

第 24 回中学生向け理数一日体験授業報告

数学科 十九浦 美里

中学生向け理数体験授業は、1997 年 12 月に第 1 回が実施され、今回で 24 回目を迎えた。理数教育推進委員会
が主として企画・運営・実施を行っている。今年度は理科、数学のコースに美術・体育コースを加えた 6 コースで
実施し、92 名の中学 3 年生が参加した。

2020 年度は新型コロナウイルスの影響で中止、2021 年度は、8 月実施を 12 月に延期する形となったが、今年度
は年度はじめの予定通り 8 月に実施することができた。また、感染対策の観点から各講座の人数制限が例年より
も少し厳しく設定したこともあり、昨年度と同じく中学 3 年生のみの対象とした。中学 3 年生のみとなることで、
参加者の既習事項が揃う、参加者同士もコミュニケーションがとりやすい、などのメリットを感じている。一方
で、この取組は下記の 3 つを目的として、第 1 回から実施されてきており、中学生に広く理数の面白さを体験し
てもらいたいという思いから、中学生全員を対象として行ってきた経緯がある。これまで中学 1 年生の参加や 2 年
連続で参加してくれる方もいた。今後、コロナウイルスが収束してき際には、どの形で実施していくのがよいの
か、検討していく必要があるであろう。また、昨年度同様、受付については、miraicompass (ミライ コンパス) に
よる申込みを行ったが、受付開始 10 分程度で 6 コースすべての定員がうまった。

また、本校は 2019 年度からスーパーサイエンスハイスクール (SSH) の指定を受けており、この中学生向け理
数一日体験もその中の取組みの 1 つにもなっている。

第 24 回理数体験授業の概要について、本校のホームページに掲載された講座紹介文と当日、受講生に記入して
もらったアンケートの集計結果も続けて掲載する。

各コースの詳しい内容については、それぞれの担当者から報告がある。

[体験授業の目的]

- ① 中学で学習している数学・理科の延長線上の内容を中心に、講義、実習、実験を
行い、理数分野への興味関心を促す。
- ② 女子のみでの数学・理科の授業を体験してもらう。
- ③ 中学生を対象とした授業の実践により、教育方法に関する実験的研究を行うなど
教育活動への改善・活性化を図る。

[HP 掲載内容(抜粋)]

すこし背伸びをしてみませんか？

もしかして、いまやっている勉強がずっとよく見えてくるかも！

ちょっと古風な校舎の中での授業も面白そう！

好奇心旺盛で意欲に満ちたあなたに、新鮮な感動をプレゼントします。

私たち“お茶高”の教員は、今年も中学生の皆さんとの授業を楽しみにしています。

日時 2022 年 8 月 27 日 (土) ◎9 : 30 受付開始 10 : 00 ~ 12 : 00 授業

場所 お茶の水女子大学附属高等学校

対象 中学 3 年生の女子 (※中学 1, 2 年生は対象にはなりません。ご了承ください。)

内容 下記の 6 つのコース (定員は各 12 ~ 20 名程度) に分かれて実験、実習、講義を行います。

申込方法 miraicompass (ミライ コンパス) による申込み

〔各コースの紹介〕

物理コース：『電圧と仲良くなる！』（定員 20 名）

朝倉 彬 教諭

電気分野で学習する「電圧」。教科書にきちんと説明されているけれど、ちゃんとわかっているかと言われるとちょっと自信がなかったりしますよね。「電気に圧力がかかるの？」「なんとなく計算しているだけかも」「そもそも電気の分野が・・・」などいろいろと思うところがあるでしょうか？今回は実験を通して「電圧」のことを理解して仲良くなりましょう！

化学コース：『最速を目指せ！～化学反応の速さ～』（定員 12 名）

山本 夏菜子 教諭

金属が錆びるように時間をかけてゆっくりと変化する反応もあれば、爆発のように一瞬にして起こる反応もあります。何が反応の速さに影響するのか？より速く反応を起こすにはどうすればよいのか？いろいろな条件を変化させながら実験を行うことで、反応の速さに影響を与える要因を探っていきたいと思います。

生物コース：『血液はどのような液体か？』（定員 16 名）

松林 篤志 教諭

動物の体には共通して血液が流れ、生命を担っています。そのため、血液の中に生命を知るヒントがあるのではないかと、人々は古くから関心を持っていました。現代を生きるみなさんは血液が細胞成分と液体成分によって構成されていることを知っていますが、このコースでは動物の血液を実際に使って、昔の人々の驚きを追体験してみましよう。

数学①コース：『特殊相対性理論』（定員 20 名）

三橋 一行 教諭

「光速度不変」を基に推論すると、静止している人に対して等速直線運動で走っている電車内の時間は遅れ、空間は縮む。信じられなくても、それがこの宇宙の法則なのです。高校以降の学習は経験や感覚を基に進めてはいけません。仮説を基に論理を優先させるべきだという良い例なのです。三平方の定理を使って上のことを示してみます。時間があつたら質量とエネルギーの関係にも触れます。

数学②コース：『数式を図で考えてみよう！』（定員 20 名）

阿部 真由美 教諭 十九浦 美里 教諭

難しくみえる数式が、図をかくことで一瞬にして理解できてしまうことがあります。最初は、よくわからなかった図が、次の瞬間、とても美しいものに見えてきたり、難しくみえた数式が当たり前のようになりませんか？そんな体験をしてみませんか。高校数学で扱う数式もたくさんできます。

美術・体育コース：『アニメーションで踊っちゃおう！』（定員 12 名）

吉村 雅利 教諭 丸山 実花 教諭

ストップモーションアニメーションで運動を表現します。人の動きには、重力など見えない力が影響を与えています。アニメーションでダンスの映像を作って、見えない力を見えるようにしてみましよう。

[受講後アンケート 集計結果]

	化学	物理	生物	数学①	数学②	美術・体育	総計
参加したコースは？	10	17	15	19	18	10	89

学校は？	人
公立	68
国立	18
私立	3
総計	89

この時期（8月末の土曜日）に参加することについて	人
少し無理があった	14
都合がよかった	75
総計	89

別の時期にするといつ頃が良いと思いますか？	人
5月	2
6月	1
7月	8
8月	2
10月	1
総計	14

開催を希望する曜日	人
夏休みが良い	45
休みの土曜日がよい	18
春休みが良い	6
日曜日や祝日がよい	20
総計	89

参加の動機	人
学校を見てみたかった	45
塾の先生のすすめ	1
親の強いすすめ	2
内容に興味があった	41
総計	89

この企画をどのように知って知りましたか	人
学習塾での掲示、紹介	4
塾の先生に教えてもらった。	1
知人・友人の紹介	1
中学校での紹介	1
本校のホームページ	82
総計	89

学校説明会に参加しましたか	人
参加した	62
参加していない	27
総計	89

体験授業として「あったらいいな」と思うものがありましたら書いてください

- ・みんなで話し合うことが多く、面白かったので、そういった授業を続けてほしいです。
- ・英語 ・化学実験の体験授業 ・国語 ・社会 ・歴史 ・総合 ・体育の授業(実際に球技をやるなど)
- ・今回のようなアニメーションを作る授業があればまた参加したいです。
- ・三平方の定理の様々な証明 ・気象, 天体など
- ・実際に何か体験できるものなども加わるとより楽しみながら体験授業を行うことができるかなと思いました。
- ・実際に生徒の方と授業を受けてみたいです。・部活動体験
- ・理系のものが多かったが、文系の体験授業も受けたい。

