［研究論文］

ケプラーにおける協和の等級について

當間亜紀子

1. 研究目的

この小論文は、ヨハネス・ケプラー（Johannes, Kepler 1571-1630）が『世界の調和』（*Harmonice Mundi*）第3巻[引用1]の中で導き出した7つの協和（consonantia）について、それらの間にどのような等級（classis）もしくは関係性（cognatio）が存在するのかを検討することを目的としている。

ケプラーは第3巻においてまず協和として1:2（オクターブ）、2:3（5度）、3:4（4度）、4:5（長3度）、5:6（短3度）、3:5（長6度）、5:8（短6度）[注1]の7つの比を論じている。図形を用いながらこれらが協和することを独自の理論から証明し、この7つより他に協和は存在しないということを論じた後に、それらの協和とその協和同士の差から生じる旋律的な音程を並べることによって、軟らかい（mollis）・硬い（durus）という2つの旋律の種類（cantus generibus）が存在することを述べている。その際、ケプラーによると、そこに含まれる音程の性質（natura）によって旋律にも違いが生じるとされるのだが、それではそれぞれの協和の性質というのはどのようなものなのか。また、個々の協和の間には性質においてどのような関係性が存在するのか。本稿では、協和の起源となっている図形について論じている第1巻[引用2]を精読して、ケプラーの協和の性質を理解し、それら相互の関係について検討していきたい。

2. 先行研究

ケプラーの協和（consonantia）・調和（harmonia）の概念、また音楽理論についての先行研究には以下のように様々なものがある。まず、大愛, 崇晴「ケプラーにおける協和音の問題」（2007）は、ケプラーの *Harmonice mundi* の中でも主要な位置を占めていると考えられる、調和という概念について、ケプラーによるこの著作の中の第3巻と第4巻第1章を研究対象とし、「それを規定する方法論」と「知覚の仕組み」という2つの側面から検討している。また、幾何学を用いたケプラーの協和音程の決定方法や同時代の音楽理論との比較に主眼を置いたものとしては、COHEN, H. F. *Quantifying Music, The Science of Music at the First Stage of the Scientific Revolution, 1580-1650*（1984）やFIELD, Judith, V. "Kepler's rejection of numerology"（1984）などが挙げられる。音程を構成する諸比例関係については、これらの論文のように、特に音程決定の際の幾何学的な側面に焦点をあてて扱っているものが多いが、その他ケプラーの音楽理論についての研究のほとんどは、天体の調和、惑星同士が奏でるポリフォニーなどについてが主題となっているように思われる。具体的には、小川, 劢「理性で聴く惑星の音楽」（1991）やWALKER, D. P. "Kepler's Celestial Music"（1978）などがそうである。

本論文ではケプラーが導き出した7つの協和についてその相互間に存在する関係性について論

じていきたい。

3. 第1巻と第3巻の関わり

第3巻においては協和を論じる際、しばしば第1巻での内容に言及している箇所が見受けられるため、最初にそれを検討していく。

まず、第1巻公理2において「その図形の辺が他の諸図形の間に割り与えられた位置は、その協和が他の協和の間に割り当てられた位置と同じである」[引用3]とあり、協和と協和の関係は、その原因となっている図形同士の性質を考えることによって明らかにできることが予想される。同様の記述はその他にも公理4の「辺について同類の構造を持っている図形もまた、同類の調和を生じさせる」[引用4]や、第16章内の「正多角形の辺の違いを示す知の段階は、その図形の所産である比にも移し換えられる」[引用5]ということ、また「協和音程は起源となる正多角形から自然な性質を引き出しているので、いわば図形的な一面をもち、さまざまに異なって響きつつ聴覚において質感のある広がりをもたらす」[引用6]などにも見られ、協和の位置づけとその起源である図形の位置との関連性は明らかである。

そして「先行する2巻ではこれと関連する幾何学の分野を扱った」[引用7]とあることから、この第3巻での記述がただ独立して存在するものではなく、1, 2巻がその理論に先行するものであるということが読み取れる。先行する2巻とあるが、今回は第1巻のみを考察の対象としたい。それは、1, 2巻とも幾何学について論じたものとなっているものの、「第3巻では、辺が可知で作図できるかどうかが全体の形を残す図形の合同性よりも重要」[引用8]という記述もあり、ここでは、図形の合同性を扱った第2巻[引用9]より作図法について扱っている第1巻との結びつきをまず考慮するべきだと考えたからである。

