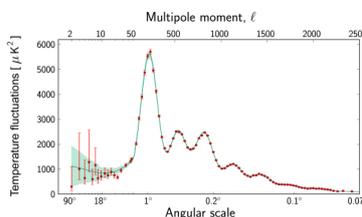


図 3.2: Planck のパワースペクトル

このパワースペクトルの高さの情報から  $\Omega_b h^2$  や  $\Omega_m h^2$  を決めることができる。

ピークの位置から曲率が決まる。

詳細は付録 B を参照されたい。



## 第4章 DMについて

これまでの話でDMは1種類ではないことは概知である。  
ではどのような種類があるか？以降これについて述べていく。  
まず確認であるが我々の考えている宇宙は平坦であると仮定している。  
特に採用したのはFriedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) space-time というものである。  
そのmetricは以下の式で

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \sum_{i=1,2,3} (dx^i)^2 \quad (4.1)$$

であり、scale factor は  $a(t)$  である。  
scale factor は宇宙の相対的な大きさの時間変化を  $(t)$  で表す関数である。  
この因子によって宇宙論  $(t)$  的に重要な観測量は時間変化によって決まる重要なものである。  
2.4章で述べたようにこのmetricの背景ではFreedman方程式が成立する。  
半径  $a$  の球と想定していた膨張宇宙が満たす次の方程式である。

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G_N \rho}{3} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (4.2)$$

$\rho$  はエネルギー密度、 $K$  は宇宙の曲率、 $\Lambda$  は宇宙定数である。  
この方程式は宇宙の構成成分の量を与える方程式である。  
つまり、

$$1 = \sum_i \Omega_i + \Omega_k + \Omega_\Lambda \quad (4.3)$$

$\Omega_i$  は  $\Omega_i = 8\pi G_N \rho_i / 3H^2 = \rho_i / \rho_c$  という式で決められるものであり、構成成分  $i$  の密度パラメータと呼ばれるものである。

これはエネルギー密度であって、 $\rho_i$  の量で決定づけられるものである。

なぜならば、 $\rho_c$  は臨界密度でありすでに決まった量である。

ちなみに  $\Omega_k$ 、 $\Omega_\Lambda$  はそれぞれ曲率の密度パラメータ [ $k = 0$  (flat),  $1$  (closed),  $-1$  (open)] であり、宇宙定数 (dark energy=DE) の密度パラメータである。

ここでも臨界密度について述べていくと、このパラメータは実に不確定な定数  $h^2$  を持っているのである。

$h^2$  は Hubble 定数  $H^2$  に起因している。

観測データから、

$$\begin{aligned}\Omega_{\text{total matter}}h^2 &= 0.1199 \pm 0.0027, \\ \Omega_{\text{baryon}}h^2 &= 0.02205 \pm 0.00028, \\ \Omega_{\text{neutrino}}h^2 &= \sum m_\nu/93\text{eV} \approx 0.001\end{aligned}$$

である。

Dark Energy は以下のようになる。

$$\Omega_\Lambda = 0.686 \pm 0.020 \quad (4.4)$$

Hubble 定数は  $H = 100h \text{ km/s/Mpc}$  で与えられる。

不確定な定数  $h$  は観測によると  $h = 0.673 \pm 0.012$  である。

$m_\nu$  は neutrino の質量である。

$\Omega_{\text{total matter}}$  と  $\Omega_{\text{baryon}}$  に差異が生じている。

この差は dark matter に起因する。

そして現在宇宙は平坦である。

従って全 dark matter の密度パラメータは

$$\Omega_{\text{DM}}h^2 = 0.09785 \pm 0.00242$$

である。

#### 4.0.1 Hot Dark Matter

宇宙の晴れ上がり (= フォトン粒子数凍結時) の前に反応が止まってしまったもの (凍結してしまったという) がこの候補である。

反応が宇宙の晴れ上がりの前の宇宙の温度が "熱い" 時期に凍結するため Hot Dark Matter (HDM) と呼ぶようになった。

質量はごく小さく、0 とみなせるのでエネルギーのほとんどすべては運動量に使われている。

この HDM は光速運動しているものと考えられるので相対論的見方での候補の考慮が必要となる。

この条件に当てはまっているのは neutrino しかない。

#### 4.0.2 Cold Dark Matter

宇宙の晴れ上がり (= フォトン粒子数凍結時) の後に反応が止まるものである。

反応が宇宙の晴れ上がりの後の宇宙の温度が "冷たい" 時期に凍結するため Cold Dark

Matter (CDM) と呼んでいる。

全エネルギーのうち質量に使われるエネルギーが多くなり、運動量に使われる部分はHDMよりも少なくなる。

CDMは光速運動を行わないと考えられるので、非相対論的見方をしてよいであろう。ほとんどのDM候補はこのCDMである。

### 4.0.3 Warm Dark Matter

理論上HDMとCDMの真ん中、つまりフォトンの粒子数凍結時直後に発生すると考えられているDMのことである。

しかし元素合成シナリオに影響を与えないため、観測によって制限できないDMであるのが現状である。

存在しないDMと考えられていたが、近年必要性が出てきた。

HDMとCDMなどの詳しい分け方はもう少し先で述べる。

WDMは1keVほどの質量の粒子と考えられている。

## 第5章 Dark Matterの候補たち

DMの候補たちは実際既に見つかっているものもある。  
つまり光っていないが現実存在するものたちである。  
どんなものが候補であるのかここでは述べていく。

### 5.1 Astronomical candidate

考えられるDMの大半は天体候補である。  
これらはすべてCDMと考えてよい。  
baryonで構成されていてbaryonic candidateとも言われることがある。  
ここでの候補のほとんどは恒星が進化していった果ての姿になったものたちである。  
少しここでは恒星進化について見てみる。

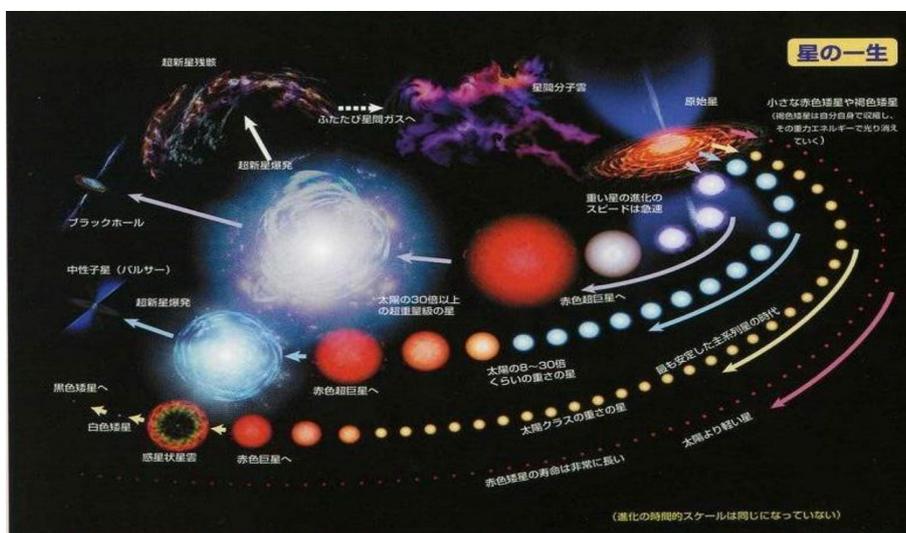


図 5.1: 恒星進化

#### 恒星進化

少し恒星進化について述べていく。

まず Big Bang 後に暗黒星雲 (CDM の一種) で密度が高いところができる。  
そうすると重力相互作用によってそこに原子星ができる。  
この原子星はその質量によって進化が決まっていく。

太陽より軽く、暗く赤い赤色矮星はそのままずっと生き残っていくと考えられる。

では太陽程度の質量をもつ星はどうであろうか？

まず多くの星は主系列星と呼ばれる星になる。

この主系列星は太陽も当てはまり、核融合をし続け、H がなくなるまで安定してエネルギーを放出し続ける。

その後 H を使い切ると赤色巨星になる。

<sup>1</sup> になるか、超新星爆発 (Supernova) を起こす。

<sup>2</sup>

Supernova になったものにも CDM 候補がいる。

CDM 候補はすべて超新星爆発後の天体である。

太陽質量よりもどれも大きい天体である。

CDM になるためには質量が決定打となる。

しかし天体の候補は初期 Black Hole を除けば、一度恒星である必要がある。

したがって最低でも初めて恒星が誕生した以降の宇宙の構造に天体の候補である CDM は影響を及ぼす。

光っていないが相当の質量を持っているので重力源になっている。

### 5.1.1 白色矮星

恒星進化の最後に恒星が到達する形態の 1 つ。

元はの質量は太陽程度であったが白色矮星となった後の質量は太陽程度から数分の 1 である。

直径は地球と同程度かやや大きいくらいに縮小しており、非常な高密度の天体である。

シリウスの伴星など、数百個が知られている。

比較的ゆっくり Supernova を起こすとされ ( 惑星状星雲 )、太陽もこのような進化をすると考えられる。

構成は陽子と中性子である。

シリウス伴星では、直径は太陽の 0.016 倍、質量は 1.06 倍とされる。

太陽質量のおよそ 1.4 倍以上の白色矮星は存在しない ( 前にも述べたチャンドラセカール限界より )。

1.4 倍以上の場合は、電子の縮退圧では重力による星の収縮を支えきれず、中性子星となるのである。

白色矮星は最後には黒色矮星になるとされている。

---

<sup>1</sup> 太陽質量 40 倍までのものが進化する。別名青色巨星といい、輝いている。そしてこれが一気に Supernova を起こすと太陽質量 8 倍程度のものでセフィイド型変光星へ、太陽 ~ 8 倍までのものがミラ型変光星になる。どちらも輝いているが不安定なので光度は変動する特徴がある。

<sup>2</sup> 超新星にタイプがある。まずはそのスペクトルに水素の吸収線が見られない I 型と、水素の吸収線が見られる II 型とに分類される。III 型、IV 型、V 型といった分類もかつては使われていたが、現在ではこれらはまとめて II 型に分類される。

### 5.1.2 中性子星

質量の大きな恒星進化の最後に現れる天体の一種である。パルサー（星）ともいう。中性子星は質量が太陽程度、半径 10km 程度である。元の星は太陽の 8 倍から 30 倍くらいの質量であったと考えられている。全体がほぼ中性子のみからなり、いわば星全体が一つの原子核と見なせる天体である。密度は太陽の密度の  $10^{14}$  倍以上もあるとされている。中性子星の質量は約  $1.4M_{\odot}$ （チャンドラセカール限界）以上、約  $3M_{\odot}$  までの範囲である。これより重い場合には重力が中性子の縮退圧に打ち勝って極限まで収縮し、ブラックホールになると考えられている。中性子星を構成する物質は密度が非常に高いという特徴がある。

$$M = \frac{\mu^2}{5.87} M_s \quad (5.1)$$

上式で、 $M$  が白色矮星の質量、 $M_s$  が太陽の質量である。 $\mu$  は原子の原子核の核子の数をその原子の電子数で割った値（電子 1 個当たりの核子数）である。ここで  $\mu$  の値として、最も安定な原子核である鉄の同位体、鉄 56 の原子核の核子の数 56 と、その鉄原子の電子数 26 を与えると、

$$M = \frac{\mu_{Fe}^2}{5.87} M_s \approx 1.26 M_s \quad (5.2)$$

となる。

### 5.1.3 クオーク星

最近見つかった天体。中性子星より密度が高く質量も太陽よりも遥かに重い、quark でできているとされている。その候補となる星（みなみのかんむり座の星）も見つかっている。

### 5.1.4 褐色矮星

元々の星の状態が主系列星からずれている。原子星の時点で太陽の 8 倍の質量があったと考えられる。リチウム (Li) のスペクトル輝線がないのでわかる。軽水素 ( $1H$ ) の核融合を起こすには質量が小さすぎるために主系列星になることができない星のことを指す。

分類上は、恒星にも惑星にも入らない。

およそ木星質量の13~75倍程度の星が褐色矮星に分類される。それでも太陽質量1に対して、低い値になる。

他の主系列星の原始惑星系ガス円盤から誕生したものでなく、主系列星と同様に星雲から直接誕生するものが真の褐色矮星と考えられている。

原子星から誕生する際には大質量星よりも小質量星の方がはるかに多く誕生する。

それよりもさらに質量が小さい褐色矮星の数は非常に多いと考えられている。

そのため褐色矮星の全質量は銀河や宇宙の質量や重力を考える上で無視できないものとなる。

### 5.1.5 惑星

太陽系で見る限りでも光らない天体はいくつも存在している。

これらを惑星と呼んでいる。

太陽のような恒星でも惑星があると考えられている。

現在太陽系以外の系外惑星は200個以上発見されている。

惑星1つは太陽質量程度期待される。

### 5.1.6 MACHO

元の主系列の星が太陽の40倍以上のものが進化した果てと考えられる。

MACHO (Massive Compact Halo Object) は電磁波を放出してはいるものの、暗すぎて現在の観測能力では検出できない天体である。

褐色矮星、惑星、中性子星、白色矮星といった恒星になれなかった、もしくは恒星の成れの果ての存在だと考えられている。

現在、重力レンズを利用して検出する試みが行われている。

しかし観測が困難な上、個数がそれほどないと考えられている。

<sup>3</sup>

### 5.1.7 初期ブラックホール

Dark Age時代にできた Black Hole である。

通常のブラックホールは非常に質量が重い星が進化の果てに迎える姿の1つであるが、この初期ブラックホールはそのように発生したものとは違うものである。

宇宙の大規模規模構造形成にも関連があるとされているが、観測ではかなり数がない。

現在まで存在しているものは稀であると考えられる。

---

<sup>3</sup>BH も CDM と思われる。

質量は1つ  $\sim 10^5 M_\odot$  程度とされる。

## 5.2 素粒子論的候補

DMの性質からいって重力相互作用・弱い相互作用までしか働かない粒子が候補である。

この2つの相互作用を持つ粒子を”WIMPS”という。

しかし素粒子標準理論からでは2つ程度の候補しか挙げられない。

neutrino と graviton であるがこれらはDMとして問題があった、<sup>4</sup>。graviton は元素合成シナリオから、できる粒子数に制限かかる。また多すぎると今の宇宙とは違って縮退に宇宙を進ませてしまうのでほとんどDMとして振舞えないものであろう。neutrino は光速運動し、相互作用がなかなか弱く、粒子数凍結温度がCMBの温度のより高いのでHDMである。

