

ならば、編集は甚だ容易になる。これが一番好からうが諸君どうでせう。何となれば講話の後一週間といふて置いても、一度の催促では中々出さない。五六回督促して始めて集まつたのは本紙の原稿であるやうな始末'何と氣の長い講演者ではないか。

考へてみると、保井コノ君が編集掛をして居つた頃雑誌を年二冊しか出さなかつたこともあるのは、無理もないと思ふ。原稿さへ集つて呉れると、雑誌にするのは、雑作ない仕事だが。若しこれが出来ぬとすると、會費を返せと言はれたらどうする積りか。つまり三冊雑誌を出しますといふ約束で、卒業生からも會費を取り立てゝ居るではないか。

講 話

Mathematical Questions.

理、1.4 (坂 た ま き
加 賀 谷 み ち
矢 田 梅)

Ball's Mathematical Recreation and Essays より。

(I) Arithmetical Fallacies.

i) $1=2$

$a=b$ なるとき

$$ab=a^2$$

$$ab-b^2=a^2-b^2$$

$$b(a-b)=(a+b)(a-b)$$

$$\therefore b=a+b$$

$$b=b+b$$

$$b=2b$$

$$\text{即 } 1=2$$

〔正 誤〕

$$b(a-b)=(a+b)(a-b) \text{ に於て}$$

$$a-b=0$$

$$\therefore 0=0$$

$b=a+b$ の結果を得ること能はず。

ii) $a=b$

$a=b$ にして、 $a+b=2c$ なるとき

$$(a+b)(a-b)=2c(a-b)$$

$$a^2-b^2=2ca-2bc$$

$$a^2-2ca=b^2-2bc$$

$$a^2-2ca+c^2=b^2-2bc+c^2$$

$$(a-c)^2=(b-c)^2$$

$$\therefore a-c=b-c$$

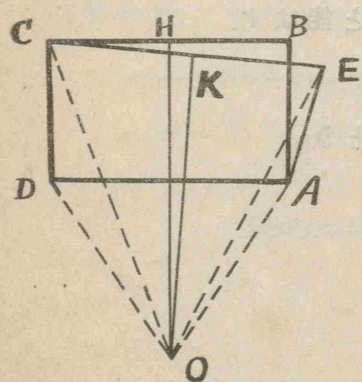
$$\therefore a=b$$

iii) $-1=1$

$$\begin{aligned} \sqrt{-1} &= \sqrt{-1} \\ \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} &= \sqrt{(-1)(-1)} \quad (\sqrt{-1})^2 = \sqrt{1} \\ \therefore -1 &= 1 \\ \text{又 } \sqrt{\frac{-1}{1}} &= \sqrt{\frac{1}{-1}} \quad \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} \\ (\sqrt{-1})^2 &= (\sqrt{1})^2 \\ \therefore -1 &= 1 \end{aligned}$$

(II) Geometrical Fallacies.

i) 直角が直角より大なる角に等し。



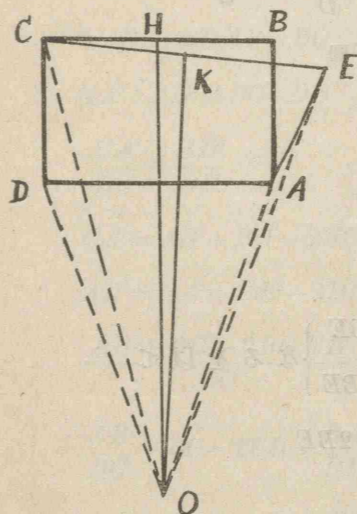
第一圖

矩形 ABCD の邊 AB と鋭角をなして AB 又は DC に等しく A より矩形の外測に AE をとり、CE を結び K にて之れを二等分し、K より CE に垂線 KO を引き又 CB を H にて二等分し、H より CB に垂線 HO を引き、KO と HO と

の交点を O とせよ (CE, CB は相交るが故 HO, KO は相交る)

OA, OE, OC, OD を結ぶ

$$\begin{aligned} \triangle ODC &= \triangle OAE \\ \therefore \angle ODC &= \angle OAE \\ \text{又別に } \angle ODA &= \angle OAD \\ \therefore \angle ODC - \angle ODA &= \angle OAE - \angle OAD \\ \angle ADC &= \angle DAE \end{aligned}$$



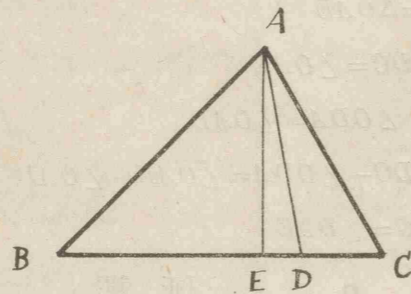
第二圖

[正誤]