感想その他, 自由に書いてください。

【物理コース】

- ・すごく楽しかったです！
- ・物理に難しいイメージを抱いていたけれど、先生の説明がとてもわかりやすく回路や電気について理解が深まりました。ありがとうございました！また、お茶高の授業がとても楽しそうだなと思いました。電気に対する苦手意識が薄れました。楽しい授業をありがとうございました！
- ・お茶高の授業だからレベルもすごく高いのかな、と緊張していましたが先生が分かりやすく教えてくださったのと、実験がたくさんあってとても濃い時間になりました。一緒に実験を行った子たちとも仲良くなれたし、実際にお茶高の中を見られたので勉強を頑張ろうというモチベーションも出来ました！！すごく楽しかったです。ありがとうございました。
- ・電圧とはどういうものかについて深く知れてとても楽しかったです。ありがとうございました！今まで電気分野には苦手意識がありましたが、今回の授業で電気を視覚化することで、よく理解できました。ありがとうございました！
- ・電圧について今までよりもっと簡単に理解をすることができました。
- ・電気の単元は苦手だなと思っていましたが、考え方が変わって理解しやすくなったなと思います。最後の実験も面白かったです。
- ・以前は電圧について苦手意識があったけれど授業を通して理解を深めることができました。また、校舎の雰囲気を知れて良かったです。
- ・初めて会った人との授業だったけれど、実験があったことで緊張も解け楽しむことができました。ありがとうございました。
- ・苦手な電流の単元が分かりやすかったです。グループやペアでの授業だったので心細さもなくて、楽しく理解することができました。学校内も見ることができてよかったです。ありがとうございました。
- ・学校の授業よりもわかりやすく、理解が深まったと感じます。
- ・説明がわかりやすく、実験もとても楽しかったです。電気の分野は苦手でしたが今日の体験授業で理解が深まりました。ありがとうございました。
- ・学校や塾の授業では曖昧にしか理解出来ていなかったところを、新しい考え方を教えて下さって、目に見えない部分の理屈を理解出来ました。とても分かりやすくて、他の授業も受けたいなと思いました！お茶高に入れるように受験勉強を頑張ります！
- ・体験授業に行きたくて、消去法で物理コースを選んでしまったものの、苦手な電気のところで、前日はなかなか眠れなかったです。実際に授業を受けると、ジェットコースターなど、わかりやすい説明が多くて安心しました。理科を生活の身近なところで考えていく大切さに気づいたので、これからの勉強にいかしていきます。
- ・今回は、体験授業というかたちでお茶の水女子大学附属高校を知ることができました。体験授業の内容はどれも興味深どの授業を受けようか迷いました。今回受けた授業のテーマは電圧ということで、少しこの単元に苦手意識があったけれど、普通の学校の授業とはまた違った視点からの授業で、理解が深まりました。ありがとうございました。
- ・先生の講義がとても分かりやすく、グループワークも楽しかったのです。ありがとうございました。

【化学コース】

- ・実験が多く、楽しんで授業を受けられました。説明もとても分かりやすかったです！
- ・難しい高校内容を噛み砕いて丁寧に説明して頂いたのでよく理解できて、楽しかった。
- ・学校の中まで見られて、とても参考になりました。ありがとうございました。
- ・先生の授業や行った内容がとても面白かったので高校でもこのような授業を受けられるといいなと思いました。
- ・最初は少し緊張していて不安でしたが、班の仲間とも協力して実験をいくつも楽しんでこなすことができたので嬉しかったです。また、化学の内容にもっと興味を持つことができました。ぜひ、機会があったらまた体験させてもらいたいです。本当に、ありがとうございました。
- ・普段の中学の授業では学ばない、高校範囲の内容まで学ぶことができ、楽しかったです。高校生活へのイメージもわかりました。
- ・想像を超えた実験結果に驚きの連続でした。実際に目で見られたことによって深く印象に残りました。とても勉強になりましたし、とっても楽しかったです！
- ・私はもともと理科が苦手で、化学変化も特に理解するのに時間がかかっていました。しかし、体験授業の内容を見た時に受けてみたいと強く思い、今日受けました。授業はあっという間に終わり、また、中学校ではできない内容まで知ることができ、とても楽しかったです。この授業を通して理科にもっと興味がわき、もっと調べてみたいと感じました。

【生物コース】

- ・いい刺激になったので、これから頑張りたいと思えました！
 - ・楽しかったです。ありがとうございました。
 - ・普段学校ではできないような実験をして、色々なことを知ることができて楽しかったです。ありがとうございました。普段の授業の雰囲気が知れたのでとても良かったです。
 - ・身近な血液について知れてよかった。
 - ・血液(血しょう)の固まる様子がでろっとして少しびっくりした。
 - ・学校では生物の分野では自分の手で実験する機会がコロナウイルスの関係であまりなかったので、楽しかったです。
 - ・短時間でいろいろな実験をすることができて楽しかったです。初めて血液を顕微鏡で見るという貴重な経験ができました。また、先生の説明がわかりやすかったです。本日はありがとうございました。
- 学校でやらないことを知れて面白かったです。
- ドラマや映画で見るとような実験ができて面白かったです。遠心分離機で本当に血漿が分離するのを見て少し感動しました。
- ・ほかには、構内にあった「この木はなんの木でしょう」というクイズが面白かったです。普段なら素通りしそうなところにも、学びの種があるのかなと思いました。
 - ・生物室の棚の上のセンザンコウが気になりました。

【数学①コース】

- ・数式で理解するのが少し難しかったけれど説明でよくわかりました。ありがとうございます。
- ・とても興味深い内容でした。ありがとうございました。
- ・普段の生活でも感じられるような例を挙げて授業をしてくださったので、とてもわかりやすく、面白かったです。また、自分で計算をして答えを導き出したりすることができたので、より理解が深まりました。
- ・高校の数学はとても難しいイメージでしたが、先生がわかりやすく例をあげてくださったりしたので、想像しやすかったし理解できた気がしました。
- ・難しかったが、理論的に考えるからわかる授業で楽しかった。
- ・内容は難しいはずなのに、流れるように頭に入ってきた感覚があって、おもしろかったです。ただ、文字が増えてくるとどの文字が何を表すか少し分かりにくくなってしまいました。

数学の授業でアインシュタインの特殊相対性理論について初めて学ぶ内容だったが理論までしっかり解説しても

らい理解できた。

- ・今まで、知らなかった数学の理論について深く考えることができ、とても興味深かった。
- ・理科にとっても興味があったので今回の授業で深く知ることができて楽しかったです。
- ・数学は好きなのですが、得意ではないのでついていけるか不安でしたが、分かりやすくてとても楽しかったです。
- ・今までずっと気になっていた特殊相対性理論を完璧ではなくとも理解できたこと、それを元々知っていた知識と結び付けて考えられたことがとても嬉しかったです。
- ・また、お茶高の先生方がどんな雰囲気先生なのか気になっていたのですが、すごく優しく、授業も分かりやすい先生で、さらにお茶高に入学したくなりました。
- ・自ら興味を持ったことについて詳しく教えてくださったことがありがたかったです。
- ・内容が難しく、理解が困難なところもありましたが楽しいと思えました。
- ・少し難しい話でしたが、相対性理論という今まで関わりのなかったこと触れることができ、もっと知りたいと興味を持ってました。

【数学②コース】

- ・私は数学が苦手ですが、公式の証明を図を使ってとても分かりやすく説明して下さり面白かったです！今日の内容を忘れないようにしっかり復習しておきたいです。ありがとうございました。
- ・楽しかったけれど楽しかったです。
- ・今まで知らなかった公式を知れた。しかし発表の時皆恥ずかしくて発表をあまりしなかったため授業の進行が若干遅くなってしまっているように感じた。
- ・とても楽しく、良い機会となりました。また体験授業を受けたいくなりました。
- ・好きな数学を、いつもとは違う考え方で考えることが面白かったです！
- ・難しすぎず、分かりやすい説明だったのでとても短い時間に感じました。
- ・とても楽しかったです！ありがとうございました！！
- ・数学の新しい見方ができて、より数学に興味を持ってました。
- ・学校を見ながら高校生になったらどんな授業を受けるかのイメージができたのが良かったと思います。
- ・中学校で学んだ内容を使って理解することができる内容だったので理解することができてとても楽しかったです。ありがとうございました。
- ・実際に本校を訪れたことがなかったので、とても良い機会でした。体験授業の内容は興味深く、とても面白かったです。また、お茶女の校舎などの雰囲気を味わえてよかったです。機会があればまたぜひ来たいと思います。ありがとうございました。
- ・初めは難しいなと感じましたが、丁寧な説明でしっかり理解できたので嬉しかったです。また、図形を使うことで理解しやすくなることを知り、驚きました。
- ・シグマや等比数列のお話など高レベルな内容ではあったのですが、中学校までの知識で理解することができ、とてもためになったなと思いました。
- ・特に4分の1の1乗、2乗、3乗.....を足していくと3分の1になるお話には感動しました!!
- ・受講するまでは、内容についていけるか不安でしたが、実際に体験授業を受けて、内容がとても面白く、楽しく受講することができました。
- ・先生の説明がとてもわかりやすくて楽しかったです。数学に対する興味が深まりました！また、数学の問題を柔軟に考えることの大切さを感じました。
- ・今まで知らなかったことを沢山知れてとても楽しかったです。一見難しそうなの数式が図で考えるとこんなに簡単にわかりやすくなるのかと驚きました。また、連続する2数の自然数の積を分母とする級数で、こうなるのは知っていたのですが、なぜこうなるのかを知らなかったので授業を受けていて、こうやって考えて、この式になったのだと驚きました。この授業で前よりも数学が好きになりました。本当にありがとうございました。