しかし電気的には中性で (Charge0) で理想的であった。

標準理論では質量0と予言されていたが、実際には微量ながら有質量であった。

<sup>5</sup> 従って、CDMの標準理論の中での候補はいなくなってしまった。

そこで素粒子標準理論を拡張した理論から候補を述べていく。

素粒子論的候補には条件があり、

1. dark であること つまり電磁相互作用を持たないということ。
2. 安定であること 粒子自身の寿命が長く、確立されている元素合成シナリオを邪魔しないこと。現在まで生き残るためには寿命が長い必要があるので、強い相互作用はないこと。<sup>6, 7</sup>
3. 非相対論的振る舞いを行わず 光速で運動しないこと。(銀河の Arm が発散しないため)
4. 多量に存在すること。

$$0.04 \leq \Omega_{DM} \leq 1$$

である。

特に1~3までの特徴に当てはまるものが Weakly Interacting Massive Particles(WIMPS)という。

ここで粒子数の考察と観測される値のことを述べる。

現在の宇宙の臨界密度  $\rho_{c0}$  は

<sup>4</sup>neutrino 以外にも Z 粒子や Higgs も候補に出ている。

だがこれらは Big Bang から  $10^{-25}$  秒で lepton, antilepton, Hadron に崩壊するため今まで残存してはいない。よって今の時点で DM ではない。

<sup>5</sup> $\nu$  の質量は 0.04eV 程度

<sup>6</sup>つまり宇宙年齢  $137 \pm 2$  億年程度、少なくとも  $10^{10}$  年以上の寿命のこと

<sup>7</sup>構成物質が電気的に中性 (Charge 0)

ハッブル定数

$$H = 100h(km/s/Mpc) \quad (5.3)$$

WMAP の観測には

$$h = 0.71 \pm 0.2 \quad (5.4)$$

である。

観測より現在の臨界密度は

$$\rho_{c0} = 1.88 \times 10^{-29} h^2 (g/cc) \quad (5.5)$$

である。

では宇宙のはじめの方はどうであったか考える。

CMB (宇宙マイクロ波背景放射) のエントロピー密度が  $s_{\gamma 0}$  で、光子数密度  $n_{\rho 0}$  とし、温度が

$$T = 2.7\theta K \quad (5.6)$$

であったとすると、 $\theta$  は温度の揺らぎを示す。

観測結果から  $\theta$  はほぼ 1 である。

$$S_{\gamma 0} = 3.6n_{\rho 0} \quad (5.7)$$

$$S_{\gamma 0} = 1440\theta^3 cm^{-3} \quad (5.8)$$

と与えられる。

DMの密度パラメータは WIMP の質量を  $m_x$ 、数密度を  $n_x$  と置くと

$$\theta^{-3} h^2 \Omega_x = \frac{7.33(eV)}{m_x} \left( \frac{s_{\gamma 0}}{n_x} \right) \quad (5.9)$$

$$\theta^{-3} h^2 \Omega_x = \frac{26.4(eV)}{m_x} \left( \frac{n_{\gamma 0}}{n_x} \right) \quad (5.10)$$

となる。

WIMPS ならば

$$\rho_{c0} = 1.88 \times 10^{-29} [h^2 g/cc] \quad (5.11)$$

必要である。

## 5.2.1 About Neutrino

neutrino は HDM である。ここでは neutrino について述べていく。  
宇宙が晴れ上がる前、他の fermion と反応して neutrino は生成・消滅を繰り返していた。  
そして宇宙が膨張していくと温度が下がっていき、反応が起きなくなり粒子数が固定される。(凍結)

これが photon ならば CMB<sup>8</sup> となる。

標準理論では neutrino は massless であるが実際には有質量であることがわかっている。  
もしかしたら photon のように neutrino も凍結したときの名残があると考えられた。  
つまり宇宙背景ニュートリノ (Cosmic Background Neutrino = CBN)<sup>9</sup> が存在すると考えられて観測が行われるようになった。<sup>10</sup> ここで neutrino  $\nu$  について考える。

$\nu$  には 3 つの flavor ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) が存在する。

今  $\nu$  の全個数密度の式は

$$n_\nu = \frac{9}{11} n_\gamma = 3.36 \times 10^8 [m^{-3}] \quad (5.12)$$

である。

地球には約 2000 万個の宇宙からの neutrino が降り注いでいることになる。

### 1 太陽 neutrino の観測

これには問題があった。

理論値の 3 分の 1 しか観測されなかったのである。

太陽から出る電子 neutrino はミューオン neutrino の間で質量の 2 乗差が観測されている。  
すなわち

$$\Delta(m_\nu^2 c^4) \approx 5 \times 10^{-5} [eV^2]$$

である。

これは 2 種類の flavor の neutrino が振動して移り変わるからである。

### 2 地球の大気で作られるミューオンニュートリノの観測

このが愛にはミューオン neutrino とタウ neutrino の間の質量の 2 乗差が観測されている。

1,2 の結果によくあう最小 neutrino 質量は

$$\text{Flavor-1 } m_\nu c^2 \sim 0.05 [eV]$$

$$\text{Flavor-2 } m_\nu c^2 \sim 0.007 [eV]$$

$$\text{Flavor-3 } m_\nu c^2 \ll 0.0007 [eV]$$

である。従って

$$\Omega_\nu \sim 10^{-3}$$

<sup>8</sup>フォトンに対して宇宙が不透明であった時代の名残

<sup>9</sup>ニュートリノに対して不透明になる区以来宇宙が高温高密度であった時代の名残

<sup>10</sup>CMB と CMN の時期は違う

となり、neutrino は非 baryon 的 DM の 0.5 % 以下しか構成していないことがわかる。  
もし非 baryon 的 DM のすべてが neutrino であるならば

$$m_\nu \sim 4[eV]$$

必要であるが、明らかに実際の質量はこれよりも小さいのである。  
よって宇宙の非 baryon 的 DM はほかのもっと重い粒子であることがわかる。

## 5.2.2 WIMPS model

WIMPS が DM 候補であるかどうかはわからないが、現在の数密度を求めることはできる。

数密度は WIMP の相互作用の結果として与えられる値であり、宇宙初期における粒子生成過程に依存している。

もし宇宙初期（高温高密度）状態で WIMPS 自身とほかの物質との相互作用が十分に強く、WIMPS が熱化学平衡状態にあった場合、粒子数は生成過程 model の詳細に依存せずに計算できる。

現在の宇宙で WIMPS はほとんど相互作用しない物質であるが、宇宙初期での WIMPS はどうであったらうか。

はじめから順を追っていく。

一般に素粒子の相互作用はエネルギーに依存し、粒子 1 個当たりの反応率は粒子数密度に比例している。

高温高密度下では WIMPS と半 WIMPS が対消滅をしてほかの物質を生成したり、逆にほかの粒子同士の対生成で WIMPS と半 WIMPS が生成されて、その結果としてほかの物質とともに熱化学平衡になる。

熱化学平衡になってしまうと WIMP は生成過程の情報を失うので見極められるのである。

このときの数密度は、統計力学で出てくる Boltzmann の式

$$\frac{n_x}{n_\gamma} = \frac{g_x}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^F Y_{th} \left(\frac{m_x}{T}\right) \quad (5.13)$$

である。

ここで  $g_x$  は粒子の自由度<sup>11</sup>、F はフェルミ粒子なら 1、ボーズ粒子なら 0 をとる値である。

宇宙温度：  $T < m_x$  でも WIMP が熱化学平衡に留まるとする。

そうすると  $\frac{n_x}{n_\gamma}$  は温度と共に急速に小さくなる。

$x = \frac{m_x}{T}$  とすると

$$Y_{th} = \frac{1}{2\zeta(3)} \int_x^\infty dt \frac{t(t^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}}{e^t - 1} \quad (5.14)$$

<sup>11</sup>正確にはヘリシティ (Helicity) の状態数

$$\simeq 1; x \ll 1 \quad (5.15)$$

$$\simeq \left(\frac{\pi}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2\zeta(3)} x^{\frac{3}{2}} e^{-x}; x \gg 1 \quad (5.16)$$

しかし実際には宇宙の温度、密度は低下するのである時点で WIMP の対消滅・対生成は止まる。

つまり粒子数の変化がなくなる。

これが "粒子数凍結" である。

CMB は photon の粒子数が凍結したときの姿である。

いつ粒子数が凍結するかについては 6.3.1 章で考察する。

粒子数凍結以降は WIMP の粒子数と photon 数の比が保存される。

よって現在の宇宙での WIMPS の存在量を求められるはずである。

しかし一般的には保存されない。

その理由は、photon の数と宇宙膨張で一定であるエントロピーの関係が変化するからである。

宇宙初期では様々な粒子と反粒子が生成されている。

だが徐々に宇宙の温度は膨張によって下がっていく。

温度が低くなるにつれて大きい質量の粒子は対消滅していく。

そしてより小さな質量の粒子になる。

従って今現在の photon のエントロピーは元々様々な相対論的粒子で構成されていたことになる。

宇宙のエントロピーは現在までほぼ保存されていると考えられる。

つまり宇宙初期からの photon は一部分しかない残存していないと考えられる。

photon 数は photon のエントロピーに比例している。

そこから現在の WIMP 数と photon 数の比を推定することによって、photon 本来が受け持つエントロピー変化を考慮すると、

$$\left(\frac{n_x}{S_\gamma}\right)_0 = fT_d \left(\frac{n_x}{S_\gamma}\right) \quad (5.17)$$

$$fT_d = \frac{\left(\frac{S_\gamma}{S}\right)_d}{\left(\frac{S_\gamma}{S}\right)_0} \quad (5.18)$$

photon のエントロピー変化は

$$\theta^{-3} h^2 \Omega_x = \frac{m_x}{26.4(eV)} f_d \frac{g_x}{2} Y_d \quad (5.19)$$

である。

現在の WIMP の量は

1. 宇宙初期に熱化学平衡にあったかどうか
2. 粒子数の凍結する時点での photon のエントロピーがどうであったか

で大きく変化する。通常ここで DM (あるいはそれを構成する WIMPS) は 3 つに分類される。1.HDM :  $T < T_{QH}$  で粒子数凍結 ( $m_x < T_d$ )

2.WDM :  $T > T_d$  で粒子数凍結 ( $m_x < T_d$ )

3.CDM :  $m_x \gg T_d$  または熱平衡に達しない。

$T_{QH}$ : bayon の状態が Quark-Hadron 転移する温度。約 100MeV 程度<sup>12</sup>。

### 5.2.3 その他の素粒子論的候補

#### neutralino

標準理論を拡張した理論が超対称性理論 (SUSY) である、その中でも neutrino の性質を受け継ぎつつ、非相対的な振る舞いをする粒子が neutralino である。

CDM の最大候補である。

Cooling flow 問題を解決するかもしれないとされているが、galactic gamma-ray での観測による粒子数制限があり決定打がない。

#### axion

Strong CP 問題の解の 1 つである。

Pecci-Quin model の予言である。

ただし質量が neutrino 程度になってしまうので少々条件からずれてしまう。

静止エネルギーは

$$m_{ax}c^2 \sim 10^{-5}[eV]$$

であって、質量が

$$m_{ax} \sim 2 \times 10^{-41}[kg]$$

である。

neutrino に近いと考えられる。

しかし温度はほぼ 0 とされるので CDM であると考えられている。

#### gravitino

弱い相互作用を外す条件で一応 CDM 候補になるがやはり粒子数制限によってあまり期待ができない。

この候補を特別シャドーマターと呼んでいる。

---

<sup>12</sup>quark-Hadron 転移:クォークプラズマからハドロンガスになる転移

## Extra Dimensions

Kaluza-Klein particles

これも標準理論から拡張されて出てきた理論の粒子である。

今回はこちらの粒子を採用して CDM の考察を行う。

## 第6章 今回導入するDMについて

HDMとしては neutrino を採用することとした。  
CDMとしては Kaluza-Klein 理論の第1励起状態を採用する。  
WDMとして、sterile neutrino を採用する。  
修士論文の時からこのシナリオを検討していたが、本博士論文において具体的なシナリオとして提示する。

### 6.1 ニュートリノを用いたDMの統一モデルと3種類のDM候補

HDMとしては通常のように neutrino (left-handed  $\nu_L$ ) を採用する。  
また CDM を neutrino の第一番目の Kaluza-Klein モード ( $\nu^{(1)}$ ) とする。

新たに WDM として sterile neutrino (right-handed neutrino  $\nu_R$ ) を追加する。この導入は修士論文当時から検討していたものである。このように Kaluza-Klein 理論を採用すると、3種類のDM(hot, warm, cold) をニュートリノに関する3種類のKKモードとして統一することができるので、DMの統一シナリオを作ることができる。

先ず Kaluza-Klein (KK) 理論の説明から始めよう。

### 6.2 Kaluza-Klein Theory

この世界には4つの力がある。電磁相互作用、強い相互作用、弱い相互作用、重力相互作用である。現在は4つに分かれているが宇宙誕生時には4つとも統合されていたと考えられている。

