

学位論文審査の要旨

学位申請者	廣田 梨那 理学専攻2022年度生		論文題目	An Application of Fluctuation Moments of Random Matrices to Statistical Data Analysis
審査委員	主査:	吉田 裕亮 教授	インターネット公表	学位論文の全文公表の可否 : 可
	副査:	工藤 和恵 教授		「否」の場合の理由
	副査:	浅本 紀子 教授		<input type="checkbox"/> ア. 当該論文に立体形状による表現を含む
	審査委員:	萩田 真理子 教授		<input type="checkbox"/> イ. 著作権や個人情報に係る制約がある
	審査委員:	浅井 健一 教授		<input type="checkbox"/> ウ. 出版刊行されている、もしくは予定されている
学位名称	博士	(理学)		<input type="checkbox"/> エ. 学術ジャーナルへ掲載されている、もしくは予定されている
(英語名)	(Ph. D. in Computer Science)			<input type="checkbox"/> オ. 特許の申請がある、もしくは予定されている
				※本学学位規則に基づく学位論文全文のインターネット公表について

学位論文審査・内容の要旨

近年の計算機演算性能の大幅な向上ならびにストレージの大容量化により、更なる大規模データ解析の必要性が高まってきた。これまで理論としてのみ議論されてきた概念や手法が計算機で実装可能な時代となってきた。そのような理論のひとつとしてランダム行列理論がある。本学位申請論文では、このランダム行列理論で代表的な Wigner 行列と Wishart 行列について、漸近固有値分布のモーメントゆらぎに関する幾つかの理論的な考察と統計的データ解析への応用が述べられている。

まず一つ目には、成分が Gauss 型確率変数である Gaussian Wigner 行列のモーメントゆらぎの解析がある。Gaussian Wigner 行列の特別な場合にあたる GUE、GOE に対しては三重対角モデルによる近似手法が知られているが、一般の場合には同手法が適用できないため、計算が煩雑であった。本論文においては複素・実 Gaussian Wigner 行列を GUE・GOE のランダム対角行列による摂動とみなし、自由確率論の2次の自由キムラントを用いて計算可能であることを明らかにした。さらに、ゆらぎ公式の組合せ論的表示におけるランダム対角行列による摂動の影響を解明している。すなわち、奇数次・奇数次の共分散にのみ影響し、非交叉円環完全対のうち、ただ一つの連結対を持つ完全対だけが影響することを明らかにした。本論文においては、さらに Gaussian Wigner 行列のモーメントゆらぎの積分表示の核も決定している。さらに本解析は、2次の自由キムラントの重要な応用例を与えている。

次に二つ目として、Wishart 行列のモーメントゆらぎの重要な統計的データ解析であるクラスタリング解析への応用が議論されている。RBFを用いたカーネル法による非線形クラスタリングにおいて、RBF カーネル行列の優固有値(大きい側からの固有値)を幾つ取り除くのが最適であるかを探索することによりデータの構造次元を推定する手法にモーメントゆらぎを応用している。RBF カーネル行列を漸近縦横比が1の実 Wishart 行列とみて、そのモーメントゆらぎを各構造次元における RBF カーネル行列のランダムネスの同定に用いている。また、RBFカーネルパラメータとクラスタ間距離のべき乗則を検証し、最も安定した構造次元、すなわち各構造次元の最適RBFカーネルパラメータのギャップが最も大きい場合が最適クラスタ数を与えるという推定手法を提案している。加えて本論文では、同提案手法の有効性を幾つかの数値実験により検証している。

本審査委員会は、提出論文の上記内容に関して、以下の各点を評価した。

(1) Gaussian Wigner 行列をGUE・GOE のランダム対角行列による摂動とみなしモーメントゆらぎの一般式を導くことに成功し、2次の自由キムラントの重要な応用例を与えている。

(2) モーメントゆらぎ公式の組合せ論的表示において、ランダム対角行列による摂動の影響を明らかにした。

(3) RBFカーネルによる非線形クラスタリング解析において実 Wishart 行列のモーメントゆらぎを応用し、最適なカーネルパラメータと最適クラスタ数の新たな推定手法の提案を行っている。

審査委員会は、以下のように開催された。2024年12月18日に第1回を開催し審査を開始した。同年12月23日の第2回では申請者からの口頭発表の上、各審査委員から改善指摘点が述べられた。2025年1月28日の第3回では、申請者による修正点等が述べられ審議が行われた。同年

2月13日の公開発表会および最終試験を実施し、後の第4回審査委員会において最終試験の成績を合格と判断した。以上より、本審査委員会は、本論文がお茶の水女子大学の学位、博士(理学)(Ph.D. in Computer Science)に相応しいものと判定した。

公開発表会・最終試験結果の要旨

本審査委員会は、2025年2月13日に最終試験を含む公開発表会を行った。この公開発表会では、まず申請者に提出論文についての口頭発表を求め、その後各審査委員から、数値解析、組合せ論、プログラム理論、離散数学、数理解析等それぞれの専門分野の立場からの質問を行った。

これらの質問に対して、申請者の応答はおおむね適切であり、満足のいくものであった。この結果、本審査委員会は最終試験における申請者 廣田 梨那 氏の成績を合格と認め、申請者提出の論文をお茶の水女子大学の学位、博士(理学)に相当すると判定した。