【美術・体育コース】

- ・友達もできて楽しかったです。
- ・新しい友達を作るきっかけにもなり、どのような高校なのかも知ることができたのでとても良かったです。
- ・ますますお茶の水女子大学附属高等学校に通いたくなりました。
- ・校内の雰囲気が知れたし、先生たちのアドバイスもいただけたのでとても楽しむことが出来ました！ありがとうございました。
- ・校内を見学したり、授業体験という貴重な経験をありがとうございました。
- ・みんなでアイデアを出し合って動画を撮って編集するのがとても楽しかったです。
- ・やったことのない体験ができて、とても楽しかったし、有意義な時間でした。ありがとうございました。
- ・今回の体験授業は第一希望ではなかったけれど、思っていた何倍も楽しむことができました。コマドリするのはとても難しかったけど、動画編集も2人で協力してできて夏の思い出になりました。ありがとうございました。
- ・学校の雰囲気も同時に見ることができたので、いい機会だったなと思いました。
- ・思ったよりもいい作品を作ることができて大満足です！！
- ・少人数で先生が細かく指導してくださり、とてもわかりやすかったです。
- ・普段触る事のないアプリを使いアニメーションを作ることができ良い経験が出来ました。高校受験の良いモチベーションとなりました。

物理コース：電圧と仲良くなる

理科（物理） 朝 倉 彬

1. はじめに

中学校理科「電流とその利用」の単元は、中学2年生での学習事項であり、主に電気回路の接続を中心に学ぶ。国立教育政策研究所の平成15年度小・中学校教育過程実施状況調査において、女子中学生の電流とその利用において「きらいだった」と回答している生徒が62.3%と突出している。さらに女子の理科の好嫌は中学2年の物理分野でも顕著に現れる（たとえば原田他, 2018）¹。今回の体験授業では電気の中でも「電圧」の概念を苦手としているのではないかと仮定し、授業タイトルも含め電圧を中心に電気分野を実験と計算を通して理解を促す授業構成とした。

2. 授業構成

2.1. 電気について実際に「見て」もらう

3名のグループ単位で参加者には自由に着席してもらいグループを組んでもらった。はじめは電気を「見て」もらうことを中心に全体授業を行った。誘導コイルによる放電や、はく検電器をもちいて電気のクーロン力によって斥力が生じる状況を実際に「見て」もらった。これらの演示実験は今回の授業内容とは直接関係ない点ではあるが、実際に目に見える変化が生じることで、電気を身近に感じることができるよう配慮した。

2.2. オームの法則の復習から電圧へ

オームの法則は中学校の学習事項であり、3年生の参加者にとっては既習事項になる。今回の体験授業では、3年生のみのため「復習」という位置付けで授業中に軽く触れ、既知の学習内容で学習に対する不安感を軽減させた。

本題の「電圧」については、新たに高校で学習する際の「電位差」の表現を導入し、何かしらの「差」ということがわかるように提案した。その「差」によって「電気が流れる」ことや、その大小によって流れる量が変わることを、高等学校で学習するキルヒホッフの法則も同時に紹介してさらに意識付けを行なった。

2.3. 電気回路のシミュレーション実験 -不可能な回路も体験-

電圧の概念を更新した上で、改めて電気回路を理解する学習を行なった。本来はリアルな電気回路で実践するのも良いが、実験不可能（安全上）なことも実施することで概念が確かめられる部分があるため、今回はColorado大学で開発された無料の理科系シミュレーションソフト「PhET」を用いて電気回路のシミュレーションを行なった。「PhET」は、無料で通常のPCのwebブラウザで起動し、簡単な操作方法にも関わらず利用者独自の様々な回路を作成して、任意の電源規模、回路図とイラストの表示切替、回路中の電流の有無、

¹ 原田勇希, 坂本一真, 鈴木真 (2018) 「いつ、なぜ、中学生は理科を好きでなくなるか? -期待-価値理論に基づいた基礎的研究」, 理科教育学研究, 58, 318-330

任意の位置での電流，電圧，抵抗の値の表示，日常生活を模した物体（生物）での実験など通常の実験では行えない回路も作成でき，先ほど学習した電圧の意義を多くの回路や物体で体験できた。

図1は「PhET-直流回路キット-（日本語版）²」の一例になる。左側は導体のコイン，右側は不導体の消しゴムをそれぞれ電源に接続して電圧計で測定した状況である。コインは導体のため電位差は0Vでショート回路となり，

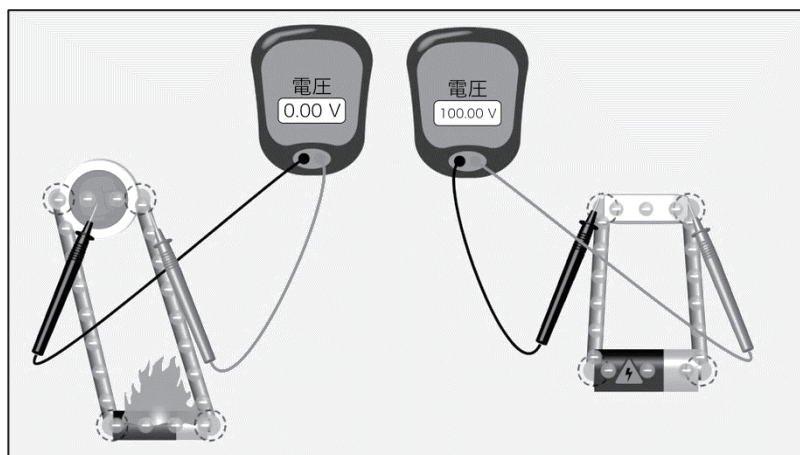


図1 PhET シミュレーションの一例

り，電源部から炎が出て危険であることが一目瞭然であり，導線中の電子の動きも非常に早い。一方で右側の消しゴムは100Vの電圧でも電子は動かず電流は流れていないが，消しゴム間の電圧は100Vと表示され電位差が生じていることが見た目でもよくわかる。

2.3. 等電位面の作成

「電圧」を正しく捉えることができてから，最後に実際にグループごとで等電位面の作成を行なった。やり方は高等学校の実験との違いはないが，導体紙の上に自作の「ガイド紙」を置き測定しやすくした。さらに，測定したデータを表計算ソフトに入力してもらい，2D・3D グラフを表示して参加者が実際に測定したデータを可視化して「差」を感じてもらった（図1）。グループで協力しながら役割分担を行い，地道な作業を通してデータを取得し可視化できるという流れがあり達成感を味わいやすい。ガイド紙を用いて測定したため，どのグループも失敗がなくきれいな等電位面を作成することができた。

3. アンケートから苦手意識の軽減をみる

今回の体験授業には18名の中学3年生が参加した。

アンケートの自由記述より「今まで電気分野には苦手意識がありましたが，今回の授業で電気を視覚化することで，よく理解できました。」「今回受けた授業のテーマは電圧ということで，少しこの単元に苦手意識があったけれど，普通の学校の授業とはまた違った視点からの授業で理解が深まりました。」と視覚化や異なった視点より理解が深まったという意見が多く寄せられた。また，「初めて会った人との授業だったけれど，実験があったことで緊張も解け楽しむことができました。」「苦手な電流の単元が分かりやすかったです。グループやペアでの授業だったので心細さもなく楽しく理解することができました。」とグループでの学習を実施することで苦手意識を軽減し，学習に向かう姿勢も見られた。一方で「電圧とはどういうものかについて深く知れてとても楽しかったです。」と少数ながら苦手意識をあまり感じていない生徒に対しても多面的な理解と経験となった授業になったことが窺える。

² https://phet.colorado.edu/sims/html/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab/latest/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab_ja.html

化学コース：最速を目指せ！化学反応の速さ

理科（化学） 山本夏菜子

1. はじめに

中学校の化学分野では、化学反応について学習する際、化学反応式による表記や変化に伴う熱の出入りについては学習するが、反応速度については扱わず、化学反応を時間軸で捉える機会は少ない。そこで今回は、物質量を学習していない中学生に対して反応速度を量的に説明するのは避けた上で、温度や物質の形状が反応速度にどのように影響するかを実験を通して考察することを目的に授業を組み立てた。