また、協和はそれぞれが全て、円に内接した正多角形の弦という一つの共通の起源をもっているものの、「協和音程に同類の原因（causa）があるとしても、すべての協和音程に同一の原因があるわけではなく、先に明らかにしたように、どの音程にも他の音程の原因とは異なる特有の原因がある」[引用10]ことから「協和音程はそれを示す比と同じく通約不可能[注2]である」[引用11]ということになるため、協和それぞれについてその起源となっている図形の性質を整理しておく必要があるだろう。

以上のように、第3巻では随所に第1巻との関連性を示唆する著述がみられ、諸協和の関係性だけでなく、個々の協和の性質についても第1巻を精読することで理解できる可能性があると考えられる。それを踏まえ、次に第1巻での議論を振り返っていくこととする。

4. 第1巻について

4-1. 議論の流れ

第1巻は序の部分と数々の定義（Definitio）と命題（Propositio）から成り立っている。

序ではまず冒頭で、「調和比は定規とコンパスを用いる幾何学的な方法による円の等分からもとめるべきである。つまり作図できる正多角形が調和比のもとである」[引用12]と、調和の起源を述べた後、その時代までの幾何学思想の流れについて具体的事例を示しつつ論じている。その中でケプラーが特に憂慮しているのは、昨今、幾何学的対象それぞれの知のはたらきとの関わりの違い（differentias mentales）が無視されていることであり、それを理解し、物事の本源を突き詰めようとするケプラーにとっては、「ユークリッド第10巻以外には本源に至るどんな道も開けていなかった」[引用13]という。そのため、この *Harmonice Mundi* ではまずユークリッドの第10巻からケプラーの現在の目的、すなわち宇宙の調和を説明することに役立つものを書き写していくと宣言している。ただしその際、単に書き写すのではなく、ケプラー自身の目的に合わせ、離れていたものを結びつけたり、順序を変えたりする必要があり、それによってケプラー独自の展開が生じていると思われる。

4-2. 諸定義

ここでは協和を分類する上で必要になる定義を第1巻より抜粋して紹介する。【　】内はそれぞれ定義番号である。

「正則平面図形」(Plana Figura regularis）とは、あらゆる辺が等しくあらゆる角も等しい図形であるが、以下の条件によって基本的なものとその星形図形に分類される。すなわち前者は、辺が当の図形自体の端を越えていないもの、後者は隣り合っていない辺が交点まで延長されていて、その図形の辺を超えているものである。また、あらゆる正則図形は同時にその全ての角を同一の円周上に置くことができる、すなわち円に内接することができる。【定義1, 2, 4】

「作図する」（Describere Figuram）とは、角に相対する線分と角の作る辺の比を、定規とコンパスを用いる幾何学的なやり方で決め、決まった線分から図形の基本となる三角形を作り、その三角形を組み合わせて当の図形を完成することである。【定義5】

「図形を円に内接させる」（Inscribere Figuram circulo）とは、当の図形の辺とその図形を内接させるべき円の直径の比を、上と同じ幾何学的なやり方で決めることである。【定義6】

「幾何学において知る」(Scire in geometricis）とは、既知の尺度によって測る[注3]ことである。その尺度とは、円に図形を内接させるというこの問題においては、円の直径のことである。【定義7】

「可知」（Scibile）とは、線分の場合、線分そのものを直径によって直接に測れること。面積の場合は、直径の平方によって測れることを意味する。あるいは少なくとも、どれだけ多くの計算を必要としようと、最後には直径もしくはその平方に基づくような大きさから作られることを意味する。【定義8】

「作図法」(Demonstratio）とは、描くべきもしくは知るべき大きさを、しかるべき中間項を立

てることによって（per ontermedia possibillia）導き出すことである。【定義 9】

また、作図法からは、一般的に作図もしくはその図形についての知識（scientia）が生じる。作図は単に大きさだけを、知識は大きさと共に特性（qualitas）すなわち特定の大きさかどうかをも明らかにするものである。作図は簡単でも大きさの特性を知るのが非常に難しいもの、また、何らかの幾何学的なやり方で作図はできるが、その性質（natura）が少なくとも可知として記した形で知ることができないものも多い。