力の統合の図

Kaluza-Klein 理論(KK理論)とは4次元以外の余剰次元を持った理論であり、重力と電磁気力を統一する理論である。テオドール・カルツァ (Theodor Kaluza) が1921年に、オスカル・クライン (Oskar Klein) が1926年に提唱した理論である。通常は3次元の空間と1次元の時間を合わせた4次元時空を考える。しかしここでは空間次元を1次元多く追加して5次元時空を考える。この追加した5次元目の空間を丸めて「円 ( $S^1$  と表す)」にすると、4次元時空と合わせると5次元空間は穴のあいた円柱のようになる。

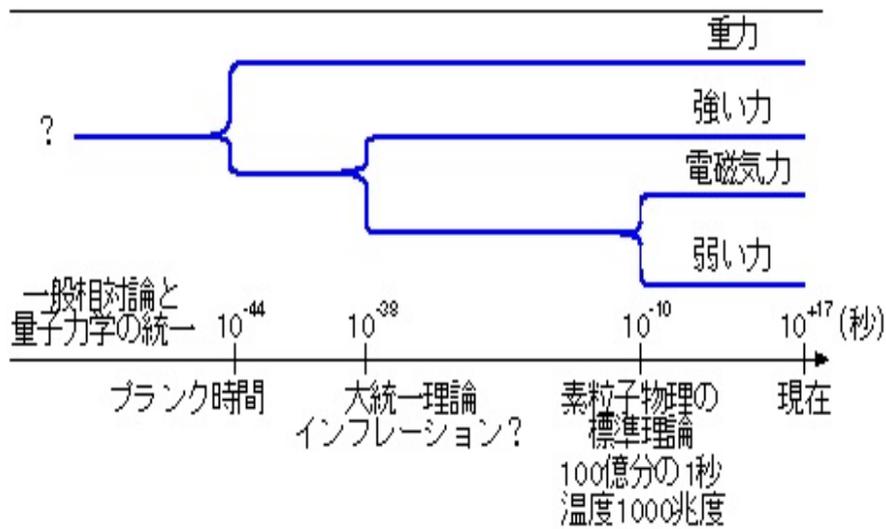


図 6.1: 力の統合の図

### コンパクト化の図

図のように、余剰次元の空間（今の場合は5次元目の空間）を小さくすることをコンパ

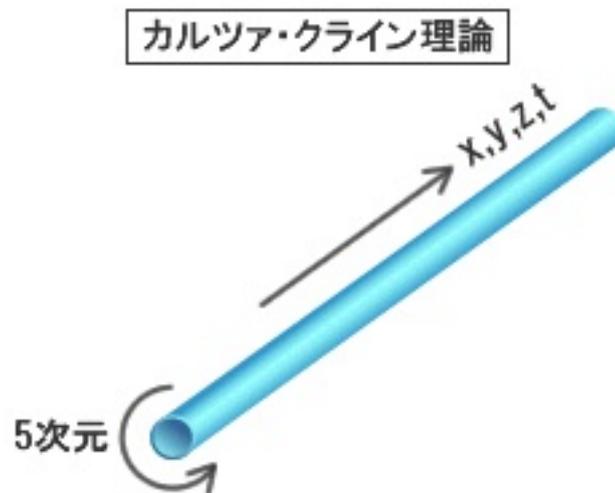


図 6.2: コンパクト化の基本

クト化という。5次元目の空間を小さい円 ( $S^1$ ) に巻きつけた場合を、 $S^1$  コンパクト化という。 $S^1$  とは1次元の sphere、つまり円のことである。コンパクト化した円の半径  $R$  の逆数が Kaluza-Klein Particle の質量になることは、以下のようにして理解される。

通常4次元座標を  $x^\mu (\mu=0,1,2,3)$  とし5次元目の座標を  $y$  としよう。まとめて  $x^M (M = 0,1,2,3,5)$  としてもよい。この理論ではフェルミオン場  $\psi$  とゲージ場  $A_M$  は5変数の  $x^M (x^\mu, y)$  で表される。ゲージ場のベクトルの足も5種類になる。ゲージ場  $A$  の足

$M$  が 0, 1, 2, 3 のときには通常のように  $\mu$  と表すが、それに加えて  $M = 5$  がある。

$$\psi = \psi(x^\mu; y) \quad (6.1)$$

$$A_M = A_M(x^\mu; y) \quad (6.2)$$

$$A_M = (A_\mu, A_5)$$

上記の様に 5 次元目が半径  $R$  の円に巻きついているとすると、 $y+2\pi R$  で元の  $y$  にもどるので、

$$\psi(x; y + 2\pi R) = \psi(x; y) \quad (6.3)$$

$$A_M(x; y + 2\pi R) = A_M(x^\mu; y) \quad (6.4)$$

が成立しなければならない。つまり場が  $2\pi R$  を周期とする関数となる。従って

$$\psi = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \psi^{(0)}(x) + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \psi_1^{(n)}(x) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_2^{(n)}(x) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right] \quad (6.5)$$

$$A = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ A^{(0)}(x) + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_1^{(n)}(x) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \sum_{n=1}^{\infty} A_2^{(n)}(x) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right] \quad (6.6)$$

と展開できる。

このとき、 $\psi^{(0)}$ 、 $A_M^{(0)}$  は通常の 4 次元理論に現れる場である。 $\psi^{(n)}$ 、 $A^{(n)}$  を  $n$  番目の KK 粒子（あるいはモード）という。ここで  $\psi_1$  と  $\psi_2$  という 2 種類の場が現れる。

KK の図

5 次元目の空間を  $S^1$  にコンパクト化した後に、さらにプロジェクション（射影） $P : y \rightarrow -y$  を用いて、 $y$  と  $-y$  を同一視することを良くやる。これを  $Z_2$  プロジェクションという。このプロジェクションをすると、円 ( $y = -\pi R \sim \pi R$ ) は半分に折り畳まれて区間  $[0, \pi R]$  になる。この半分に折り畳んだ空間を  $S^1/Z_2$  と呼ぶ。すなわち 5 次元目の空間を  $S^1/Z_2$  にコンパクト化するのである。

この  $Z_2$  プロジェクション（射影） $P : y \rightarrow -y$  は、5 次元目の座標に対するパリティ変換と考えることができる。従って、その変換に伴ってフェルミオン場  $\psi(x, y)$  を、 $P : \psi(x, y) \rightarrow \gamma_5 \psi(x, -y)$  と変換する必要がある。こうしておくとも 5 次元の Dirac 方程式が不変になるからである。<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ディラック方程式  $(i\gamma^\mu \partial_\mu + \gamma^5 \partial_y - m_\psi) \psi(x; y) = 0$  を満足するフェルミオン  $\psi(x; y)$  を  $P$  変換すると、返還後には質量を  $-m_\psi$  としたディラック方程式を満たす：

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu + \gamma^5 \partial_y + m_\psi) \gamma^5 \psi(x; -y) = \gamma^5 (-i\gamma^\mu \partial_\mu - \gamma^5 \partial_{(-y)} + m_\psi) \psi(x; -y) = 0.$$

質量項の符号はディラック方程式場合どちらでも構わないので、 $P$  変換でディラック方程式は不変となる。

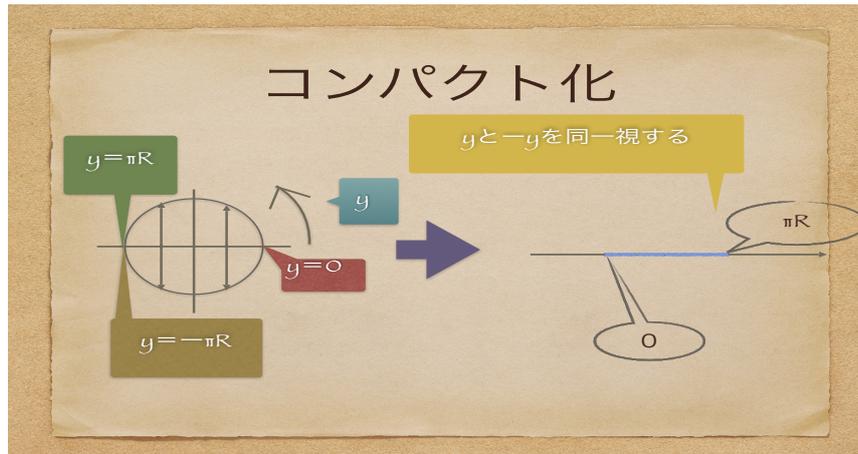


図 6.3: 採用したコンパクト化

$P : y \rightarrow -y$  を行えば、5次元方向に向いたベクトルは向きを変える。したがってベクトル場であるゲージ場に対しては、 $P : A_\mu(x, y) \rightarrow A_\mu(x, -y), A_5(x, y) \rightarrow -A_5(x, -y)$  としなければならない。

フェルミオン  $\psi$  は右巻成分  $\psi_R$  と左巻成分  $\psi_L$  に分解される ( $\psi = \psi_R + \psi_L = \frac{1+\gamma^5}{2}\psi + \frac{1-\gamma^5}{2}\psi$ ) ので、それぞれ

$$+\psi_R = \gamma^5 \psi_R$$

$$-\psi_L = \gamma^5 \psi_L$$

を満たす。

従ってプロジェクション (射影)  $P$  の固有値  $\pm$  に従って、 $\psi_\pm$  と分類すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \psi_+(x, y) = & \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \psi_R^{(0)}(x) \right. \\ & \left. + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \psi_{1R}^{(n)}(x) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \psi_{2L}^{(n)}(x) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right) \right], \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} \psi_-(x, y) = & \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \psi_L^{(0)}(x) \right. \\ & \left. + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \psi_{1L}^{(n)}(x) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \psi_{2R}^{(n)}(x) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right) \right], \end{aligned} \quad (6.8)$$

となる。ゲージ場に対しては  $P$  の固有値を  $+$  と取るならば、

$$A_\mu(x; y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ A_\mu^{(0)} + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_\mu^{(n)}(x) \cos\left(\frac{2\pi n}{R}y\right) \right]$$

$$A_5(x; y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_5^{(n)}(x) \sin\left(\frac{2\pi n}{R}y\right) \right]$$

となる。

まず運動方程式を調べる。5次元の運動方程式は

$$\left( i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \gamma^5 \frac{\partial}{\partial y} - m_\psi \right) \psi(x; y) = 0 \quad (6.9)$$

$$\left( \left( \frac{\partial}{\partial x^\mu} \right)^2 - \left( \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 + (m_A)^2 \right) A_\mu(x; y) = 0 \quad (6.10)$$

である。フェルミオンに関しては

$$\left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_\psi \pm \frac{n}{R} \right) \psi_\pm^{(n)} = 0 \quad (6.11)$$

となるので、 $n$ 番目のKKフェルミオンの質量は

$$m_\psi^{(n)} = m_\psi \mp \frac{n}{R} \quad (6.12)$$

となる。

またゲージ場  $A_\mu$  に関しては

$$\left( \partial^2 - m_A^2 - \left( \frac{n}{R} \right)^2 \right) A_\mu^{(n)}(x) = 0 \quad (6.13)$$

となるので、 $n$ 番目のKKゲージ粒子の質量は

$$\left( m_A^{(n)} \right)^2 = (m_A)^2 + \left( \frac{n}{R} \right)^2 \quad (6.14)$$

となる。これから  $n$ 番目のKK粒子の質量は  $\frac{n}{R}$  だけ変化することが分かる。

つぎにゲージ相互作用を考える。作用  $S$  への寄与は

$$S_{int} = g_5 \int d^4x dy \bar{\psi}(x; y) \gamma^M \psi(x; y) A_M(x; y) \quad (6.15)$$

である。但し  $\gamma^{M=5} = -i\gamma^5$  である。これに上記の展開を代入して計算すると

$$S_{int} = g_5(2\pi R) \int d^4x \left[ \sum_{n,m} \bar{\psi}^{(n+m)} \gamma^\mu \psi^{(n)} A_\mu^{(m)} + \sum_{n,m} \bar{\psi}^{(n+m)} - i\gamma^5 \psi^{(n)} A_5^{(m)} \right] \quad (6.16)$$

となる。

すなわち  $g_5 2\pi R = g$  が 4 次元理論での相互作用の強さを表す。相互作用において KK モード数に対する保存則が表れることが重要である。

元々 5 次元目の運動量に対する保存則がある。コンパクト化された後には 5 次元目の運動量  $p_5$  は離散的な値の  $\frac{n}{R}$  となってモード数  $n$  で表される。この 5 次元目の運動量の保存則が KK モード数の保存則となって表れたのである。

DM の 3 つの候補を neutrino の KK 理論から見つけようというのがこの論文の趣旨である。HDM(hot DM) は通常の neutrino であるので  $\nu_L^{(0)}$  とし、この neutrino の性質を受け継ぐ KK-neutrino の中から WDM(warm DM) として  $\nu_R^{(0)}$  を選び、CDM(cold DM) として  $\nu_{R,L}^{(1)}$  を選ぶことができ、それらが DM としての条件を満たしているかどうかを検討することにしよう。

### 6.3 3 種類の DM の統一シナリオ

5 次元の KK 理論を用いて統一シナリオを構築する。更に 5 次元のニュートリノ場にすべての DM が含まれるというシナリオでもある。そこで前出のフェルミオン場  $\psi$  を neutrino 場とすると、質量に関係する作用は以下ようになる。

$$S = \int d^3x \int dy \left[ \bar{\psi}(x, y) \left( i\gamma^\mu \partial_\mu + \gamma^5 \frac{\partial}{\partial y} - \phi(y) \right) \psi(x, y) - \psi(x, y)^T C \gamma^5 \Phi(y) \psi(x, y) \right], \quad (6.17)$$