2. 授業内容

2.1. 反応の速さを決める条件を探る

大型試験管に 2 mol/L 塩酸を 15 mL 入れ、そこに 4 分の 1 に折ったチョークを加えると、二酸化炭素が発生し、泡が液面から上昇していく。液面から 10 cm の高さまで泡が到達する時間をストップウォッチで計測することで、反応速度を測定した。これを基本条件とし、反応の条件を変えながら反応速度に影響を与える要素を実験から推測した。反応条件を変えるためのものとして、1 mol/L 塩酸、湯、水、氷、乳鉢と乳棒、ガラス棒を用意し、これらを自由に用いて、反応させる温度や濃度、物質の形状等を変化させた。

実験から多くの生徒が、温度を高くすると反応が速くなること、塩酸の濃度を小さくすると反応が遅くなること、チョークを粉末状にすると反応が速くなること、といった気付きを得ることができた。加えて、ケミカルライトに充填されている溶液と、それを希釈したもの、加熱したもの、冷却したものの発光強度の違いを観察し、実験から推測された反応速度に影響する要素について確かめた。また、物質の形状による反応性の違いとして、鉄粉の燃焼実験も実施した。

2.2. 反応のしくみ

化学反応が起こるためには反応物の粒子どうしが衝突する必要があるが、単位時間あたりの衝突回数を増やすことで反応を速くすることができる。実験の結果と関連させながら、濃度を大きく（もしくは小さく）すると衝突回数が増加（もしくは減少）すること、物質の形状を変えると同質量当たりの表面積が変化することを解説し、それによって反応速度が変化することを説明した。

次に、中学校でも学習する発熱・吸熱反応を例に、反応前後のエネルギー変化について復習し、新たに活性化エネルギーについて説明した。これにより、反応温度を上げることで、粒子の熱運動が活発になるだけでなく、反応に必要なエネルギーを有する粒子が増加し、飛躍的に反応速度が大きくなることを解説した。

3. おわりに

反応速度の単元は、高校でも「化学」の科目で扱う内容ではあるが、目に見える実験結果から考えていくことで、中学生でも楽しみながら学習することができた。参加者の感想にも、「中学校ではできない内容まで知ることができ、とても楽しかった」「化学の内容にもっと興味を持つことができました」という記述が多く見られた。また、化学変化を粒子の衝突と捉えて考察することで、化学の基本である物質を粒子として考える視点を得るきっかけになったのではないかと考えている。

数学①コース：特殊相対性理論

数学科 三橋一行

〈キーワード〉中学生向け理数体験授業 特殊相対性理論 課題研究 総合学習

1. はじめに

今年度の数学①コースは、次のような内容で行った。

数学①「特殊相対性理論」(定員 20 名)

「光速不変」を基に推論すると、静止している人に対して等速直線運動で走っている電車内の時間は遅れ、空間は縮む。信じられなくても、それがこの宇宙の法則なのです。高校以降の学習は経験や感覚を基に進めてはいけません。仮説を基に論理を優先させるべきだという良い例なのです。三平方の定理を使って上のことを示してみます。時間があつたら質量とエネルギーの関係にも触れます。

なぜ、数学講座で特殊相対性理論を扱うかという点については、主に次の 3 つの理由がある。

① 実際の感覚よりも論理を重んじる体験をしてもらいたい。

高等学校からの数学は、実生活の経験よりも論理的正しさを優先することが多くなっていく。それを数学の学習内容で説明しても、難しくなるだけである。ところが、特殊相対性理論は我々の生活する時空についての理論であるが、時間が遅れたり、空間が縮んだりとはすぐには受け入れられない現象が発生する。それら乗り越えるには、経験に基づくことから感覚的に納得するのではなく、数学的論理を経験より優先して正しいと受け取り、むしろ自分の経験や感覚の方を修正するという、これまでにない体験をしなければならない。それによって経験より論理を優先する、今後の理数科目の学習に必要な態度を得る切っ掛けとしてもらいたい。

② 数学は、物事の説明に役立つ学問の「骨」であることを伝えたい。

つまり、数学は、情報学 (PC 関係)、物理学 (理科)、経済学、心理学、法学 (法律の論理性)、英語 (S+V+C など文法構造) など他分野で少なからず影響を及ぼしている。それは、数学が構造を示す学問だからである。その一端として、物理学への活用と応用を知ってもらいたい。

③ 単に授業者の趣味である。

自分が、高校 2 年生の時に、特殊相対性理論をかじって、まさに「目から鱗」の感じを得た。経験より論理を優先。「ありえない」といくら自分が思っても、論理的に整合性があればそちらの方を優先しなければならない。さもなくば、これまでの数学の方が間違っていることになって大変な事態になるからである。

こうした体験が、私の理数系科目の興味・関心をかきたてたので理数体験授業にふさわしいと考えた。

以上である。

2. 実際の授業

この授業のために作成し、実際に授業で用いたパワーポイントのスライドを以下に示しておく。授業内容とその流れがわかっていたらと思う。

①

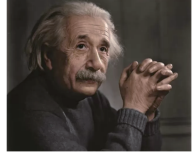
2022年度 理数一日体験授業 数学①
特殊相対性理論

お茶の水女子大学附属高等学校 数学科
 三橋 一行

④

アインシュタインについて

- 特許局につとめながら、自宅の部屋に籠って研究
- 2回も落第していた。12歳で、ユークリッド幾何学、微積分学は独学でマスターしていた。
- これまでの物理学を塗り替えた。
 ～物理学は完成まであと一歩のところだったが解決に取り組むと問題がどんどん。
 その解決に乗り出した理論。



アインシュタインの生い立ちについて。

②

なぜ、数学で物理(理科)の話をする・・・

- 数学は、物事の説明に役立つ学問の「骨」
- 数学は、情報学(PC関係)、物理学(理科)、経済学、心理学、法学(憲法と逮捕)、英語(S+V+C)
 → 数学は構造を示す学問。抽象論理体系
- STEAM
 数学は国語や英語などと同じく生活に必要な基礎能力。
- 物理学の問題を例にとって、数学の応用例、活用例を見ていく。

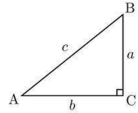
⑤

今回使う公式(定理)

- 速さの公式

$$\text{速さ} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}}$$
- ピタゴラスの定理

$$a^2 + b^2 = c^2$$

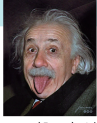


今回は、この2つの公式で理解に挑戦してみる。

③

特殊相対性理論とは

- 物理学者 アルベルト(アルバート)・アインシュタインがつくった理論
- 特殊相対性理論と一般相対性理論がある。
 特殊は等速運動をしているときの理論、一般は加速運動や重力を含めた理論
- これまでの物理学(ニュートン物理学)の概念を覆した(実際は、ニュートン物理学は相対性理論の近似的なもの)。



このスライドで、提唱者であるアインシュタインについて、業績を簡単に伝えた。

⑥

今回必要な2つの原理

- ① **光速不変の原理**
 どの慣性系(静止しているか等速直線運動している)から見ても光の速さは常に一定で変化しない。
 ※ マクスウェルの電磁方程式に光の速さが入っている。
- ② **特殊相対性原理**
 どの慣性系から見ても、物理法則は同じである。
 ※ 一定の速さで走る電車の中から外の景色を見ると自分が動いているか、景色が動いているのか判断できない。

説明抜きで受け入れなければならない2つの原理を紹介する。

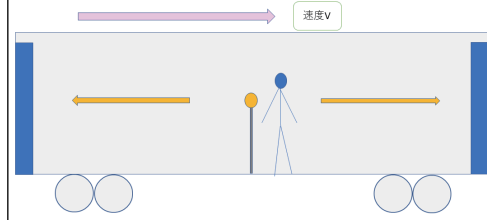
⑦

この先へ進む前に・・・

- ・見た目、感覚、直感ではなく、「論理」のみを信じる！それが、真の科学的思考。数学もおなじ。
- ・試しにテストしてみよう。いかにわれわれが感覚的に生きているかことが・・・。