$\angle EAB$ が漸く小さくなるに従ひて O 點は漸く H, K をはなれ遂に $\angle EAB$ が無限に小くなり、AE が BA に重なるときは、O は無限大の距離にゆき、OA, OE は AB と重なり、 $\angle EAB$ は $\angle BAD$ 内側にあることなし。即ち OE は常に $\angle DAB$ の外側にあるが故に前の結果を得ること能はず。

ii) 直線の部分が全體に等し。

$\triangle ABC$ は不等邊にして、 $\angle B$ は鋭角 $\angle A > \angle C$ なりとし、 $\angle C = \angle BAD$ なる如く AD を引き、BC と D に於て交らしめ、A より BC に垂線 AE を引き其の足を E とせよ。



第 三 圖

$$\Delta ABC : \Delta ABD = \overline{AC}^2 : \overline{AD}^2,$$

$$\Delta ABC : \Delta ABD = BC : BD,$$

$$\therefore AC^2 : AD^2 = BC : BD,$$

$$\therefore \frac{AC^2}{BC} = \frac{AD^2}{BD}.$$

然るに $\left. \begin{array}{l} AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BE \\ AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2BD \cdot BE \end{array} \right\} \text{なるを以て}$

$$\frac{AB^2}{BC} + BC - 2BE = \frac{AB^2}{BD} + BD - 2BE$$

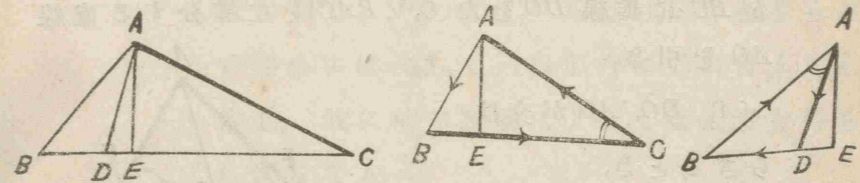
$$\frac{AB^2}{BC} - BD = \frac{AB^2}{BD} - BC$$

$$\frac{AB^2 - BD \cdot BC}{BC} = \frac{AB^2 - BD \cdot BC}{BD}$$

$$\therefore BC = BD$$

[正 誤]

直線の方法を考へて正負を定むること必要なるに、前證に於ては方向を少しも考へず絶対値につきて證明したる故誤りたるなり。



第 四 圖

$$\Delta ABC : \Delta DAB = CA^2 : AD^2$$

$$\Delta ABC : \Delta DAB = BC : DB$$

$$\therefore CA^2 : AD^2 = BC : DB$$

$$\frac{CA^2}{BC} = \frac{AD^2}{DB}$$

$$CA^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot EB$$

$$AD^2 = BA^2 + DB^2 - 2DB \cdot BE$$

$$\therefore \frac{AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot EB}{BC} = \frac{BA^2 + DB^2 - 2DB \cdot BE}{DB}$$

$$\frac{AB^2}{BC} + BC - 2EB = \frac{BA^2}{DB} + DB - 2BE$$

$$\therefore \frac{AB^2}{BC} - DB - 2EB = \frac{BA^2}{DB} - BC + 2EB$$

$$\frac{AB^2 - DB \cdot BC}{BC} = \frac{BA^2 - BC \cdot DB}{DA} + 4EB$$

$$\therefore BC = DA \text{ なり}$$

iii) 總ての三角形は二等邊なり

任意の三角形 ABC の邊 BC を D にて二等分し、D より

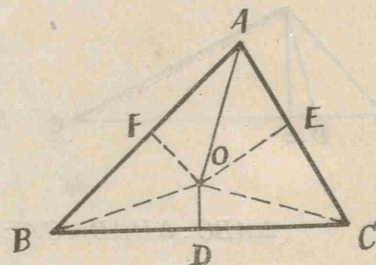
り BC に垂線 DO をたて、 $\angle BAC$ を二等分する直線 AO を引き

[A] DO, AO が交はらざるとき、

即 $DO \parallel AO$ ならば

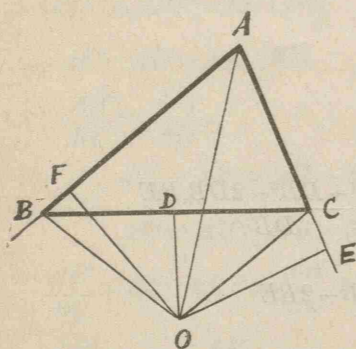
$$AO \perp BC$$

即 $AB=AC$ [正]