ここで最後の項は、電荷がゼロのニュートリノに許されるマヨラナ (Majorana) 質量項である。  $C$  は 4 次元の荷電共役行列  $C = i\gamma^2\gamma^0$  であり、5 次元の荷電共役の行列  $C_5$  は  $C_5 = C\gamma^5$  であることが知られている [31]。  $T$  は転置行列を作る操作であり、  $C_5$  は次の関係式を満たす。

$$C_5^{-1} (\gamma^\mu, \gamma^5) C_5 = + ((\gamma^\mu)^T, (\gamma^5)^T) \quad (6.18)$$

即ち 5 次元のガンマ行列  $(\gamma^\mu, \gamma^5)$  をすべて転置行列に変える働きがある。このとき  $\psi^T C_5 \psi$  が通常のディラック (Dirac) 質量項  $\bar{\psi}\psi$  に加えてローレンツ不変であることを示すことができるので、電荷がゼロのフェルミオンの場合には、この項を質量項として加えることができる。これがマヨラナ (Majorana) 質量項である <sup>2</sup>

<sup>2</sup>ローレンツ変換を  $\psi' = \hat{L}\psi = \exp\left[-\frac{i}{4}\Sigma^{MN}\theta_{MN}\right]\psi$  としよう。ここで生成演算子は  $\Sigma^{MN} = \frac{i}{2}[\gamma^M, \gamma^N]$ 、変換のパラメータは  $\theta_{MN}$  である ( $M, N = 0 \sim 3, 5$ )。  $C_5$  が全てのガンマ行列を転置することを用いると、マヨラナ質量項のローレンツ不変性

$$\psi'^T C_5 \psi' = \psi^T C_5 \left( C_5^{-1} \exp\left[-\frac{i}{4}(\Sigma^{MN})^T \theta_{MN}\right] C_5 \right) \exp\left[-\frac{i}{4}\Sigma^{MN}\theta_{MN}\right] \psi = \psi^T C_5 \psi.$$

が示される。一方、ディラック質量項  $\bar{\psi}\psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi$  のローレンツ不変性は、  $\gamma^0$  が全てのガンマ行列をエルミート共役にする性質  $\gamma^0 (\gamma^\mu, \gamma^5) \gamma^0 = (\gamma^{\mu\dagger}, \gamma^{5\dagger})$  をもつことから、同じように示すことができる。従って電荷を持たないニュートリノの場合には 2 種類の質量項がある。

ここでは Higgs 場あるいは Higgs の真空期待値に  $y$  依存性、 $\phi(y)$  あるいは  $\Phi(y)$  を導入した。この Higgs の真空期待値に  $y$  依存性を導入したことが新しい点である。

フェルミオン場のモード展開はすでに説明したがもう一度書いておくと、

$$\psi(x, y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \psi^{(0)}(x) + \sqrt{2} \sum_n \left( \psi_1^{(n)}(x) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \psi_2^{(n)}(x) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right) \right] \quad (6.19)$$

である。さらに 2 つの Higgs 場も展開しよう：

$$\phi(y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \phi^{(0)} + \sqrt{2} \sum_n \left( \phi_1^{(n)} \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \phi_2^{(n)} \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right) \right], \quad (6.20)$$

$$\Phi(y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \Phi^{(0)} + \sqrt{2} \sum_n \left( \Phi_1^{(n)} \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \Phi_2^{(n)} \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right) \right]. \quad (6.21)$$

フェルミオン場と Higgs 場を上でやったように、プロジェクション (射影)  $P$  を用いてその固有値  $P = \pm$  に従って分類すると、次のような展開が得られる。

$$\begin{aligned} \psi_+(x, y) &= \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \psi_R^{(0)}(x) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \psi_{1R}^{(n)}(x) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \psi_{2L}^{(n)}(x) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right) \right], \quad (6.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_-(x, y) &= \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \psi_L^{(0)}(x) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \psi_{1L}^{(n)}(x) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) + \psi_{2R}^{(n)}(x) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right) \right], \quad (6.23) \end{aligned}$$

と Higgs 場に対する展開

$$\phi_+(y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \phi^{(0)} + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_1^{(n)} \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \right], \quad (6.24)$$

$$\phi_-(y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_2^{(n)} \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right], \quad (6.25)$$

$$\Phi_+(y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \Phi^{(0)} + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_1^{(n)} \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \right], \quad (6.26)$$

$$\Phi_-(y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_2^{(n)} \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \right]. \quad (6.27)$$

が得られる。この展開式をフェルミオンの作用に代入して計算すると、フェルミオンの質

量項が以下のように得られる。 $\mathcal{L}_m$  は KK neutrino の質量を表すラグランジアンである。

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_m &= \int_0^{\pi R} dy \left[ \bar{\psi}(x, y) \left( \gamma^5 \frac{\partial}{\partial y} + \phi(y) \right) \psi(x, y) + \psi(x, y)^T C \gamma^5 \Phi(y) \psi(x, y) \right] \quad (6.28) \\
&= \sum_{n \geq 1} \left( \frac{n}{R} \right) (\bar{\psi}_{1R}^{(n)} \psi_{2L}^{(n)} + \bar{\psi}_{2R}^{(n)} \psi_{1L}^{(n)}) + (\bar{\psi}_R^{(0)} \psi_L^{(0)}) \frac{2}{\pi R} \int dy \phi_-(y) + (\text{h. c.}) \\
&+ \left( \psi_R^{(0)T} C \psi_R^{(0)} - \psi_L^{(0)T} C \psi_L^{(0)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \Phi_+(y) \\
&+ \sum_{n \geq 1} \left( \bar{\psi}_R^{(0)} \psi_{1L}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \phi_-(y) \\
&+ \sum_{n \geq 1} \left( \bar{\psi}_R^{(0)} \psi_{2L}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \phi_-(y) \\
&+ \sum_{m, n \geq 1} \left( \bar{\psi}_{1R}^{(m)} \psi_{1L}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{m}{R}y\right) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \phi_-(y) \\
&+ \sum_{m, n \geq 1} \left( \bar{\psi}_{2R}^{(m)} \psi_{2L}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \sin\left(\frac{m}{R}y\right) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \phi_-(y) + (\text{h. c.}) \\
&+ \left( \psi_R^{(0)T} C \psi_{1R}^{(n)} - \psi_L^{(0)T} C \psi_{1L}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \Phi_+(y) \\
&+ \sum_{m, n \geq 1} \left( \psi_{1R}^{(m)T} C \psi_{1R}^{(n)} - \psi_{1L}^{(m)T} C \psi_{1L}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{m}{R}y\right) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \Phi_+(y) \\
&+ \sum_{m, n \geq 1} \left( -\psi_{2L}^{(m)T} C \psi_{2L}^{(n)} + \psi_{2R}^{(m)T} C \psi_{2R}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \sin\left(\frac{m}{R}y\right) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \Phi_+(y) \quad (6.29)
\end{aligned}$$

上式の右辺の最初の3項を見ると、 $n(> 0)$  番目の KK モードの質量は適切に与えられているが、HDM となって欲しい  $\psi_L^{(0)} = \nu_L$  と WDM となって欲しい  $\psi_R^{(0)} = \nu_R$  の質量が同じ値になってしまうので工夫が必要となる。

そこで次のようにする。即ち質量項においては、 $P$  が + となる  $\psi_+$  と  $\Phi_+$  のみが寄与すると考える。そうすると質量項はシンプルな形

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}'_m &= \sum_{n \geq 1} \left( \frac{n}{R} \right) (\bar{\psi}_{1R}^{(n)} \psi_{2L}^{(n)}) + \left( \psi_R^{(0)T} C \psi_R^{(0)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \Phi_+(y) \\
&+ \left( \psi_R^{(0)T} C \psi_{1R}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \Phi_+(y) \\
&+ \sum_{m, n \geq 1} \left( \psi_{1R}^{(m)T} C \psi_{1R}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{m}{R}y\right) \cos\left(\frac{n}{R}y\right) \Phi_+(y) \\
&- \sum_{m, n \geq 1} \left( \psi_{2L}^{(m)T} C \psi_{2L}^{(n)} \right) \frac{2}{\pi R} \int dy \sin\left(\frac{m}{R}y\right) \sin\left(\frac{n}{R}y\right) \Phi_+(y). \quad (6.30)
\end{aligned}$$

になる。ここで DM 候補として考えたいのは、 $\psi_L^{(0)} = \nu_L$ 、 $\psi_R^{(0)} = N_R$  と KK 粒子として一

番軽い一番目の KK モード  $\psi_{L,R}^{(1)} = \nu_{L,R}^{(1)}$  である。従って残りを除くと

$$\begin{aligned}\mathcal{L}''_{\text{m}} &= \left(\frac{1}{R}\right) (\bar{\psi}_{1R}^{(1)} \psi_{2L}^{(1)}) + \left(\psi_R^{(0)T} C \psi_R^{(0)}\right) \frac{2}{\pi R} \int dy \Phi_+(y) \\ &+ \left(\psi_R^{(0)T} C \psi_{1R}^{(1)}\right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{1}{R}y\right) \Phi_+(y) \\ &+ \left(\psi_{1R}^{(1)T} C \psi_{1R}^{(1)}\right) \frac{2}{\pi R} \int dy \cos\left(\frac{1}{R}y\right) \cos\left(\frac{1}{R}y\right) \Phi_+(y) \\ &- \left(\psi_{2L}^{(1)T} C \psi_{2L}^{(1)}\right) \frac{2}{\pi R} \int dy \sin\left(\frac{1}{R}y\right) \sin\left(\frac{1}{R}y\right) \Phi_+(y).\end{aligned}\quad (6.31)$$

となる。

次に  $\Phi_+(y)$  を考える。この関数形が  $y = 0$  と  $y = \pi R$  を結ぶ古典解として求まることが望ましいけれど、ここではモード展開の最初の 2 項を取ることで満足しよう。即ち

$$\Phi_+(y) = \frac{1}{(\pi R)^{1/2}} \left[ \Phi^{(0)} + \sqrt{2} \Phi^{(1)} \cos\left(\frac{1}{R}y\right) \right] = m_R \left[ \frac{1}{2} + \alpha \cos\left(\frac{1}{R}y\right) \right]. \quad (6.32)$$

としよう。ここで質量  $m_R$  とパラメター  $\alpha$  を導入した。そうすると  $y$  積分が実行できて、DM の質量行列が

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{DMmass}} &= \left(\frac{1}{R}\right) (\bar{\psi}_{1R}^{(1)} \psi_{2L}^{(1)}) + m_R \left(\psi_R^{(0)T} C \psi_R^{(0)}\right) \\ &+ \alpha m_R \left(\psi_R^{(0)T} C \psi_{1R}^{(1)}\right) \\ &+ \frac{1}{2} m_R \left(\psi_{1R}^{(1)T} C \psi_{1R}^{(1)} - \psi_{2L}^{(1)T} C \psi_{2L}^{(1)}\right).\end{aligned}\quad (6.33)$$

となる。

このようにして得られた模型において HD の  $\nu_L^{(0)}$  の質量はゼロ、WDM の  $\nu_R^{(0)}$  は  $m_R$  のマヨラナ質量をもち、CDM である  $\nu^{(1)}$  は  $(1/R)$  のディラック質量をもち。

WDM の  $\nu_R^{(0)}$  と CDM の  $\nu^{(1)}$  は強さ  $\alpha m_R$  で混合し、CDM の  $\psi^{(1)}$  には大きさ  $m_R$  のマヨラナ質量がある。  $m_R \ll (1/R)$  とするならば、CDM のマヨラナ質量は無視しても良い。但し WDM の  $\nu_R^{(0)}$  と CDM の  $\nu^{(1)}$  のミキシングは残しておきたい。なぜならばこのミキシングを使って CDM の残存量から WDM の残存量を計算することが可能になるからである。従ってわれわれの DM の統一模型では一つの中性のフェルミオン場  $\psi(x, y)$  を考えて、そのモード展開において

$$\text{HDM: } \nu_L = \psi_L^{(0)}, \quad m_{\text{HDM}} = 0, \quad (6.34)$$

$$\text{WDM: } N_R = \psi_R^{(0)}, \quad m_{\text{WDM}} = m_R = O(1 \text{ keV}), \quad (6.35)$$

$$\text{CDM: } \nu^{(1)} = (\psi_{1R}^{(1)}, \psi_{1L}^{(1)}) \text{ and } (\psi_{2R}^{(1)}, \psi_{2L}^{(1)}), \quad m_{\text{CDM}} = \frac{1}{R} = O(1 \text{ TeV}), \quad (6.36)$$

とすることが可能である。従ってわれわれの模型は理想的な DM 模型を与えている可能性がある。

もちろん  $m_{WDM}$  と  $m_{CDM}$  の値は keV や TeV でなくても構わない。

CDM の質量が  $O(\text{TeV})$  となる理由は、宇宙論や天体物理におけるコンピューターシミュレーションによってそのような値が予想されているからである。(例えば [?] を参照されたい)。

CDM の運動速度は大体地球が太陽の周りを回る速度 (230–240km/h) である。他方 WDM の質量は HDM と CDM の中間の値と考えられているのでここでは WDM の質量を  $O(1 \text{ keV})$  と考えた。又銀河形成のシミュレーションによると、銀河を形成する時間スケールを観測結果に近づけるためには、CDM に加えて WDM が必要とされている。

更に、なぜ 1 番目の KK 励起モードを CDM とするのかということ、KK 模型ではコンパクト化のサイズを TeV スケールに取ることが容易であるからである [32]。実際 TeV スケールの CDM ならば、CERN の LHC 実験においても観測が期待できる。

現在の DM の残存量 (relic density) は、DM の生成率と宇宙の膨張率を比較して求められる。この残存量を上記の DM 模型において、評価する必要がある。