⑩

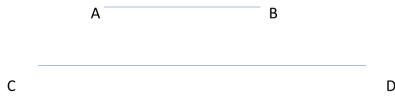
同時の相対性① ～同時は同時ではない～



走っている電車の真ん中に光源を置けば、電車の両端のドアに光が届くのは同時である。ただし、それは電車に乗っている人に対してである。

⑧

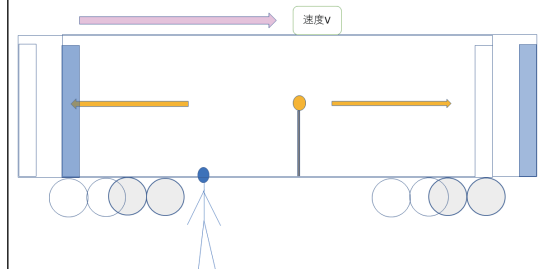
(問) 線分ABと線分CDでは、どちらが点を多く含んでいるでしょうか？



直観を覆して論理を信じなければならない例を出す。ABにもCDにも同じ数だけ点がある。ABの上の方に点P打ってCD上の点と直線で結んでみればよい。

⑪

同時の相対性② ～同時は同時ではない～



電車の外で、⑩と同様の現象を観測すると、なんと、後ろのドアに先に到達し、前のドアにはその後に光が到達する。同時かどうかは、現象を観測する場所(慣性系)で変わってしまうのである。

⑨

ポイント

- ・速さの公式

$$(\text{速さ}) = \frac{(\text{距離})}{(\text{時間})}$$
- ・(光の速さ) = $\frac{(\text{距離})}{(\text{時間})}$

光の速さが一定になるということは、時間と距離が変化するという事。

速さという概念は、時間と距離という2つの量から作られたものである。速さが一定で時間または距離が変化してしまえば、他方が変化せざるを得ない。このことを前もって知らせる。

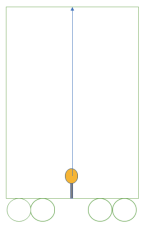
⑫

同時の相対性③ ～同時は同時ではない～

光速度不変の原理に従うと電車に乗っている人にとって、車両の前後のドアに光が届くのは同時であるが、地上から電車を見ている人にとっては、同時ではなく、後ろのドアに先にどとき、その後、前のドアに届く。つまり、同時かどうかは、見ている場所(慣性系)によって変わってしまうのである。これは時間に関することであるが、位置に関しては、手をたたいて、位置が同じかどうかを確認すれば、明らかである。

⑬

**時間のズレに関して①
電車に乗っている人の場合**



光源から出た光が天井に届くまで、 T_A 秒かかったとする。高速を c とすると、光源から天井までの距離は、 CT_A mとなる。

今度は、電車の中と外で時間の進み方が異なることを示してみる。光源から出た光が天井に到達するまでの時間を考える。

⑯

時間のズレに関して④ . . . つまり . . .

光速は、この宇宙で最大の速さなので 殆ど $V < C$ であるので、

$$\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2} < 1$$

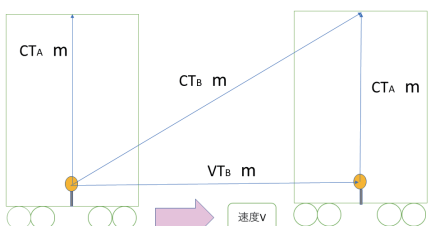
$$T_A < T_B$$

つまり、地上よりも電車内の時間の方が進み方が遅い。すなわち、運動している物体内の時間は遅くなる。

三平方の定理を利用してみると。電車の中の方が外に比べて時間の進み方が遅くなることがわかる。

⑭

**時間のズレに関して②
地上に立っている人の場合**



地上に立っている人にとって、電車内の光源から天井に届くまでの時間が T_B 秒かかったとする。

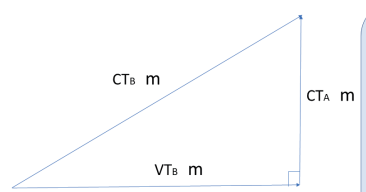
走っている電車内の光が進んだ軌跡と電車の外から観測した場合の光の進んだ軌跡を考えると直角三角形が現れる。

⑰

例 1 $V=0.8C$ とすると、地上での60分は、電車内では、何分になるか？

⑮

**時間のズレに関して③
直角三角形ができました。**

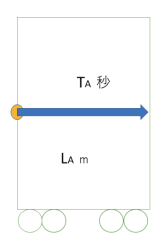


問 1
 T_A : 電車内の時間
 T_B : 地上での時間、ピタゴラスの定理を用いて T_A を T_B の式で表してみよう！

直角三角形のみに注目してみる。

⑱

**距離の縮みに関して①
電車に乗っている人の場合**



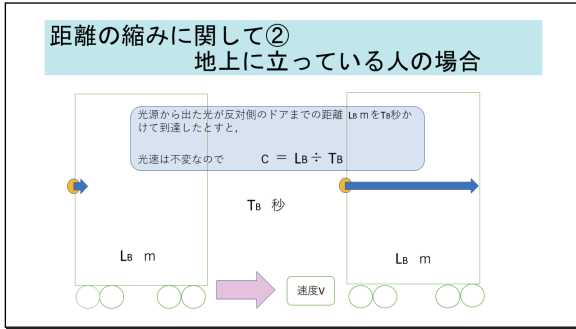
光源から出た光が反対側のドアまでの距離 L_A m を T_A 秒かけて到達したとすると、

光速は不変なので

$$c = L_A \div T_A$$

今度は、走っている電車の中と外では、距離に差が生じることを示す。左側のドアから光が出て、反対側のドアに到達する場合を考える。電車に乗っている人にとっては何ということはない問題である。

19



⑱と同様の現象を地上で静止して観測している人の場合で考える。電車の速度が加わるので、到達は遅くなる。

22

例2 $V=0.6C$ とすると、地上での1mは、電車内では、何mになるか？

20

$$c = \frac{L_A}{T_A} = \frac{L_B}{T_B}$$

問2
光速度が一定で不変であるので、こうなる。
C=の部分省いて等式変形する。
L_A を L_B の式で表せ。

ところが、光速不変の原理によって、上の等式が成り立つ。これを解くと・・・

23

- まとめると……**
- 地上に対して、光に早さに近い速度で飛ぶ物体の内部では、
 - ① 時間が遅くなる。
 - ② 進行方向に対して距離が短くなる。
 ように、地上からは見える。
(本当にそうなっている)

21

距離の縮みに関して④ …… つまり ……

光速は、この宇宙で最大の速さなので 殆ど $V < C$ であるので、

$$\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2} < 1$$

$$L_A < L_B$$

つまり、地上よりも電車内の距離の方が短くなる。すなわち、運動している物体内の距離は縮む。

地上の人に比べて、電車の中の人を観測する距離の方が短いことが示される。つまり、走る電車の長さは縮むのである。

24

- ミューオンの話**
- ミューオンという粒子がある。ほぼ、光の速さで飛ぶ。宇宙空間に突然誕生し、すぐに消えてしまう。寿命、 2μ 秒、(マイクロびょう)つまり、100万分の2秒で消えてしまう。
 - 地上2万mで誕生しても、地上にやってくることはあり得ない。つまり、地上では観測されないはずである。が、地上に到達していることが観測されている。

②5

ほぼ光の速さだとすると、消滅までに飛べるのは、
 3.0×10^8 (m/秒) $\times 2.0 \times 10^{-6}$ (秒) $= 6.0 \times 10^2$
 (m) = 600 (m) 未満である。

ところが相対性理論によって

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{0.9997}{1}\right)^2} = \sqrt{1 - 0.9994}$$

$$= \sqrt{0.00059991} = 0.02449306$$

(ほぼ, $\frac{1}{41}$)

②8

アインシュタインの式

$$E = mc^2$$

(エネルギー) = (質量) \times (光速)²

有名なアインシュタインの式である。しかし、このあたりは時間的にも内容的にも厳しくなってきたので、深入りは避けてこの式の不思議さを味わう時間とした。

②6

だから、

$$2.0 \times 10^{-6} = 0.02449306 \times (\text{地上から見た寿命})$$

(地上から見た寿命) は、

$$0.0000002 \div 0.02449306 = 0.000051655 \text{ (秒)}$$

$$= \text{約 } 8.2 \times 10^{-5} \text{ (秒)}$$

この間に飛べる距離は、

$$3.0 \times 10^8 \times 0.9997 \times 8.2 \times 10^{-5}$$

$$= 24.6 \times 10^3 = 24592.62 \text{ (m)}$$

②9

物理学を学ぶには数学が大事。

- 一般相対性理論
重力、空間の歪み、ワープ航法、ブラックホール、重力方程式、ビッグバン・・・などへつながる。
- 量子力学
光の二面性、電子のスリット実験、多世界解釈、量子コンピュータ
- 宇宙論
ビッグ・バン理論、超弦理論、