固有（propria）の作図法があるのは、その図形の角の数もしくはその図形と類親関係にあって辺の数が 2 倍か半分になっている図形の角の数が直径に対する辺の比を決定するための中間項になる場合である。【定義 10】

固有でない（impropria）作図法しかないものは、辺の数が当の図形の 2 倍でも半分でもないような別の図形の辺を用いないと、直径に対する辺の比を直接にその図形の角の数を用いて幾何学的なやり方で決めることができない場合である。【定義 11】

4-3. 諸正則図形の辺の知

ここで、音楽的な協和の起源となるのが円に内接した正則図形であることを考えると、上述の項より知のそれぞれの段階を求めるには、主にその図形の辺と直径との関係を調べていく必要があることが分かる。

ケプラーは上述の定義の後、定義 12 で「知の段階は様々に異なっており、遠くはなれたものもあれば近しいものもある」[引用14] と述べたあと、直径からの距離に基づいて線分それぞれの知の段階について分類しており（資料 1）、その後、各図形の等級（classis）の話に移っている。

すなわちまず、定義 10 に基づいて「図形の各等級を決めるのは、辺が取るそれぞれの素数である。そして連続的にもとの素数の 2 倍になっていく辺数を持つ図形も、そのもとの等級の中に入れる」[引用15] という命題【命題 30】が提示される。作図法は辺の数から出てくることと、素数には相互に共有する部分が無いため、素数を介して行う作図法にも共通性がないことがその理由である。したがって、各素数によって等級が異なることになり、以下のように分類される。つまり、第 1 の等級には、2 を筆頭にする 2, 4, 8, 16, 32, …（2×2^n）からなる正多角形とその星形図形が、同様に、第 2 の等級には 3 を筆頭にする 3, 6, 12, 24, 48, …（3×2^n）の多角形、第 3 の等級には 5, 10, 20, 40, 80, …（5×2^n）と続く多角形が入るということである。

その後、命題 34 からは具体的に円を等分する図形の辺の話に移る。

すなわちまず、円を 2 等分する直径は知の第 1 段階（gradus）である。さらに、直径はそれ自体が有理線分で、他の線分を測る尺度として与えられたものであることから、直径そのものがそれ自体の完全な尺度であり、幾何学的な知の出発点だということである。

このように、直径は第 1 段階として確固たる等級を持っているのだが、その後、それぞれの多角形となると、ケプラーの論にいささか曖昧な点も出てくるので注意が必要である。以下、正 10 角形までの図形[注4]を第 1 巻での掲載順に並べてみる。

正方形は、円に内接する場合、辺となる線分が知の第 3 段階に属し、その平方は面積とともに知の第 2 段階に入る。【命題 35】

正 8 角形は、その辺も星形の辺も角から幾何学的に作図でき、それぞれ知は第 8 段階に入る。また、各々を合わせた線分は第 6 段階に入り、面積は、中項面積になるので無理面積である。【命題 36】

正 3 角形と正 6 角形の辺は図形の角から幾何学的に作図できる。2 つの図形を円に内接させると、その知は正 3 角形が第 3 段階、正 6 角形が第 2 段階となる。面積は中項面積でその両者の比は 1:2 となっている。正 3 角形を円に内接させる場合、正 6 角形の辺を利用すれば非常に簡単に作図できることもあり、この 2 つの図形はまとめて論じられている。【命題 38】

正 10 角形とその星形の辺は角から幾何学的に作図できる。これらの辺は可知で、別々の線分としては第 8 段階に入るが、両者を合わせると第 5 段階になり、半径とあわせるとそれぞれ第 4 段階になる。【命題 41】

正 5 角形とその星形の辺は幾何学的に作図できて可知であり、個々の線分は第 8 段階になる。両者を組み合わせると第 6 段階になると同時に第 4 段階にもなる。【命題 42】これは正 5 角形の辺とその星形の辺は神聖分割[注5]の大きな部分と全体という関係になっているためであり、また、それによって正 5 角形は、その中に神聖比が直接含まれるという、ほかの図形とは違う特別な性質を持つことにもなる。