ここで、これまで知られている最も簡単な場合の DM の残存量をまとめておこう。HDM (neutrino) の残存量は

$$\Omega_{\text{HDM}} h^2 = \frac{\sum m_\nu}{93 \text{ eV}}, \quad (6.37)$$

であることが知られている。WDM に関しては、もしも WDM である  $N_R$  が過去に熱平衡状態にあったとするならば、

$$\Omega_{\text{WDM}} h^2 = \left( \frac{m_{N_R}}{93 \text{ eV}} \right) \left( \frac{T_{N_R}}{T_\nu} \right)^3, \quad (6.38)$$

と評価されている。ここに  $m_{N_R}$  と  $T_{N_R}$  は右巻き sterile neutrino ( $N_R$ ) の質量と温度であり  $T_\nu = 10.75 \text{ K}$  はニュートリノが熱平衡から切れるデカップリング温度である。KK ニュートリノを CDM としたときの残存量は文献 [32, 33] において評価された。[32] の図 2 は、もしも  $\Omega_{\text{CDM}} h^2 = 0.110 \pm 0.006$  ならば、

$$m_{\text{CDM}} \approx 0.8 - 0.9 \text{ TeV} \quad (\text{for three flavors}), \quad (6.39)$$

$$m_{\text{CDM}} \approx 1.2 - 1.3 \text{ TeV} \quad (\text{for one flavor}), \quad (6.40)$$

と評価されている。今回の模型を用いてより詳しく DM の残存量を評価する必要がある。

このようにして、DM の残存量が観測結果と矛盾しない DM の統一模型を与えることは可能であると考えられる。KK 模型を採用することによって、CDM の質量を  $O(\text{TeV})$  とすることが可能となり、しかも WDM としての右巻き sterile neutrino ( $N_R$ ) の質量を  $O(\text{keV})$  として、HDM であるニュートリノの小さい質量と矛盾することなく 3 種類の DM を統一することが可能なのではないだろうか。

### 6.3.1 残存密度 ( Relic Density )

#### Boltzmann 方程式と DM の残存量

DM の残存量 (relic density) をより詳しく評価しよう。

#### HDM の残存密度

HDM として通常の neutrino を考えるのは一般的である。neutrino の質量は非常に小さいので relic density の評価において質量をもたないと考えてもよい。そうすると photon の残存量は背景輻射における photon の個数なので、これと比較して neutrino の残存量を neutrino 背景輻射として評価することができる。

photon の背景輻射は Stefan-Boltzmann 則によってエネルギー密度  $\varepsilon_\gamma$  と個数密度  $n_\gamma$  は温度  $T$  を用いて次のように表される。

$$\varepsilon_\gamma = 2 \frac{\pi^2}{30} (k_B T)^4, \quad n_\gamma = 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} (k_B T)^3, \quad (6.41)$$

ここで  $\zeta(3) = 1.202\dots$ 、 $k_B$  は Boltzmann 定数である。上の 2 つの式にある係数 2 は、photon が横波で自由度が 2 つあることを示している。photon は宇宙の冷却のある時期まで熱平衡にあるが、熱平衡が切れたのちも熱平衡のときと同じ Planck 分布を維持するので、いつ熱平衡から切れたかに関係なく現在までこの式が使える。従って宇宙背景輻射の Planck 分布の温度  $T = 2.73\text{K}$  を代入すると  $\varepsilon_{\gamma 0} = 2.02 \times 10^{-51} \text{GeV}^4$ 、 $n_{\gamma 0} = 411/\text{cm}^3$  と求まる。従って

$$\Omega_{\gamma 0} h^2 = \frac{\varepsilon_{\gamma 0}}{\rho_{c0}} h^2 = 2.49 \times 10^{-5}, \quad (6.42)$$

と求まる。

neutrino はフェルミ粒子であるので、photon と比べて Stefan-Boltzmann の法則の係数が異なる。即ち

$$\varepsilon_\nu = 2N_g \left(\frac{7}{8}\right) \frac{\pi^2}{30} (k_B T)^4, \quad n_\nu = 2N_g \left(\frac{3}{4}\right) \frac{\zeta(3)}{\pi^2} (k_B T)^3, \quad (6.43)$$

ここで係数の 2 はスピンの up と down の自由度の 2 であり、 $N_g$  は世代数 (number of generation) である。通常 3 世代を考えるので  $N_g = 3$  である。電磁相互作用をする photon と比較すると、以下の反応 (相互作用)

$$\nu + \bar{\nu} \leftrightarrow e^+ + e^- \quad (6.44)$$

の反応率が極めて小さいので、早い段階で宇宙の膨張について行けなくなって途中の段階で、neutrino と電子の反応が停止する。その時点で neutrino の個数が定まってしまう。これを凍結する (freeze out) という。後で説明する Boltzmann 方程式を用いると凍結に際しての反応率と宇宙膨張率との関係が理解できる。しかしながら neutrino の残存量は凍

結温度の詳細には依らない。photon と同じく neutrino も Planck 分布を維持するからである。唯一 photon との違いは、現在の neutrino の温度  $T_\nu$  である。これが背景輻射の温度  $T_\gamma$  と異なる。

これを理解するためには photon が電子との反応を凍結する前後を考えなければならない。凍結に關与する反応は

$$\gamma + \gamma \leftrightarrow e^+ + e^- \quad (6.45)$$

である。この相互作用が働かなくなった時点が凍結である。この反応は電磁相互作用なのでその反応率は neutrino の凍結に關与する反応に比べて反応率が大きいので、neutrino が凍結した後に起きると考えられる。この photon が凍結する前には  $(\gamma, e^-, e^+)$  の3つの粒子が熱平衡にあるが、凍結後は  $(e^-, e^+)$  が脱落するので、 $\gamma$  のみが熱平衡となる。凍結前後に熱の出入りはないので断熱変化と考えると、凍結前後でエントロピー (entropy) が保存する。entropy は「自由度」に比例する。この「自由度」を表す因子はボーズ粒子とフェルミ粒子で異なる。entropy の変化はエネルギーの変化に比例するので、この因子が Stefan-Boltzmann 法則のエネルギーの表式に現れる因子であることが分かるだろう。この因子を  $g_{eff}$  有効自由度  $g_{eff}$  とすると、

$$g_{eff} = 2(\text{for photon}) + 2N_g \frac{7}{8}(\text{for neutrino}) \quad (6.46)$$

であり、entropy density は

$$s = g_{eff} \frac{4\pi^2}{30} k_B (k_B T)^3 \quad (6.47)$$

となる。有効自由度  $g_{eff}$  は photon のようなゲージ場や質量が小さいフェルミオンに対しても適用することができる。凍結前後で entropy が不変だとすると

$$g_{eff}(\gamma, e^-, e^+)(T_{before})^3 = g_{eff}(\gamma)(T_{after})^3 \quad (6.48)$$

従って、

$$\frac{T_{before}}{T_{after}} = \left( \frac{g_{eff}(\gamma)}{g_{eff}(\gamma, e^-, e^+)} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{2}{2 + \frac{7}{8}(2+2)} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{4}{11} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1.945\text{K}}{2.725\text{K}} \quad (6.49)$$

凍結の前後で自由度が減少するので、その分温度が上昇するのである。この上昇後の温度を基に冷えて現在に至ったのが photon であり、上昇以前の温度を基に冷えて現在に至ったのが neutrino である。従って、neutrino の背景輻射の温度は  $T_\nu = 1.945\text{K}$  であり、背景輻射の温度  $T_\gamma = 2.725\text{K}$  に比べて低い。この neutrino の背景輻射は観測されていない。この温度をもとに Stefan-Boltzmann の法則を用いると1世代の neutrino の残存数密度は  $n_{\nu 0} = 336/\text{cm}^3$  と求まる。エネルギー密度にするためには neutrino は世代に依って異なる質量  $\nu$  をもつとすると前節の  $\Omega_{\text{HDM}} = \sum m_\nu / 93\text{eV}$  が導出される。

次に一般のDMに対して残留密度を計算する方法を述べる。

膨張する宇宙の中で Boltzmann 方程式を立て、DM の消滅反応が宇宙の膨張に追いつけなくなる温度（凍結温度） $T_F$  を求めて、DM の残存量がを決める方法である。残存量はDM の消滅断面積とその質量で決まる。

ここではDM を  $X$  粒子としよう。そうするとDM の軽い粒子への消滅反応としては次のような反応が考えられる。

$$(1) X + X \rightarrow \nu + \nu, \dots \quad (6.50)$$

$$(2) \bar{X} + \bar{X} \rightarrow \bar{\nu} + \bar{\nu}, \dots \quad (6.51)$$

$$(3) X + \bar{X} \rightarrow \text{light particles}, \quad (6.52)$$

ここで「light particles」= $q_i \bar{q}_i + \ell_i \bar{\ell}_i + ZZ + W^+ W^- + HH + \dots$  とする。但し  $q_i$ 、 $\ell_i$ 、 $Z$ 、 $W$ 、 $H$ 、 $\dots$  は種類  $i$  の quark、種類  $i$  の lepton、Z-boson、W-boson、Higgs-boson を表す。粒子と粒子、反粒子と反粒子、粒子と反粒子の消滅反応であるが、粒子と反粒子の数密度は同じとして共に  $n$  として良いだろう。又反応の断面積を  $\sigma$  とすると、粒子と反粒子を区別しない場合には、有効断面積として粒子と反粒子を平均して、

$$\sigma = \frac{1}{4} [\sigma(XX \rightarrow \nu\nu + \dots) + \sigma(\bar{X}\bar{X} \rightarrow \bar{\nu}\bar{\nu} + \dots) + 2\sigma(X\bar{X} \rightarrow \text{light particles})] \quad (6.53)$$

として良いだろう。このとき Boltzmann 方程式は以下のように書ける。

$$\frac{dn}{dt} = -3nH - \langle \sigma v \rangle (n^2 - n_{eq}^2) \quad (6.54)$$

である。

ここでの  $H$  はハッブル定数、 $n$  は粒子数、 $n_{eq}$  は平衡状態の数密度、 $v$  は衝突する  $X$  と  $\bar{X}$  の相対速度とする。このとき  $\langle \sigma v \rangle$  は様々な衝突の相対速度に関して平均する必要があるので  $\langle \dots \rangle$  とした。

先ず平衡状態の数密度  $n_{eq}$  を考える。考えている粒子は非相対論的粒子とし、

$$E^2 = m^2 + \vec{p}^2$$

を非相対論的に近似した

$$E = m + \frac{\vec{p}^2}{2m}$$

を用いる。そうすると熱平衡にある非相対論的粒子の粒子数は Boltzmann 分布を用いて計算すると

$$n_{eq} = g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{T}}$$

になる。T は外界の温度、 $g$  は有効自由度  $g_{eff}$ 、 $m$  はDM である  $X$  の質量である。もしも  $n$  が時間変化に対して、常に平衡状態の密度を保持するならば、Boltzmann 方程式は

$$\frac{dn}{dt} = -3nH \quad (6.55)$$

となるので、

$$\frac{d}{dt}(na^3) = 0 \quad (6.56)$$

を満たす。 $na^3$  は一辺が  $a$  である立方体の体積の内部に存在する粒子の数である。このように膨張する立方体の内部にある粒子数は、宇宙膨張によって  $a(t)$  が変化しても変わらない、実際に計算してみると

$$\frac{dn}{dt}a^3 + 3na^2\frac{da}{dt} = 0 \quad (6.57)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{da}{dt} \\ \frac{\dot{a}}{a} &= H \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = \left( \frac{8\pi\rho}{3M_{pl}^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

であるので、両辺に  $\frac{1}{a^3}$  をかけると

$$\frac{dn}{dt} + 3Hn = 0 \quad (6.58)$$

が得られるからである。以上が平衡分布を保って時間変化する場合である。実際はある温度になると DM の消滅反応率が宇宙の膨張率に追いつかなくなって、熱平衡でなくなる。もとの Boltzmann 方程式に戻ると右辺の第一項は膨張 (expansion) によって粒子数が減少することを表すので宇宙の膨張率は  $\gamma_e = 3H$  であることが分かり、右辺の第 2 項から相互作用 (reaction) によって粒子数が減少する反応の反応率は  $\gamma_r = \langle\sigma v\rangle n$  であることが分かる。

粒子 1 個が、 $\sigma$  の断面積をもって単位時間 (1 sec) 中に  $v$  (相対速度 =  $v_{rel}$ ) で動くと、断面積  $\sigma$  の円柱内に入っている単位体積当たり  $n$  個の粒子に反応する。従って単位時間当たりの反応数率が  $\langle\sigma v\rangle$  であることは断面積の定義からも理解できる。従って Boltzmann 方程式の右辺の第 2 項はこのように書かれているのである。

反応が宇宙膨張について行けなくなるという条件は

$$\gamma_r \leq \gamma_e \quad (6.59)$$

この境目、即ち  $\gamma_r = \gamma_e$  が凍結が始まる時期である。そのときの温度を  $T_F$  としたので、

$$3H = \langle\sigma v\rangle n \quad (6.60)$$

から凍結温度  $T_F$  が求まる。

ところで断面積は粒子が衝突する相対速度  $v$  に依存する。従って反応断面積を次のように展開し

$$\langle \sigma v \rangle \approx a + b\langle \vec{v}^2 \rangle + c\langle (\vec{v}^2)^2 \rangle + \dots \quad (6.61)$$

その最初の2項、即ち  $a$  と  $b$  の項を考慮することにする。

ここで相対速度  $v$  の平均値はエネルギーの等分配則から評価することができる。

即ち

$$\left\langle \frac{\vec{p}^2}{2m} \right\rangle = \frac{1}{2}m\langle \vec{v}^2 \rangle = \frac{1}{2}m\langle ((v_x)^2 + (v_y)^2 + (v_z)^2) \rangle = \frac{3}{2}k_B T \quad (6.62)$$