②5と②6の計算から、本来、地上では観測されなはずのミュオンが地上で観測されることが証明された。特殊相対性理論が実験で確認される一つの例といえるだろう。

最後は、物理学と数学によって今後どんな話題が待っているかを知らせて終わる。

②7

質量とエネルギーの等価性

- 核分裂 → 軽くなる (質量は保存されない?)
→ 消えた質量はエネルギーに変換! (これをカウントすると粒子の数は不変である)
- 光速に近くなると物体の質量はどんどん重くなり、光速になった時、質量は無限大に重くなる。光速より早くすることは出来ない。
- 光速に達した物体は、どれだけエネルギーを加えても加速しない。そのエネルギーはどこへ行った? エネルギーが質量に変わった。
- つまり、「エネルギー」=「質量」なのである。

③0

<参考文献>

- 「相対性理論」
アインシュタイン 著 内山龍雄 訳・解説 (岩波文庫)
- 「アインシュタイン伝」
矢野健太郎 著 (新潮文庫)
- 「難しい数式はまったく分かりませんが、相対性理論を教えてください!」
ヨビノリたくみ 著 (SBクリエイティブ)

3. まとめ - 受講生の様子と今後の課題 -

前回に続き今回も中学校3年生の女子に限った。3年生であるので、みんな三平方の定理を学習しており、計算などは比較的順調にできていた。しかし、原理を信じたり、数式の正しさの方を優先するということは、日ごろ殆ど経験がない、むしろ現実合わなければ、方程式を立て直したり、「解なし」と判断しているので、現実合わない、経験に合わないことを式、論理の正しさを優先させて受け入れるというのはかなり厳しかったようである。身近なことでやったことがわかりやすいと考えたが、それは誤りで身近なものほど経験が強く働き、理論の理解を妨げていたようである。内容が多めであったので、もう少し内容を精選し、じっくり討論したり考えたりする時間を多めにとって、間にはさんでいくことを検討したい。また、理数の内容とは関係ないが、受講の動機として、「特殊相対性理論」に興味がある生徒ばかりではなく、本校の校内見学を兼ねて受講したという生徒が少なからずいた。この「一日理数体験授業」は、応募者が多く競争率が高い。そこで、興味・関心よりも、空いているところ、内容が難しそうで人気になさそうところを狙って希望して、受講を許可された生徒が少なからずいた。年々このタイプの生徒が増えているように思える。そのような目的で受講してもらっても良いが、それは、2次的なもので本来の興味ある講座を選択して申し込んでもらいたいと考える。本来の「一日理数体験授業」の設置の理由からもそれが正しい受講の仕方だと考える。

授業後の質問の時間には、授業内容に関する質問ではなく、校則や受験のこと、部活のこと学校生活のことについての質問ばかりであった。目的を違えて人生を送る癖をつけないことを切に願うばかりである。

入学後の進路選択にも大きくかわることだからである。

参考文献

アインシュタイン 内山龍雄 訳・解説 (1988) 『相対性理論』岩波文庫

矢野健太郎 (1997) 『アインシュタイン伝』新潮文庫

ヨビノリたくみ (2020) 『難しい数式はまったく分かりませんが、相対性理論を教えてください！』SB クリエイティブ

数学②コース：数式を図で考えてみよう

数学科 阿部 真由美 十九浦 美里

1. はじめに

今回は Proofs without words(Roger B Nelsen)をヒントに、数列の和を図で考える、というテーマでおこなった。パスカルの三角形の中に現れる数列から始まり、自然数の和、平方数の和、立法数の和などを和の記号 Σ も使いながら図を用いて考えた。最後に極限の考え方も紹介し、無限等比数列の和も求めた。参加者数は3年生19名で、4名程度をグループとしてグループワークも取り入れた。

2. 授業の内容

① 数列の用語と記号

等差数列、等比数列、フィボナッチ数列や有限数列の例として28の約数を並べた数列など、具体的な数列の途中を虫食いにした形で黒板にかき、何の数が入るか考えてもらった。

答え合わせをしながら、「初項 a_1 」「一般項 a_n 」, 「数列 $\{a_n\}$ 」, などの用語、記号を紹介した。

② パスカルの三角形の中にある数列

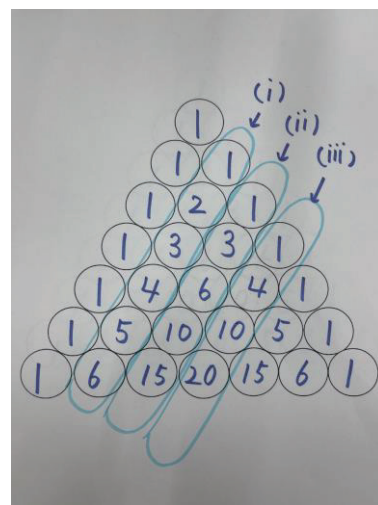
パスカルの三角形を第7段あたりまで作り（【図1】）、そこに現れる数列を確認した。

(i) 自然数の数列

(ii) 三角数の数列

(iii) 四面体数の数列

なぜ三角数、四面体数というのかについても補足しながら紹介した。



【図1】パスカルの三角形

③ ②の(ii)三角数の数列 $\{1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots\}$ について考察する。

この数列を $\{a_n\}$ とおくととき一般項 a_n を求める。

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

つまり、第 n 項は、自然数1から n までの和の形で表すことができる。

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n$$

$$a_n = n + (n-1) + \dots + 3 + 2 + 1$$

両辺たすと、

$$2a_n = n(n+1)$$

したがって

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2} \dots (\ast)$$

ここで、和の記号 Σ (シグマ) についていくつか具体例を加えながら紹介した。

この Σ の記号を用いて, (※) は

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

と表すことができる。

④ ②の(iii)四面体数の数列{1, 4, 10, 20, 35, ,}について考察する。

この数列を $\{b_n\}$ とおくと一般項 b_n を求める。

$$b_n = 1 + 3 + 6 + \dots$$

第 n 項は, 三角数の数列の初項から第 n 項までの和となっている。

すなわち

$$b_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 1 + 3 + 6 + \dots + \frac{n(n+1)}{2}$$

b_n を Σ を使って表すと

$$b_n = \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} k(k+1)$$

Σ の計算の性質や, 和の公式を使えば, 一般項 b_n を求めることができる。

今回は, この一般項 b_n を求めるところまでは扱えないが, その Σ の計算をする際にも用いられる和の公式について話をした。

⑤ 和の公式

●自然数の和 (③でみたとおり)

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2} n(n+1)$$

●平方数の和

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

写真【図2】のような数のかかれた○でできた7段の三角形を考える。

n 段目には数 n が n 個かかれているので, この1つの三角形にかかれている数の総和は

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 7^2$$

この3つの三角形を120度ずつ回転し, 同じ位置にある3つの数を足すと, その和は, どの位置も15である。

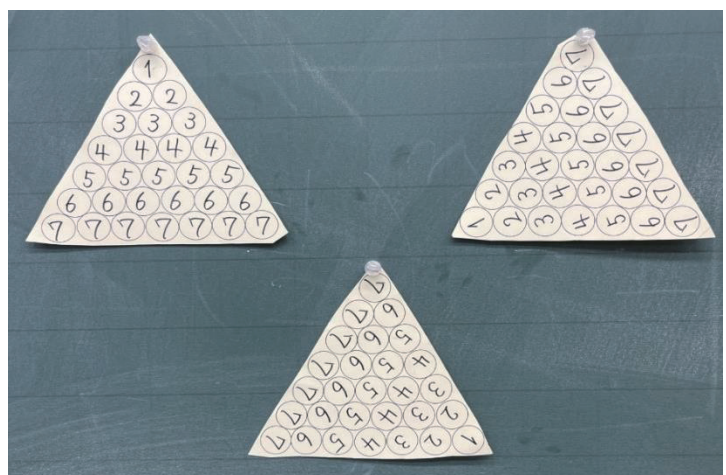
したがって,

$$3 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 7^2) =$$

$$15 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 7)$$

この考え方で第 n 段までの三角形で考えると

$$3 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = (2n+1) \times (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$



【図2 平方数の和】

したがって次が成り立つ。

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

●立方数の和

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$$

1 辺の長さが 1 の正方形を用いて、【図 3】のように正方形に並べた図を用いて、証明を考えた。

図の見方は以下ようになる。

1 辺が 1 の正方形が 1 個→面積 1 (1^3 とみる)

1 辺が 2 の正方形が 2 個→面積の和 $2 \times 2^2 = 2^3$

1 辺が 3 の正方形が 3 個→面積の和 $3 \times 3^2 = 3^3$

...