第五圖

[B] DO と AO との交点 O が三角形内にあるとき



第六圖

O より AC, AB に垂線 OE, OF を引き、 OB, OC を結ぶときは

$$\triangle AOF = \triangle AOE$$

$$\therefore AF = AE$$

$$OF = OE$$

$$\text{又 } BD = DC$$

$$\therefore OB = OC$$

$$\therefore \triangle BOF = \triangle COE$$

$$\therefore FB = EC$$

$$\therefore AF + FB = AE + EC$$

即 $AB = AC$

[正 誤]

三角形の頂角の二等分線は底邊を他の二邊の比に分つ。

故に AO と DO とは三角形の二等邊ならざる場合には、決して三角形内にて出會ふことなし。故に前の證明によりては正證を得られざるなり

[C] AO と DO とが D 點に於て交る場合

AO と DO とが BC に極めて近くにて出會ひたりと見れば前と同様に證することを得

[正 誤]

[B] と同様なり

[D] DO と AO との交点 O が三角形外に存するとき E, F が AB, AC の延長上にありとせよ OB, OC を結べば

$$\triangle AOF = \triangle AOE$$

$$\therefore AF = AE$$

$$\triangle BOF = \triangle COE$$

$$\therefore FB = EC$$

$$\therefore AF - FB = AE - EC$$

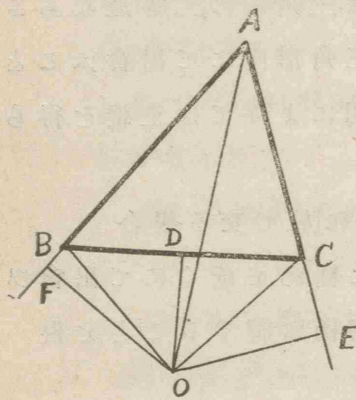
即 $AB = AC$

[正 誤]