である。粒子の自由度を3、即ち3次元的に動けるとした。

極く大雑把に凍結後の残留密度を計算して見よう。

凍結の条件から

$$n_F \approx \frac{H_F}{\langle \sigma v \rangle_F} \quad (6.63)$$

Hubble 定数は輻射優勢 (RD) とすると

$$H \approx \sqrt{\rho} \approx (k_B T)^2 \quad (6.64)$$

従って

$$H_F \approx (k_B T_F)^2 \quad (6.65)$$

凍結温度  $T_F$  を DM が対生成できなくなる温度と考えたと、

$$mc^2 \approx k_B T_F \quad (6.66)$$

としても良い。粒子数は凍結時点  $T_F$  から現在  $T_0$  までに変化するがそれは、

$$n_0 = n_F \frac{(a_F)^3}{(a_0)^3} = n_F \left( \frac{T_0}{T_F} \right)^3 \quad (6.67)$$

で与えられる。従って DM の残留量は

$$\Omega_{\text{DM}} = \frac{mn_0}{\rho_c} \approx \frac{k_B T_F}{\rho_c c^2 \langle \sigma v \rangle_F} (k_B T_F)^2 \left( \frac{k_B T_0}{k_B T_F} \right)^3 \approx \frac{(k_B T_0)^3}{\rho_c c^2 \langle \sigma v / c \rangle_F c} \quad (6.68)$$

ここで  $\rho_c c^2 = 5200 \text{eV cm}^{-3}$ 、 $k_B T_0 \approx 2 \times 10^{-4} \text{eV}$  を用いると

$$\Omega_{\text{DM}} \approx \frac{5 \times 10^{-38} \text{cm}^2}{\langle \sigma v / c \rangle_F} \quad (6.69)$$

と見積もることができる。

正確には Boltzmann 方程式を解かなければならない。その結果は [?]

$$\Omega_{\text{DM}} \approx \frac{1.04 \times 10^9}{M_{\text{pl}}[\text{GeV}]} \frac{x_F}{\sqrt{g_*} a[\text{GeV}^{-2}] + 3b[\text{GeV}^{-2}]/x_F} \quad (6.70)$$

である。但しここで用いた  $x_F = mc^2/k_B T_F$  である。上でやった大雑把な計算では  $x_F \approx 1$  である。しかしながらこの大雑把な計算は Boltzmann 方程式を解いて導いた式と分母が一致し係数も良い値となっている。この表式は CDM に対してはそのまま適用できるものである。しかし WDM に関しては CDM とミックスしているので、付録において WDM の残留密度をより詳しく検討することにしよう。

1 番目の KK ニュートリノ  $\nu^{(1)}$  を CDM と考えた場合の relic density の詳しい分析は Servant と Tait によって与えられた。その結果は以下の図にまとめられる。WMAP からの密度制限

$$0.094 \leq \Omega_M h^2 \leq 0.129$$

より KK-neutrino  $\nu_1$  の質量は 500GeV ~ 1.75TeV 程度と示唆される。

制限の図

hep-ph/0206071 参照

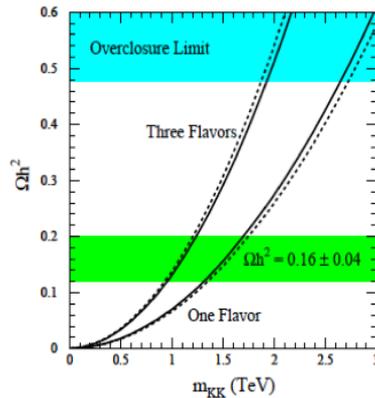


図 6.4: 制限の図

$0.16 \pm 0.04$  は CDM が占めるべきエネルギー密度

横に入っている緑のライン内であれば DM であると考えられる。

## 第7章 DM統一シナリオの検証を目指したシミュレーションについて

いま我々の銀河の観測を用いて、本論文で提案したDMの統一シナリオを検証できないか？

1つのシミュレーションを考えた。

実は我々の銀河の中には矮小銀河という、ミニマムな銀河が存在する。

最近わかったことだがそのうちの一つ、いて座矮小銀河が銀河のdisk面に衝突している。もし、DMがなければこのミニマムな銀河はdiskにすぐ衝突し、吸収されているはずなのだが、観測上おかしいことが起きている。

なんと矮小銀河はdiskを上下し、まるでメリーゴーランドの木馬のように運動しながらdiskにぶつかっているというのだ。

これは非常に面白い現象であり、まさにDMがないと説明ができないと言われている。これは参考文献の論文から引用したものであるがここでいう矮小銀河は「いて座矮小銀河」という伴銀河である。

伴銀河のメリーゴーランドのような運動を再現するように、DMを配置すれば、銀河内の3種類のDMの存在比を決定することができるのではないだろうか？

これが提案である。

まず我々の銀河である銀河のdiskを用意した。

間隔が均一なるように144個のDMを配置した。

このdisk面に向かって矮小銀河をぶつけるシミュレーションを試みた。

シミュレーションとして次のようなことを実行した。

はじめは銀河のdiskの作成である。

均一に144個のDark Matterの粒子(塊)を並べた。

フィボナッチ数列に合わせて配置した。

この数列を採用したのは次のような考えがあったからである。

DMを均一かつ渦巻き(我々の銀河の再現であるので)する配置はないかと色々検討していた。

結果、見つけたのが”ひまわりの種の配列”であった。

この配列は数列に基づいている。

この数列は1項目と2項目を足せば3項目が得られるというものである。

二次元で配置していくと渦巻きができ、まるである数列をbaryon、他の数列をDMと置くと、銀河面のようになり、現実に近い配置が得られることがわかった。

しかし配置してみると、その数が144と少ないのでこのDMの大きさははるかに太



図 7.1: メリーゴーランドの図

陽系より大きくなってしまった。

DM 1つが伴銀河かそれ以上の大きさになってしまった。

従って、ぶつかった時点で伴銀河はDMに吸収されてしまった。

よって現実的では本当ではない。

伴銀河に対してDMが大きすぎたのである。

この困難を解消するためにはDMを小さくしていかなければならないが、そのためにはスーパーコンピュータが必要となる。

従って現状では我々の銀河を完全に再現することは難しくなってしまった。

現在我々の銀河に対してわかっていることはオリオンの腕に我々太陽系が乗っているということである。

もしもシミュレーションが完成すればここから hot, Warm, Cold のDMの存在比率が出てくるものと考えられる。

実際144個のDMを配置してシミュレーションしてみた。

結果は以下のものである。

1)DMとDMの間に伴銀河が侵入すると、DMの大きな重力相互作用で伴銀河は銀河面に止まってしまう。

DMの相互の二点重力相互作用の計算は $2^{144}$ 通りあるのでPCでは非常に負担であった。

2) またDMに伴銀河をぶつけてみる試行も行った。

結果は予想通り吸収されてしまった。

DMが大きすぎたのである。

スーパーコンピュータを使わないシミュレーションではこのような結果になったが、スーパーコンピューターを用いるなど改善の余地はある。

より良いトイモデルを考えるなど改良の余地はある。

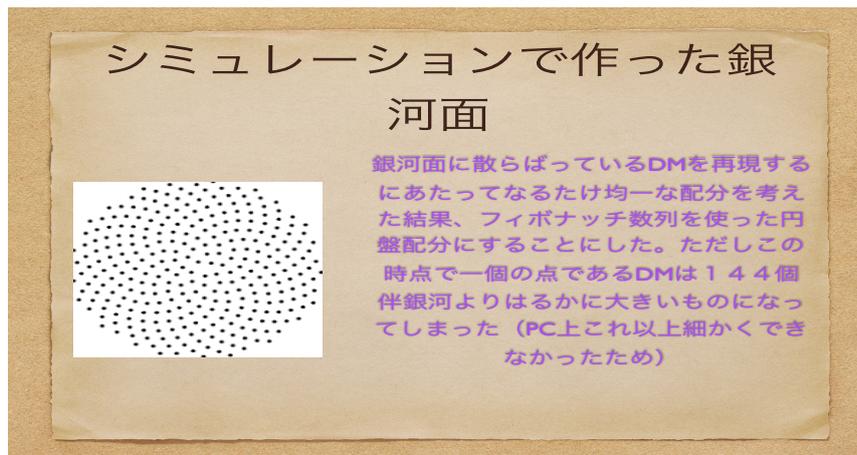


図 7.2: フィボナッチ数列二次元の図

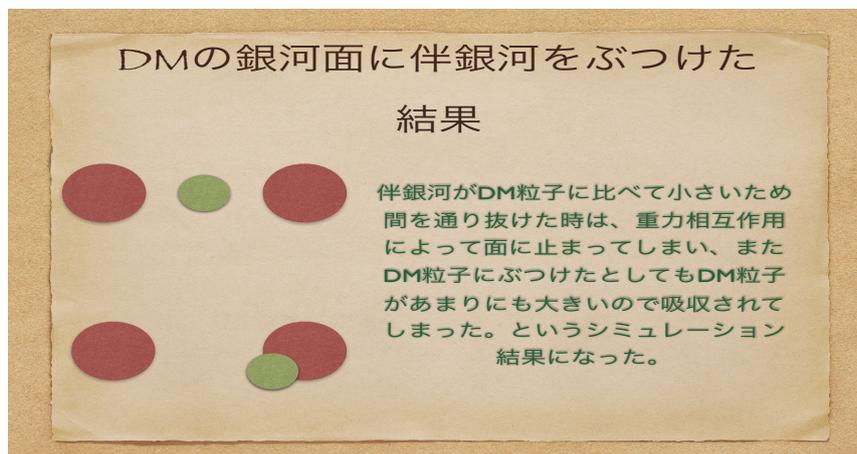


図 7.3: 結果の図

ここではDMの統一シナリオを検証するために1つの方向性として、我々の銀河と衝突する伴銀河の運動を用いることを考察するにとどめたい。

## 第8章 結論

なぜ多くのDM候補は宇宙論から出発せず性質のみで決められていたのか？  
それでは自然にDMが形成されたとは考え難い。  
そこからこの研究の根本が見えると思う。  
実際我々は三種のDMに関して一つの粒子を起点にしてその候補にあげることに成功した。  
三種のDMの存在割合を宇宙の観測から検証するまでに至らなかったが、極めて宇宙論的に自然に候補を見つけることができたと考えられる。  
neutrinoがHDMとしてよいので、そこから紐付いたWDM、CDMを5次元のKaluza-Klein理論に含まれる右巻きneutrinoと第1励起状態のneutrinoとして導出することに成功し、これらが一本のシナリオで形成されることが証明できた。  
そのためには5次元目のコンパクト化を $S^1/Z_2$ としなければならず、neutrinoの場と2種類のhiggs場の $Z_2$ プロジェクションをうまく取る必要があった。  
これが本論文の最大のポイントである。  
この三種のDMの存在割合を、天文学的に評価するためにシミュレーションを提案した。  
それは我々の銀河とその伴銀河である「いて座矮小銀河」の衝突をもしいるものである。  
我々の理論ではDMをneutrinoシリーズで統一した、実際バリオニックなDMがあるようにニュートラリーノやアクシオンといった他の先行研究の可能性も排除していない。  
CDMやWDM候補として本論文の提案を加えても良いのではないか？というものである。

# 謝辞

今回この論文を書くにあたり、博士までの道のりの間に大変多くの方々にご迷惑をおかけしたことをお詫びし、同時に感謝の辞を述べます。

菅本晶夫教授には大変お世話になり、大変素晴らしいご指導をしていただき本当に感謝の言葉だけでは足りません。本当にありがたく存じます。私のことを教授していただき本当に有難く存じあげます。

共同で研究していただいた馬場一晴教授には計算を手伝っていただき、また共著で論文を書かせて頂き誠にありがとうございました。

曹基哲教授にはPCなどの技術面で手助けをしていただくと共に、種々のアドバイスなどいただき本当に感謝の言葉で言い尽くせません。ありがとうございました。

その他素粒子論研究室の学生、ポスドクの皆様本当に色々励ましや激励や補助をいただき、まことに有難く存じます。数多くの後輩たちが卒業や修了していったので、ここですべての方々の名前を列挙することはできませんが、皆様の温かいご支援で私はここまで来れました。本当にありがとうございました。

他にも私をサポートしていただいた大学関係者の皆様、病気で苦しい時も見放さず治療にあたっていただいた先生方、シミュレーションでお手伝いいただいた（本人の希望で名前は伏せます）サポートの方、いつもお腹が空いた時に笑顔でお弁当作ってくれたお店の方々、私の家族、特に励まして来てくれた我が姉、亡くなった母、遠距離でも心配してくれた父兄、親戚の数々の皆様、いっぱい心配や激昂激励をいただいた友人たち本当にありがとうございます。

また本当に陰ながら応援いただいた多くの人に感謝いたします。

最後に一番大切な友人からいただいた言葉で締めさせていただきます。

「月無きみ空に輝く光 嗚呼その星影希望の姿 人知は果てなし 無窮の遠に いざのその星影 極めも行かん、雲無きみ空に横とう光 嗚呼洋々たる銀河の流れ 仰ぎて眺むる万里のあなた いざ棹させよや 窮理の船に」

# Appendix A

Einstein equation 宇宙論の定数の定義や、Einstein 方程式の解をまとめる。重力場は Einstein 方程式で記述され、時空の性質が存在する物質のエネルギーや運動量によって決定される。[?]