1 辺が n の正方形が n 個→面積の和 $n \times n^2 = n^3$

これらの正方形の集まりによって大きい正方形が埋め尽くされているから、大きい正方形の面積は

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$$

と表される。一方、大きい正方形の 1 辺の長さは $1 + 2 + 3 + \cdots + n$ であるから、大きい正方形の面積は

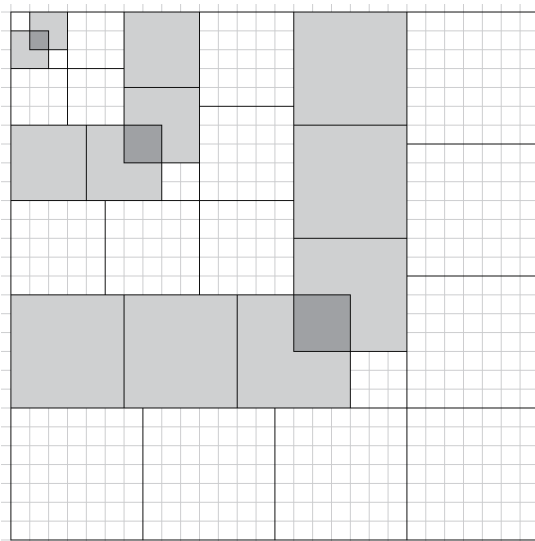
$$(1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$$

となることから、図が立方数の和の公式の証明となっていることがわかる。

これらの公式を導いたことで、四面体数の数列 (② iii で扱った数列) の一般項

$$\sum_{k=1}^n (1 + 2 + 3 + \cdots + k) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2}k(k+1)$$

についても計算できることがわかる。本授業の中で計算はさせなかったが、計算して求められること、計算の方法は確認できた。



【図 3 立方数の和】

●分数式の和

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

の証明にも取り組んだ。

教科書などでは、恒等式 (部分分数分解) $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k(k+1)}$ を利用して、

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{n}{n+1}$$

と証明するのが一般的であるが、【図 4】を用いると次のように証明できる。

【図 4】の線分 BF を 2 通りの方法であらわすことを考える。△ABC の △ADE であり、相似比が 1:n であることから、 $BC = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1}$ となる。この式の n を 1, 2, 3, ..., n で置き換えた式は、2 点 (0, 1), (k+1, 0), (k = 1, 2, 3, ..., n) を結ぶ (n+1) 本の線分が線分 BF を n 個に分割してできた線分の長さに対応する。したがって線分 BF

は、和 $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ であらわされる。さらに線分 BF を n の式で表すと $\frac{n}{n+1}$ となるから、等式が証

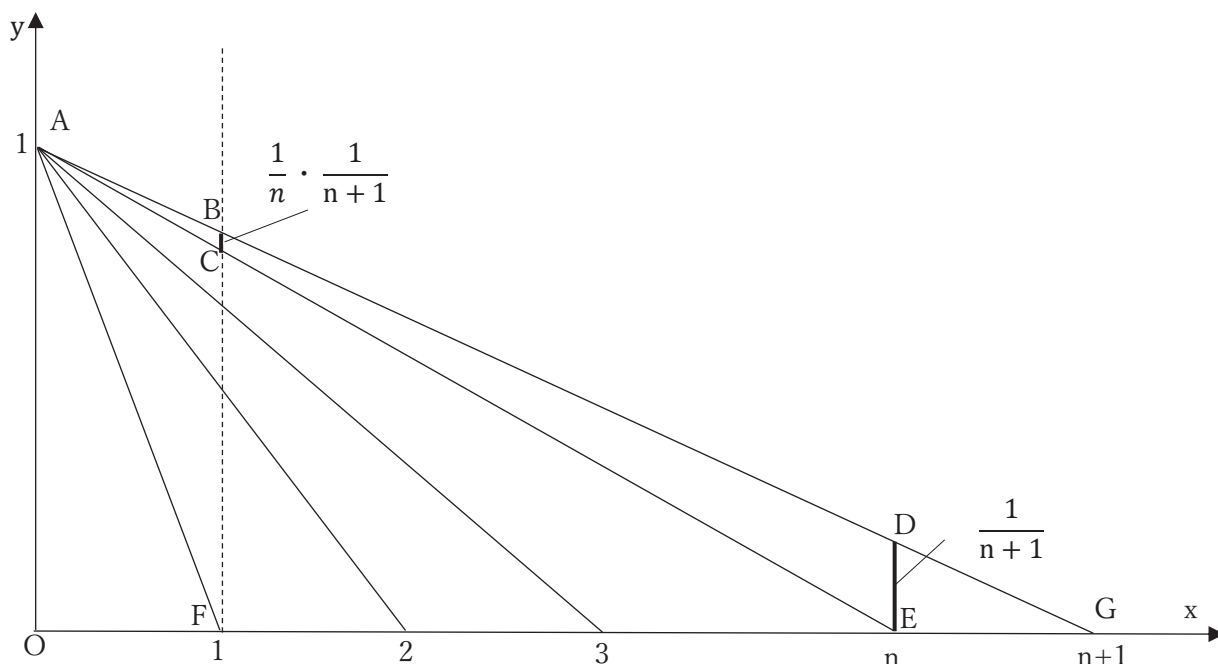
明された。

生徒には、BCの長さを相似の性質を用いてnの式で表す、というヒントを与え、BCの長さを求めさせた。あまり長く時間をとらなかったが、半分以上の生徒が求められているようであった。上記の方法で求めた生徒もいたが、別解としてBF-CF=BCという求め方をしている生徒もいた。ある生徒は、 $BF = \frac{n}{n+1}$ 、 $CF = \frac{n-1}{n}$ は求まっていたが、 $\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}$ を通分することに気が付かず、 $\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1}$ と同値な式であることが確かめられずにいたが、通分するという方針を教えるとすんなり求めることができた。

さて、さらに与式の左辺について、 $n \rightarrow \infty$ (nを限りなく大きくする) とすると、

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$$

これは、図の2点(0, 1), (n+1, 0)を通る線分(直線)の傾きが、nを限りなく大きくすると、1に近づくことからわかる。このことについても、生徒に問いかけたところ「1に近づく」という返答があり、理解できていた。



【図4 分数式の和】

⑥ 無限等比数列の和 (等比級数)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1 \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \dots + \frac{1}{4^n} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{3} \dots \textcircled{2}$$

数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ について、比が一定 (この場合は $\frac{1}{2}$) であるという規則性を確認し、その和がどんな値に近づくかを質問した。式だけを与えたのでは生徒からすぐには返答がなかったが、【図5】を見せたところ、①式が成り立つことはすぐに理解できていた。

次に②式の左辺がどんな値に近づくかについて、【図6】を見て考えさせた。時間も短かったため、生徒に解答させることができなかったが、次のような説明を行った。

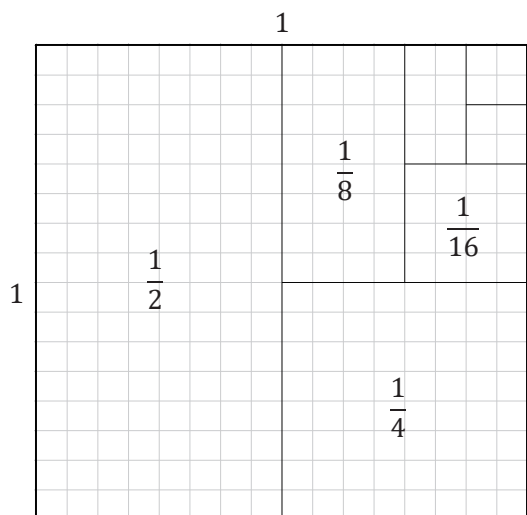
図中の陰のついている部分の面積の和が

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \dots + \frac{1}{4^n} + \dots$$