$$\triangle BOF = \triangle COE$$

$$\therefore \angle OBF = \angle OCE$$

然るに



第七圖

$$\angle OCE + \angle OCA = 2\angle R$$

$$\therefore \angle OBF + \angle OCA = 2\angle R$$

従て

OB, OC は垂線, OF, OE に
對して反對の側にあり

即 OE が AC の延長上に來れば
必ず OF は AB 上に交り

$$\therefore AF = AE,$$

FB = CE なるにより

$$AF - FB = AE - CE.$$

$$\therefore AB = AC$$

iv) $45^\circ = 60^\circ$

直角二等邊三角形 DBC の斜邊 BC 上に頂點を之と
同じ側に有する正三角形 ABC を描き

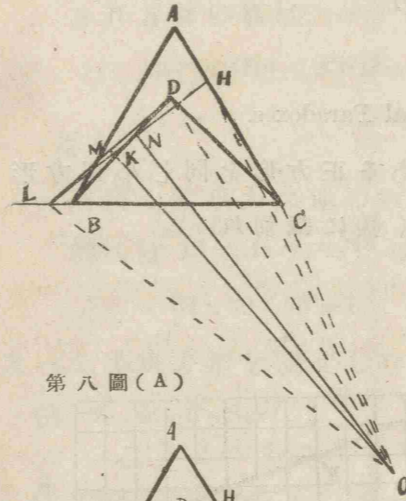
CA 上に $CD = CH$ なるやうに H 點をとり

BD の二等分點 K と H とを結び, CB の延長との交
點を L とす, LD を M にて二等分し LH を N にて二

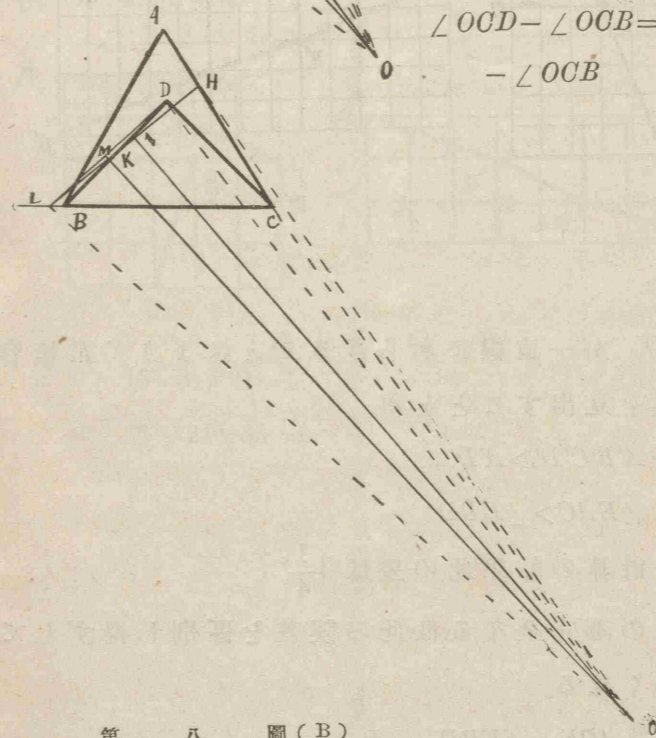
等分し, M, N より LD, LH に垂線 MO, NO をひけ

DL と LH とは相交るが故 MO と NO とは交る其點
を O とす。

O は DL につきて A の反對の側にあり, OC, OD, OH,
OL を結ぶ



第八圖(A)



第八圖(B)

$$\triangle OMD = \triangle OML$$

$$\therefore OD = OL$$

$$\triangle ONL = \triangle ONH$$

$$OL = OH$$

$$\therefore OD = OH$$

従て

$$\triangle OCD = \triangle OCH$$

$$\therefore \angle OCD = \angle OCH$$

$$\angle OCD - \angle OCB = \angle OCH$$

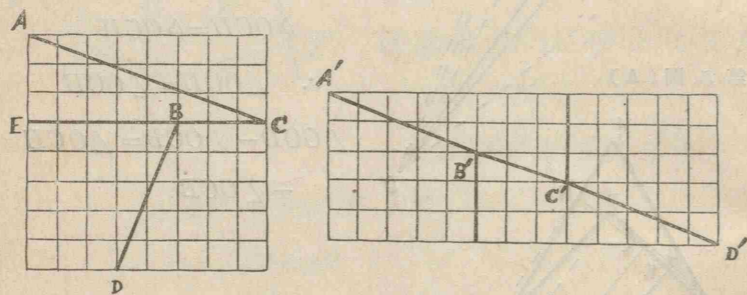
$$- \angle OCB$$

即 $\angle BCH = \angle BCD$

即 $60^\circ = 45^\circ$

III. Geometrical Paradoxes.

六十四個の小正方形に別にある正方形を同じ小正方形が六十五個ある如き形におく様に裁切れ



第 九 圖

[正 誤]

$A'B'C'D'$ が一直線にあらざることによりて常に容易に誤を見出すことを得。

即 $A'B'C'D' > A'D'$

$\angle EAC > \angle EBD$

計算の結果此の差は $1\frac{1}{4}$

即視覚の不完全なるは此の誤差を區別し得ずして次の如く見る。

$\angle ACE + \angle EBD = \angle R$

されど其の實は

$\angle ACE + \angle EBD = \angle R - 1\frac{1}{4}^\circ$

なり

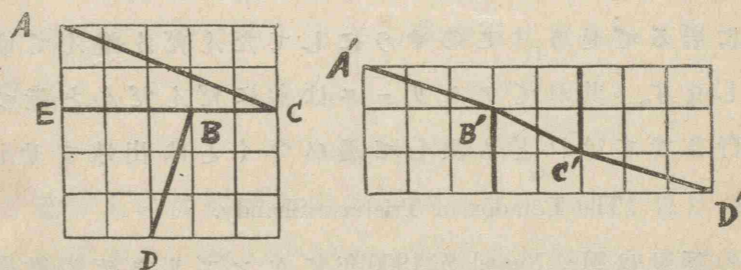
同様の結果が又他の数につきても行はる

例へば $13 \times 34 - 21^2 = 1$ (442 - 441)

$34 \times 89 - 55^2 = 1$

又一つ小正方形を減ぜしむることも得

例 $5^2 - 3 \times 8 = 1$.



第 一 〇 圖

$13^2 - 8 \times 21 = 1$

$34^2 - 21 \times 55 = 1$.

.....

.....

Archilles and the Tortoise.

「アキリース」と龜とについての謬見は廣く知られて居ます。其れは次の様なことであります。若し「アキリース」が龜の十倍速く走るとしても龜が「アキリース」の前方千ヤードの所から出かけるとすれば龜は決して追いつかれるとがありません。これを次のやうに證明して居ります。「アキリース」が千ヤード行つた時に龜は其十分の一の百ヤードだけまださきに行つて居ます。又「アキリース」が其百ヤードを行く間に龜は其れよりも十ヤード先に居るでせう。このやうにしてだんだん進んでゆくとします。其れで「アキリース」は龜にだんだんと近づいて行きますけれども決して追いつくとは出来ません。

The Paradox of Tristram Shandy.