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (8.1)$$

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$$

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^{\alpha} + \Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha}\Gamma_{\mu\nu}^{\beta} - \Gamma_{\beta\nu}^{\alpha}\Gamma_{\mu\alpha}^{\beta}$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}(g_{\mu\beta,\nu} + g_{\nu\beta,\mu} - g_{\mu\nu,\beta})$$

ここで、 $g_{\mu\nu}\Lambda$ (ただし  $\Lambda$  は定数) という項を付け加えてもエネルギー保存則は破られないので、もっと一般には

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (8.2)$$

と書かれる。

$\Lambda$  の項は宇宙項と呼ばれる。

この項がダークエネルギーの寄与である。

Einstein 方程式に一様等方の metric を適用すると

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{Kc^2}{a^2} - \frac{\Lambda c^2}{3} = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{Kc^2}{a^2} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \Lambda c^2 = \frac{8\pi G}{c^2}P$$

と、2本の式に分かれる。ここから

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad \text{:宇宙膨張の式} \quad (8.3)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad \text{:宇宙の加速度の式} \quad (8.4)$$

が出る。

# Appendix B

## CMB 温度揺らぎのパワースペクトラム

2 方向から来る CMB の温度を測定し、温度揺らぎの 2 点相関関数の角度依存性から  $C_l$  を観測する。

すなわち

$$\left\langle \left( \frac{T(\hat{n}_1) - \bar{T}}{\bar{T}} \right) \left( \frac{T(\hat{n}_2) - \bar{T}}{\bar{T}} \right) \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) C_{\ell} \cdot P_{\ell} \cos(\theta_{12})$$

CMB の揺らぎは、宇宙がフォトンに対して透明になる直前に、フォトンと物質から構成される”ガス”の中に”音波”によって疎密が生じたことに起因すると考えられている。従って、パワースペクトラムの最初のピークは、この音波の 1 波長をその発生地点と我々を結ぶ距離で見込む角となる。

$$\theta_A = \frac{\lambda_A}{D} \approx \frac{\eta_*}{\eta_0} \approx \left( \frac{a_*}{a_0} \right)^{1/2} = \left( \frac{1}{1 + z_*} \right)^{1/2} \approx 1/30 \approx 2 \text{ angle degree}$$

ただし、晴れ上がりは  $z_*=1000$  くらいで起きるとした。

角度の 2 度は  $l=200$  に相当する。

フォトンに比べて物質の量が多くなると、パワースペクトルの形は縦に引き伸ばされる。

宇宙の曲率が正になると閉じた宇宙になる。

その時観測される見込み角は実際の角度よりも大きくなる。

従ってパワースペクトラム  $l$  は小さい方へ変形される。

反対に宇宙の曲率が負になると開いた宇宙になる。

その時の見込み角は実際の角度より小さくなる。

従ってパワースペクトラムは  $l$  の大きい方へ変形される。

このように、パワースペクトルの形は、baryon 数などの宇宙のパラメーターに強く依存するので、そのことを用いて種々の宇宙のパラメーターが精度よく求められるようになった。

# Appendix C

Appendix C では Majorana 粒子について補足する。neutrino が Majorana 質量をもつ場合の散乱断面積の計算方法に対する補足である。ここでは時空を 4 次元とする。このとき Majorana 質量をもつ粒子の Majorana 作用  $S_M$  は

$$S_M = \frac{1}{2} \int d^4x \left[ \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \frac{1}{2} m \left( \psi^T C \psi + \bar{\psi} C \bar{\psi}^T \right) \right] \quad (8.5)$$

で与えられる。質量項に 2 つ項があるのは作用をエルミートにするためである。ここで  $C = i\gamma^2\gamma^0$  は次の関係式を満たす。

$$C^\dagger = C^{-1} = C^T = -C, \quad (8.6)$$

$$C\{\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}\}C^{-1} = -\{\gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}\}, \quad C\{\gamma^5, \gamma^5\gamma^\mu\}C^{-1} = +\{\gamma^5, \gamma^5\gamma^\mu\}. \quad (8.7)$$

このとき Majorana の運動方程式は

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m C \bar{\psi}^T = 0. \quad (8.8)$$

となる。この運動方程式の質量項に現れたのは  $\psi$  の荷電共役 (charge conjugation) 変換をした場である。これを通常  $\psi^c$  と書く。即ち

$$\psi^c \equiv C \bar{\psi}^T \quad (8.9)$$

仮に  $\psi$  が charge conjugation で不変であると仮定する即ち  $\psi^c = \psi$  と仮定すると、上記の Majorana 方程式は質量 (Dirac 質量)  $m$  をもつ Dirac 方程式

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0 \quad (8.10)$$

に一致する。

本文に現れた  $\psi_R$  が Majorana 質量をもつ場合の運動方程式とそれが関与する散乱断面積の計算方法を説明するために、先ず 4 成分の  $\psi$  を、上 2 成分を  $\psi_R$  に下 2 成分を  $\psi_L$  に分解しよう。

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi(x)_R \\ \psi(x)_L \end{pmatrix} \quad (8.11)$$

そしてガンマ行列を  $\gamma^5$  を対角化する Weyl 基底を取って以下のように表す。

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (8.12)$$

このとき Majorana 方程式は次の2つの方程式に分解される。但し運動量表示に移った。

$$(p^0 - \vec{\sigma}\vec{p})\psi_R(p) - m(i\sigma^2)\psi_R(-p)^* = 0, \quad (8.13)$$

$$(p^0 + \vec{\sigma}\vec{p})\psi_L(p) + m(i\sigma^2)\psi_L(-p)^* = 0. \quad (8.14)$$

ここで重要なことは、Majorana 方程式は  $\psi_R$  単独あるいは  $\psi_L$  単独でも解が存在するということである。

一方 Dirac 方程式を  $\psi_R$  と  $\psi_L$  で分解すると

$$(p^0 - \vec{\sigma}\vec{p})\psi_R(p) - m\psi_R(p) = 0, \quad (8.15)$$

$$(p^0 + \vec{\sigma}\vec{p})\psi_L(p) - m\psi_L(p) = 0. \quad (8.16)$$

となるので、こちらの方は  $\psi_R$  と  $\psi_L$  の両方が揃わないと解が存在しない。

そこで Majorana 方程式を満たす2成分の  $\psi_R$  あるいは  $\psi_L$  から出発して、通常の計算方法を使用するためにこれを Dirac 方程式の解として理解したい。そのためには次のように欠けている成分を自分自身を使って補って4成分にすれば良い。即ち

$$\begin{pmatrix} \psi_R \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \chi_R \equiv \begin{pmatrix} -(i\sigma^2)\psi_L(-p)^* \\ \psi_L(p) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_L \end{pmatrix} \rightarrow \chi_L \equiv \begin{pmatrix} \psi(p) \\ (i\sigma^2)\psi_R(-p)^* \end{pmatrix} \quad (8.17)$$

このとき  $\chi_R$  あるいは  $\chi_L$  が charge conjugation 不変

$$\chi_R^c = \chi_R, \quad \chi_L^c = \chi_L \quad (8.18)$$

であることが分かる。そのためには

$$\psi^c = C\bar{\psi}^T = i\gamma^2\psi^* = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma^2 \\ i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \psi^* \quad (8.19)$$

このように charge conjugation (荷電共役) 不変な場を Majorana 場と呼び、それが記述する粒子を「Majorana 粒子」という。Majorana 粒子においては荷電共役不変なので、粒子と反粒子の区別がない。つまり Majorana 質量をもつ2成分の  $\psi_R$  あるいは  $\psi_L$  を4成分の Majorana 粒子として記述することにすれば、これが Dirac 方程式を満たすので通常の計算方法を適用することができる。

さて Majorana 場も通常の Dirac 方程式を満たすので、生成消滅演算子を用いて Dirac 場と同じように展開することができる。即ち

$$\chi(x) = \sum_{s=\pm} \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2\omega_p}} [b(p, s)u(p, s)e^{-ipx} + d(p, s)^\dagger v(p, s)e^{+ipx}], \quad (8.20)$$

ここで  $v(p, s)$  は、正のエネルギー  $\omega_p = \sqrt{p^2 + m^2}$  を持つ2つの解  $u(p, s)$  から荷電共役変換を施して求めた、負のエネルギーをもつ解であり、 $v(p, s) = u(p, s)^c$  で定義される。従って

$$(\gamma p - m)u(p, s) = 0, \quad (\gamma p + m)v(p, s) = 0 \quad (8.21)$$

を満たす。χ から次の式が得られる。

$$\chi(x)^c = \sum_{s=\pm} \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2\omega_p}} [b(p, s)^\dagger v(p, s) e^{+ipx} + d(p, s) u(p, s) e^{-ipx}], \quad (8.22)$$

$$\overline{\chi(x)^c} = \sum_{s=\pm} \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2\omega_p}} [b(p, s) \bar{v}(p, s) e^{-ipx} + d(p, s)^\dagger \bar{u}(p, s) e^{+ipx}]. \quad (8.23)$$

これから  $\chi^c = \chi$  を満たす Majorana 粒子においては、

$$b(p, s) = d(p, s), \quad b(p, s)^\dagger = d(p, s)^\dagger \quad (8.24)$$

が成り立つこと、即ち粒子と反粒子が一致することが分かる。

第6章で説明したDMの統一模型においては、Majorana質量をもつ  $N_R$  がDirac質量をもつ一番目のKKニュートリノ  $\nu^{(1)}$  と混合した。この混合がなければ  $N_R$  は他の粒子と相互作用しないので本当の意味でsterileである。しかしこの混合があるので、 $N_R$  は  $\nu^{(1)}$  と混合したのちに、 $\nu^{(1)}$  の消滅反応 (CDMの relic densityの議論で用いた) によって消滅する。この消滅反応が宇宙膨張について行けなくなることから消滅反応が凍結して、WDMとしての  $N_R$  の relic density が求まる。従って、 $N_R$  の relic density を求めるためには、Majorana質量項による混合と  $\nu^{(1)}$  の消滅反応を組み合わせる必要がある。第6章では結果のみを記載したので、ここではその計算方法を補足する。

$N_R$  を4成分のMajorana場として  $\chi_R$  で表そう。 $\nu^{(1)}$  は元々Dirac場である。この両者のミキシングによる相互作用は

$$\mathcal{L}_{\text{mix}} = \alpha m_R \left[ (\chi_R)^T C \nu^{(1)} + \overline{\nu^{(1)}} C (\overline{\chi_R})^T \right] = \alpha m_R \left[ \overline{\chi_R^c} \nu^{(1)} + \overline{\nu^{(1)}} \chi_R^c \right]. \quad (8.25)$$

例えば  $N_R$  の反粒子が運動量  $p_1$ 、 $N_R$  の粒子が運動量  $p_2$  で衝突して  $q_1$  と  $q_2$  の運動量をもつ lepton 対に崩壊する過程を考えよう。その散乱振幅は

$$\begin{aligned} & \langle \ell^-(q_1), \ell^+(q_2) | b_{N_R}(p_2)^\dagger d_{N_R}(p_1)^\dagger | 0 \rangle \quad (8.26) \\ &= \left[ \overline{v_{N_R}(p_2)} (i\alpha m_R) \frac{i}{-\gamma p_2 - m_{\nu^{(1)}}} i\Gamma_{NC}^\mu \frac{i}{\gamma p_1 - m_{\nu^{(1)}}} (i\alpha m_R) u_{N_R}(p_1) \right] \\ & \quad \times \frac{-i}{(p_1 + p_2)^2 - m_Z^2} \left[ \overline{u_\ell(q_1)} i\Gamma_\mu^{NC} v_\ell(q_2) \right] \\ &= \left( \frac{\alpha m_R}{m_R - m_{\nu^{(1)}}} \right)^2 \left[ \overline{v_{N_R}(p_2)} i\Gamma_{NC}^\mu u_{N_R}(p_1) \right] \frac{-i}{(p_1 + p_2)^2 - m_Z^2} \left[ \overline{u_\ell(q_1)} i\Gamma_\mu^{NC} v_\ell(q_2) \right] \end{aligned}$$

ここで  $u$  と  $v$  の運動方程式を使った。従ってミキシングによる効果は断面積にすると

$$\sigma(N_R + N_R \rightarrow \ell^- + \ell^+) = \left( \frac{\alpha m_R}{m_R - m_{\nu^{(1)}}} \right)^4 \sigma(\nu' + \bar{\nu}' \rightarrow \ell^- + \ell^+). \quad (8.27)$$

となる。但し  $\nu'$  は質量  $m_{\nu^{(1)}}$  の CDM となる neutrino ではなく、質量が  $m_R$  の Dirac neutrino である。波動関数がミキシングによって  $u_{N_R}$  と  $v_{N_R}$  に置き換わるからである。

同様に、 $N_R$  を消滅させる他の過程も計算することができる。一般的に Majorana 粒子が含まれた場合の断面積の計算には以下の文献を参照されたい。

A. Denner, H. Eck, O. Hahn and J. Kublbeck, Phys. Lett. B291(1992) 278; Nucl. Phys. B367 (1992) 467.

ところで  $N_R$  の質量は  $O(keV)$  と考えているのでこの WDM を消滅させる反応には、100GeV 程度の質量をもつ  $Z$ -ボソン、 $W^\pm$ -ボソンや Higgs ボソン  $H$  への崩壊は寄与せず、500keV の質量をもつ電子に崩壊するのが精一杯だと考えて良いだろう。従って、 $N_R$  の relic density の評価に用いる  $N_R$  を消滅させる散乱断面積は

$$\begin{aligned}
 \sigma_{WDM} &= \left( \frac{\alpha m_R}{m_{\nu^{(1)}}} \right)^4 \frac{1}{4} \left[ \sum_{i=1-3} \{ \sigma(\nu' \nu' \rightarrow \nu_i \nu_i) + \sigma(\bar{\nu}' \bar{\nu}' \rightarrow \bar{\nu}_i \bar{\nu}_i) \} + 2\sigma(\nu' \bar{\nu}' \rightarrow e^- e^+) \right] \\
 &= \left( \frac{\alpha m_R}{m_{\nu^{(1)}}} \right)^4 \sigma_{\text{Dirac DM with mass } m_R} \tag{8.28}
 \end{aligned}$$