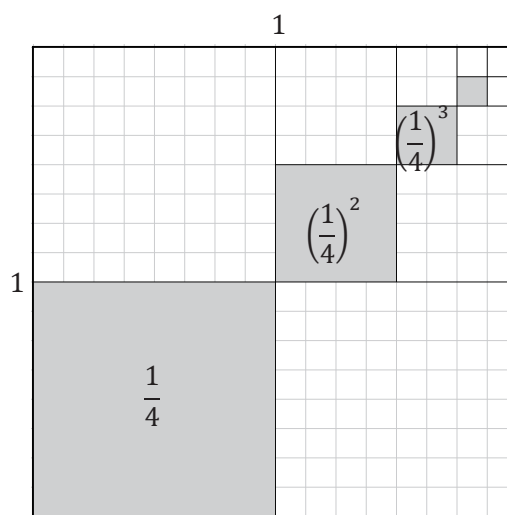
を表している。陰のついている一つ一つの正方形に着目すると、たとえば面積 $\frac{1}{4}$ の正方形は、陰のついでない部分に2つあるので、全部で3つある。面積 $\frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots$ の正方形についても同じように3つずつあり、これら全ての正方形を合わせることによって面積1の正方形を埋め尽くしている。つまり、

$$3 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \dots + \frac{1}{4^n} + \dots \right) = 1$$

この等式の両辺を3で割ることにより、②式が得られる。この証明は、とても鮮やかで印象深かったようで、アンケートにも「感動した」との回答があった。



【図5 ①式の証明】

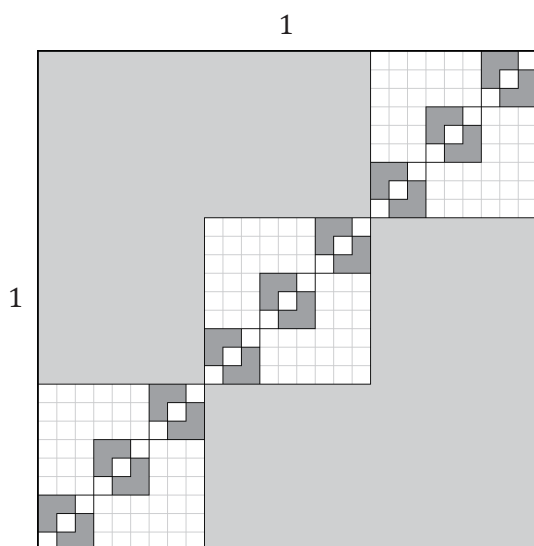


【図6 ②式の証明】

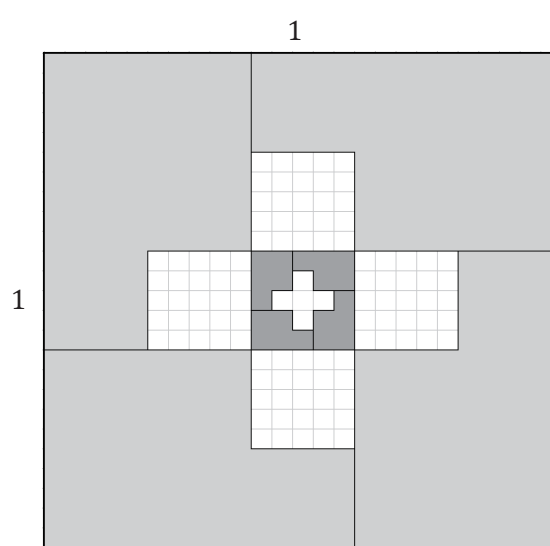
以下の③式、④式の証明については、説明する時間がなく、図と式を表すだけになってしまったが、興味を持った人も多く、黒板に書いた式をノートにメモしている生徒が多かった。式と図（【図7】と【図8】）のみを載せておく。

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3} \right)^n = \frac{1}{2} \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} \dots + \frac{1}{5^n} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5} \right)^n = \frac{1}{4} \dots \textcircled{4}$$



【図7 ③式の証明】



【図8 ④式の証明】

3. おわりに

中学3年生を対象とした授業ということで、中学で学習済みの内容を意識しつつ、高校で学習する内容にも触れ、少し背伸びすれば理解できるようなレベルまで扱うよう構成を考えた。数列の一般項を、文字を用いて表したり、数列の用語や記号についてもその場で教え使ったりしながら授業を進めた。規則性はそれほど複雑でなかったため、内容に関してはほとんどの参加者が理解できていたように思う。中学段階では文字の扱いに不慣れであることもあり、和を Σ を用いて表す場面では、手が止まってしまうなど、少し混乱している様子がみられたが、その都度、丁寧に説明し、確認しながら進めていった。アンケート集計からは「高レベルな内容だったが、中学までの知識で理解することができたためになった。」という感想があり、難易度の設定としてはちょうど良かったと感じた。図を用いて証明したり、ほとんど説明が書かれていない図で表された証明を見て、その図が何を述べているか考えたりするというのは、普段の学校の授業で扱う教材と異なり、興味深く感じたようだ。「数学の新しい見方ができてより興味を持つことができた」「いつもとは違う考え方で考えることが面白かった」との感想が得られた。

参考文献

- 1) Roger B Nelsen , *Proofs without words : Exercises in Visual Thinking* (MAA,1993), pp.84-87, pp.118, pp.121, pp.122, pp.126
- 2) 秋山仁, 奈良知恵, 酒井利訓 訳, 「証明の展覧会I Proofs without words by Roger B Nelsen」, 東海大学出版会, 2002年, 114-119,163-166,168.

美術・体育コース：アニメーションで踊っちゃおう！

芸術科（美術）吉村 雅利 ・ 保健体育科 丸山 実花

1. はじめに

身体の動きには限界があり、それは身体の制約ともいえる。簡単に手足を拡張させることはできないし、長時間空中に浮かび続けることもできない。その中で道具を用いながらも、うまく運動できるように日々思考し、試行しているのが体育学習の特徴でもある。しかしアニメーションの世界に入れば、身体の制約を受けずに、どのような動きも現実にはできる。映画は、1秒間に24コマの写真を連続的に映写することで動きを表現している。椅子の上から飛び降りる1秒間の映像の24コマを逆から再生すれば椅子に飛び乗る映像に、偶数コマだけ取り出せば倍速で飛び降りる映像に、跳んでいる途中の映像だけを取り出して複製し24コマ再生すれば、空中に浮かんでいる映像になる。その手法を用いれば、自己の身体を瞬時に拡張し、超えられない壁を越え、自由に動ける身体を手に入れられる（ように見える）。今回はそのアニメーションを作成することで、理数的な思考・試行をしてもらうことを目的に美術と体育のコラボレーションを行った。「理科」「数学」ではない教科での理数体験授業ではあるが、その中でも運動の見方・捉え方をつかむための科学的視点を提供したい。

2. 授業の流れ

本授業は以下の流れで行った。

- ① サンプル動画の提示とアニメーションの仕組みの説明。
- ② 2～3人組でどのような動画にするかを紙面上で考える。
- ③ iPadを用いて、任意の場所で動画や静止画（コマ撮り）を撮影する。
- ④ 撮影した動画や静止画（コマ撮り）をPCにいれて（Windows・adobe premiere pro 使用）編集して、自分たちが考えた動画を作成する。

サンプル動画は事前に作成した、保健体育科教諭が直径25cmほどの椅子の上に乗って片足で何回転もする（ピルエットと呼ばれる動作）の動画を見せた。実際、この動きはプロになればできるのかもしれないが、ぐらつく椅子の上ではバランスもとりにくく恐怖心も相成って、特別に訓練していなければ難しい動作である。メイキングも見てもらい、椅子の上にゆっくりと立ち、角度を変えながら片足を上げたポーズをとる動きを撮っただけで作成できることを確認してもらった。そのうえでアニメーションの仕組みや人間が映像を理解するときの脳・視覚の仕組みを説明し、現実では出来ないような動き（踊り）を考えようという、今日の取り組みを確認した。その後、2～3人グループに分かれ、紙面上で計画を立てたのち、校内で撮影をした。その映像をPCに取り込み、簡単なレクチャーを受けながら、動画の編集を行った。編集中は何度か作成した動画を再生して、たくさんコマを入れたつもりでも一瞬で動画が終わってしまうことに驚きつつ作成する様子がみられた。グループのメンバーが納得する映像にするために、今一度撮影をし直すグループもあった。

3. おわりに

短い時間ではあったが、どのグループも1～2分程度の動画を作成できていた。階段をいっぺんに飛び降りたり、動きながらドアをくぐり抜けたり、2人の位置が瞬時に入れ替わったりと、現実では起こり得ないよう

な動画を、考えてつくる面白さに触れられていた様子が見受けられた。この体験を基にして、運動や映像を見るための視点が養われていることを期待している。