此の謬見は Mr. Russel が(1900)年にケンブリッジの數學教授をして居つた頃證明したもので、「アキリース」と龜との誤と同じ性質のものであります。此の人は自分の生涯の最初の二日間の出来事を書くのに二年の間かかりました。而してこの割合でいつては材料がどんどんたまつてとても書き切れないだらうといつて歎きました。而して彼は随分長生をしましたが其れをかき終らずにしまひました。若し彼が限りなく生きて其の書くことに厭さなかつたならば、たとへ彼の生涯が始の時

と同じやうに書く事が多く毎日のやうにつゞいても、其の傳記の或る部分が書かれずに残るやうな事はないでせう。何故ならば若し彼が第一日の出来事を第一年目に書いたとすれば、第 n 日の事は第 n 年目に書く筈であります。例へば第百日目の事はといへば第百年目にかかれます、又第千日目の事はどうかといへば第千年目にかかれます。であるからつまりどの日でも書かれないといふことはありません。其れで其の傳記の或部分が書かれずに残るといふことはないでせう。この説は「量の部分は全體に等し」と云ふ事の形に置かれることが出来ます。

Angular Motion

普通の人には回旋運動についてむづかしく思はれる事があります。例へば次の様な等角の螺線の運動に関する問題があります。其れは任意の等速度で動いてる物體が限りある時間内に或固定點のまはりを無限回廻ることが出来るといふのであります。等角螺線——之れは一つの直線 OP が一定點 O のまはりを等角速度でまはり、而して OP の長さが時間の經つに従つて、幾何級數で減つて居るとします。然るときは P 點の軌跡が即ち等角螺線であります。其れでもし OP が四直角廻轉すると、一つの螺線の曲線が出来ます。全體の捲旋はかく

して出來ます。又各々の捲旋の長さはすぐ外側の捲旋の長さの n 分の一と云ふ様な分數になつて居ます。内側には次第に極が近くなるに従つて、次第に小さくなつてゆく所の、無限に澤山の捲旋があります。

今一つの點 Q が任意の點から螺線に沿うて、一定の速さにて極の方へ進んでゆくとします。若しそれが a 秒間に第一の捲旋を通るとすれば、 $\frac{a}{n}$ 秒の間で第二の捲旋を、また $\frac{a}{n^2}$ 秒の間には第三の捲旋を通るでせう。かくして行つて遂に $\{a + a/n + a/n^2 + \dots\}$ 秒の間に達するでせう。而して

$$a + \frac{a}{n} + \frac{a}{n^2} + \frac{a}{n^3} + \dots = \frac{an}{n-1}$$

であります。

即ち Q は一定の速さで限ある時間内に無限の數の捲旋を通ります。それ故 Q は限ある時間に極のまはりを無限回廻ることになります。

秋 の 果 物

理二、四 { 豊田ヨシ
山寺セ
藤林榮

秋の果物には種々あれどこには柿、葡萄、梨につぎ

て述べんとす先づ柿の語源に就ては種々の説あり俚言集覽増補には「かき」は「かきやく」の略にして其の葉其の實の殊に赤きを言ふなりとあり尙言海にも「かき」は「^{ガキ}赫き」の意にして實色紅葉になるを言ふかとあり之れを又或る人は「かきやく」は「^{カキ}赤黄やく」にて矢張り其の色より出てたるものなりと言はれたり。

元來柿は^{カキ}赤黄にして赤と黄なるは「こげつち」なり古事記には之れを「かぐつち」と云ふ「かぐ」は「かき」なり梵語の「カキ」は此「かぐつち」と縁故を同じうして其の「つち」を略せるものなり而して此の赤黄色の眞土を以て種々の顔料としたるが故に「かき」の訓は直に^{カキ}畫に移りて古事記に所謂「^{カキ}我夫子之取佩於^{カキ}太刀之^{カキ}手上^{カキ}丹畫著」と言ふ「かき」となりたるなりされば畫は丹(赤くして黄味を帯べる)にて「かぐ」を言へり之を「かぐ」と言ふは赤黄より來れるなり

柿の學名 Diospyros Kaki は希臘語 Dios puros より來れるものにして天來の食物の意あり

柿は原と東洋殊に日本支那に産せしものにして現に是等の地方殊に本邦各地に古來其の自生極めて多し歐洲にはこれなかりしが近時本邦より輸入して佛國の南伊太利、米國等にては之が栽培遅々開けつゝあることなり。

我が國に於ける主なる産地は甲州岐阜廣島奈良等な