となる。但し  $\nu'$  は質量  $m_R$  をもつ Dirac 粒子である。

$m_R/m_{\nu^{(1)}}$  が小さければこの WDM の崩壊過程は無視できるので、sterile neutrino となる。

## 関連図書

- [1] D. J. Fixsen, E. S. Cheng, J. M. Gales, J. C. Mather, R. A. Shafer and E. L. Wright, *Astrophys. J.* **473**, 576 (1996).
- [2] N. Jarosik, C. L. Bennett, J. Dunkley, B. Gold, M. R. Greason, M. Halpern, R. S. Hill and G. Hinshaw *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **192**, 14 (2011);  
E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **192**, 18 (2011);  
G. Hinshaw *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **208**, 19 (2013).
- [3] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], arXiv:1303.5076 [astro-ph.CO].
- [4] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], arXiv:1303.5082 [astro-ph.CO].
- [5] K. Bamba, S. Capozziello, S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Astrophys. Space Sci.* **342**, 155 (2012) [arXiv:1205.3421 [gr-qc]].
- [6] A. V. Tikhonov, S. Gottloeber, G. Yepes and Y. Hoffman, arXiv:0904.0175 [astro-ph.CO];  
C. R. Watson, J. F. Beacom, H. Yuksel and T. R. Walker, *Phys. Rev. D* **74**, 033006 (2006);  
M. Viel, J. Lesgourgues, M. G. Haehnelt, S. Matarrese and A. Riotto, *Phys. Rev. D* **71**, 063534 (2005).
- [7] D. J. Robinson and Y. Tsai, arXiv:1404.7118 [hep-ph];  
S. Pandolfi, C. Evoli, A. Ferrara and F. Villaescusa-Navarro, *MNRAS*, 2014, volume 442, pages 13-19 [arXiv:1403.2185 [astro-ph.CO]];  
K. -Y. Choi and O. Seto, *Phys. Lett. B* **735**, 92 (2014);  
H. Shimabukuro, K. Ichiki, S. Inoue and S. Yokoyama, arXiv:1403.1605 [astro-ph.CO];  
T. Sekiguchi and H. Tashiro, arXiv:1401.5563 [astro-ph.CO];  
C. Schultz, J. Onorbe, K. N. Abazajian and J. S. Bullock, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **442**, 1597 (2014);  
M. Ibe, A. Kamada and S. Matsumoto, *Phys. Rev. D* **89**, 123506 (2014);  
M. Sitwell, A. Mesinger, Y. -Z. Ma and K. Sigurdson, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **438**, 2664 (2014);  
M. Klasen and C. E. Yaguna, *JCAP* **1311**, 039 (2013);

- C. Destri, H. J. de Vega and N. G. Sanchez, *Phys. Rev. D* **88**, 083512 (2013);
- [8] J. Herpich, G. S. Stinson, A. V. Maccio, C. Brook, J. Wadsley, H. M. P. Couchman and T. Quinn, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **437**, 293 (2014);  
M. Viel, G. D. Becker, J. S. Bolton and M. G. Haehnelt, *Phys. Rev. D* **88**, 043502 (2013);  
H. Wei, J. Liu, Z. -C. Chen and X. -P. Yan, *Phys. Rev. D* **88**, 043510 (2013);  
N. I. Libeskind, A. Di Cintio, A. Knebe, G. Yepes, S. Gottloeber, M. Steinmetz, Y. Hoffman and L. A. Martinez-Vaquero, arXiv:1305.5557 [astro-ph.CO];  
P. Di Bari, S. F. King and A. Merle, *Phys. Lett. B* **724**, 77 (2013);  
R. S. de Souza, A. Mesinger, A. Ferrara, Z. Haiman, R. Perna and N. Yoshida, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **432**, 3218 (2013);  
H. Wei, Z. -C. Chen and J. Liu, *Phys. Lett. B* **720**, 271 (2013);  
A. Kamada, N. Yoshida, K. Kohri and T. Takahashi, *JCAP* **1303**, 008 (2013);  
N. Cruz, G. Palma, D. Zambrano and A. Avelino, *JCAP* **1305**, 034 (2013);  
A. J. Benson, A. Farahi, S. Cole, L. A. Moustakas, A. Jenkins, M. Lovell, R. Kennedy and J. Helly *et al.*, arXiv:1209.3018 [astro-ph.CO];  
P. -K. Hu, arXiv:1208.2613 [hep-ph];  
X. Kang, A. V. Maccio and A. A. Dutton, *Astrophys. J.* **767**, 22 (2013);  
E. Ma, *Phys. Lett. B* **717**, 235 (2012);  
P. Valageas, *Phys. Rev. D* **86**, 123501 (2012);  
D. JRobinson and Y. Tsai, *JHEP* **1208**, 161 (2012);  
C. Destri, H. J. de Vega and N. G. Sanchez, *New Astron.* **22**, 39 (2013);  
Q. Yuan, Y. Cao, J. Liu, P. -F. Yin, L. Gao, X. -J. Bi and X. Zhang, *Phys. Rev. D* **86**, 103531 (2012);
- [9] A. V. Maccio, O. Ruchayskiy, A. Boyarsky and J. C. Munoz-Cuartas, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **428**, 882 (2013);  
J. Vinas, E. Salvador-Sole and A. Manrique, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **424**, L6 (2012);  
A. V. Maccio, S. Paduroiu, D. Anderhalden, A. Schneider and B. Moore, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **424**, 1105 (2012).
- [10] M. J. Duff, B. E. W. Nilsson and C. N. Pope, *Phys. Rept.* **130**, 1 (1986);  
T. Appelquist, A. Chodos and P. G. O. Freund, *Modern Kaluza-Klein Theories* (Addison-Wesley, Reading, 1987);  
J. M. Overduin and P. S. Wesson, *Phys. Rept.* **283**, 303 (1997)  
Y. Fujii and K. Maeda, *The Scalar-Tensor Theory of Gravitation* (Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2003);

- C. N. Pope, *Lectures on Kaluza-Klein theory* (2000),  
<http://people.physics.tamu.edu/pope/ihplec.pdf> .
- [11] L. Bergstrom, Rept. Prog. Phys. **63**, 793 (2000);  
 G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, Phys. Rept. **405**, 279 (2005);  
 D. Hooper and S. Profumo, Phys. Rept. **453**, 29 (2007);  
 L. E. Strigari, Phys. Rept. **531**, 1 (2013);  
 K. Freese, M. Lisanti and C. Savage, Rev. Mod. Phys. **85**, 1561 (2013);  
 K. M. Zurek, Phys. Rept. **537**, 91 (2014).
- [12] E. Aprile *et al.* [XENON100 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **107**, 131302 (2011);  
 Phys. Rev. D **84**, 061101 (2011).
- [13] J. Liu [XMASS Collaboration], AIP Conf. Proc. **1604**, 397 (2014);  
 K. Abe, K. Hieda, K. Hiraide, S. Hirano, Y. Kishimoto, K. Kobayashi, S. Moriyama  
 and K. Nakagawa *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A **716**, 78 (2013).
- [14] R. Bernabei *et al.* [DAMA-LIBRA Collaboration], Eur. Phys. J. C **74**, 2827 (2014);  
 R. Bernabei, P. Belli, S. d'Angelo, A. Di Marco, F. Montecchia, F. Cappella,  
 A. d'Angelo and A. Incicchitti *et al.*, arXiv:1403.1404 [physics.ins-det];  
 R. Bernabei, P. Belli, F. Cappella, V. Caracciolo, R. Cerulli, C. J. Dai, A. D'Angelo  
 and S. D'Angelo *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A **742**, 177 (2014).
- [15] D. Chowdhury, S. K. Vempati and C. J. Jog, Pramana **76**, 1 (2011).
- [16] <http://home.web.cern.ch/topics/large-hadron-collider>.
- [17] K. K. Young [Super-Kamiokande Collaboration], In \*Brussels 1995, High energy  
 physics\* 522-523.
- [18] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], arXiv:1405.5303 [astro-ph.HE];  
 A. Karle [IceCube Collaboration], arXiv:1401.4496 [astro-ph.HE].
- [19] M. K. Goodman and E. Witten, Phys. Rev. D **31**, 3059 (1985);  
 K. Griest, Phys. Rev. D **38**, 2357 (1988);  
 J. D. Lewin and P. F. Smith, Astropart. Phys. **6**, 87 (1996);  
 G. Jungman, M. Kamionkowski and K. Griest, Phys. Rep. **267**, 195 (1996).
- [20] C. -R. Chen, M. M. Nojiri, F. Takahashi and T. T. Yanagida, Prog. Theor. Phys.  
**122**, 553 (2009);  
 A. Ibarra and D. Tran, JCAP **0807**, 002 (2008).
- [21] K. Nakamura *et al.* [Particle Data Group Collaboration], J. Phys. G **37**, 075021  
 (2010) and 2011 partial update for the 2012 edition.

- [22] M. Viel, J. Lesgourgues, M. G. Haehnelt, S. Matarrese and A. Riotto, Phys. Rev. D **71**, 063534 (2005).
- [23] J. R. Bond, G. Efstathiou and J. Silk, Phys. Rev. Lett. **45**, 1980 (1980).
- [24] P. J. E. Peebles, Astrophys. J. **258**, 415 (1982);  
K. A. Olive and M. S. Turner, Phys. Rev. D **25**, 213 (1982).
- [25] H. Pagels and J. R. Primack, Phys. Rev. Lett. **48**, 223 (1982);  
J. R. Bond, A. S. Szalay and M. S. Turner, Phys. Rev. Lett. **48**, 1636 (1982).
- [26] M. Blagojevic, Bristol, UK: IOP (2002) 522 p.
- [27] V. D. Ivashchuk and V. N. Melnikov, Grav. Cosmol. **19**, 171 (2013); Eur. Phys. J. C **74**, 2805 (2014).
- [28] Yu. S. Vladimirov and A. N. Gubanov, Grav. Cosmol. **5**, 277 (1999).
- [29] K. A. Bronnikov and S. G. Rubin, *Black Holes, Cosmology and Extra Dimensions* (World Scientific, 2012).
- [30] T. Appelquist, H. -C. Cheng and B. A. Dobrescu, Phys. Rev. D **64**, 035002 (2001).
- [31] S. Matsumoto, J. Sato, M. Senami and M. Yamanaka, AIP Conf. Proc. **1006**, 122 (2008) [arXiv:0810.0700 [hep-ph]]; Phys. Rev. D **76**, 043528 (2007).
- [32] G. Servant and T. M. P. Tait, Nucl. Phys. B **650**, 391 (2003).
- [33] K. Kong and K. T. Matchev, JHEP **0601**, 038 (2006).
- [34] G. Servant and T. M. P. Tait, New J. Phys. **4**, 99 (2002) [hep-ph/0209262].
- [35] Sakiko Nishio, “Is the Lightest Kaluza-Klein Neutrino a Candidate for Cold Dark Matter? -New Method of directly searching Cold Dark Matter in Large Hadron Collider-,” Master thesis submitted to Ochanomizu University on March (2006); Presentation at the poster session, Joint Region Particle Physics Communities, Honolulu, Hawaii, 29 Oct.-3 Nov. (2006).
- [36] J. F. Navarro, C. S. Frenk and S. D. M. White, Astrophys. J. **462**, 563 (1996).
- [37] Masaki Yamashita, Talk given at Ochanomizu on XMASS, November 28 (2011).
- [38] 小玉英雄 『宇宙のダークマター』 (サイエンス社,1992)
- [39] 須藤靖 『ダークマターと銀河宇宙』 (丸善,1993)
- [40] 村木綏 『3つのダークマター』 (開成出版,2005)
- [41] 杉山直 『膨張宇宙とビッグバンの物理』 (岩波書店)

- [42] シリーズ現代の天文学 1 ~ 10、辞典 (日本評論社)
- [43] 小玉英雄 『相対論的宇宙論』 (丸善,1991)
- [44] 池内了 『観測的宇宙論』 (東京大学出版会,1997)
- [45] バーバラ・ライデン 『宇宙論入門』 (ピアソン・エデュケーション,2003)
- [46] 須藤靖 『一般相対論入門』 (日本評論社,2005)
- [47] 木下宙 『天体の軌道の力学』 (東京大学出版会,1998)
- [48] Steven Weinberg 『Gravitation And Cosmology』
- [49] Newton 特別号 『ダークマターとダークエネルギー』
- [50] 福江純 『最新天文小辞典』 (東京書籍,2004)
- [51] 沼澤茂美・脇屋奈々代 『140億光年のすべてが見える 宇宙の辞典』 (ナツメ社,2004)
- [52] Jhon Bahcall・Tsvi Pivan・Steven Weinberg 『Dark Matter in the UNIVERSE』 (Second Edition)
- [53] 藤井旭編 『ポケット宇宙図鑑』 (星の手帖社,1999)
- [54] 本田成親 『図説・宇宙科学発展史』 (工学図書株式会社,2005)
- [55] 二間瀬敏史 『素粒子』 (ナツメ社,2001)
- [56] 牧次郎・林浩一 『パリティ物理コース 素粒子物理学』 (丸善,1995)
- [57] Michael E.Peskin・Daniel V.Schroeder 『An Introduction to Quantum Field Theory』 (Westview ABP)
- [58] 原康夫 『物理学最前線 26 超対称性理論』 (共立出版社,1990)
- [59] Sakiko Nishio, “Is the Lightest Kaluza-Klein Neutrino a Candidate for Cold Dark Matter? -New Method of directly searching Cold Dark Matter in Large Hadron Collider-,” Master thesis submitted to Ochanomizu University on March (2006);
- [60] Sakiko G.J. Nishio, Kazuharu Bamba, Akio Sugamoto”Is it possible to unify three kinds of Dark Matters into a Kaluza-Klein Neutrino ?” arXiv:1408.1203
- [61] Sakiko G. J. Nishio, Kazuharu Bamba, and Akio Sugamoto, Mod. Phys. Lett. A 29, 1450201 (2014) [10 pages] DOI: 10.1142/S0217732314502010”Unified scenario of three types of neutrinos with respective mass scales”