その後ケプラーは、「正則図形すなわち円の分割の比較」として、それまでの議論を簡単にまとめて紹介している。まず、基本になるのは直径であり、2 番目は半径に等しく、やはり長さにおいて有理な正 6 角形の辺である。3 番目には、その辺が自乗においてのみ有理な正方形と正 3 角形が、4 番目には自乗において無理で 2 項線分と余線分からなる正 10 角形と正 12 角形の辺が、そして 5 番目には正 5 角形とその星形、正 8 角形とその星形の辺がはいる。しかしここで、正 10 角形の優れた特徴が正 5 角形にとって不利に働かないように、また、正 8 角形の辺が、種が同じということだけで正 5 角形や正 10 角形と肩を並べないようにするために、として正 5 角形の特徴である神聖比についても少し述べられる。つまり、10 という数と関連するこの系列[注6]は至るところで神聖比に支配されることになるという。ただし、正 10 角形の優れた特徴、と述べているものの、神聖比は正 5 角形とその星形図形には直接に備わっているが、正 10 角形とその星形では、正 6 角形の辺を介在しないと出てこないものである。また、辺の種は同じとされている正 8 角形については この比は全く見出せない。したがって、正 8 角形と正 5 角形の間には辺の種とはまた違う点で

優劣が生じていると捉えることができる。

また、辺の特性の他に、他の部類の知すなわち図形の囲む面積の性質や完全さに基づいても図形の等級は区別されるという。本稿では辺の知に視点をおいているため、面積については参考程度とするが、直径に次ぐ第1位に来るものは正方形と正12角形であり、いずれも有理面積[注7]だが、特に正方形は面積が辺の平方であるという優れた点を持つ。第2位にくるのは中項面積を持つ正3角形・正6角形・正8角形であり、正5角形・正10角形に至っては、その概念を表す名称すらない。

4-4. 図形と協和的な音程の照応

このように、基準によって等級が異なっていたり、曖昧であったりすることも多いが、今回図形の辺ということに焦点を当ててみると、命題34～36, 38, 41～43, 50より、正10角形までの図形の等級は以下のように並べることができる[注8]。

直径＞正6角形＞正方形≧正3角形＞正10角形＞正5角形＞正8角形

ここで、正方形と正3角形に関しては、辺だけについて着目すると明確な等級が読み取れないため、ひとまず「≧」と表した。正方形を上位においたのは、命題30において、正方形は第1の等級に、正3角形は第2の等級に属しているためである。

次にこれらの等級にその所産である協和を当てはめていく。

しかしここで、5:6（短3度）に注意しなければならない。正6角形は等級のうえでもかなり上位に位置しており、一見この音程も高い等級をもつように思えるのだが、第3巻第15章によると、この5:6の音程は、正6角形の性質によって協和するわけではなく、円の10分の3から[注9]派生することで協和する[引用16]。そのため、この協和は正10角形からの所産であり、また同時に正5角形の気質も備えていることになる。

それぞれの協和を、第3巻で出てきた順番に並べてみると1:2（直径）、2:3（正3角形）、3:4（正方形）、4:5（正5角形）、5:6（正10角形）、3:5（正5角形）、5:8（正8角形）となる。これらを上の、図形の等級に当てはめると、下のようになる。

1:2 ＞ 3:4 ≧ 2:3 ＞ 5:6 ＞ 4:5 ＝ 3:5 ＞ 5:8
オクターヴ ＞ 4度 ≧ 5度 ＞ 短3度 ＞ 長3度 ＝ 短6度 ＞ 長6度

オクターヴが高い等級を持つということは明らかであるが、その他の等級は曖昧なところも多い。まず、4度と5度の協和については、正方形と正3角形のどちらも辺の知が第3段階に属することから、辺の知という点のみで判断するならば同じ等級であると考えることもできる。また、第3

巻に、「全体と部分の協和は、残り[注10]と全体の間にある協和より完全で響きも快い」[引用17]という表現があることから、1:5 ＞ 4:5 、2:5 ＞ 3:5 という等級が存在することは明らかなのだが、部分と全体の協和についてはその優劣が述べられてはいないため、4:5（長3度）と3:5（短6度）の間の等級に関しても明らかにされていない。そして本稿では詳しく述べる余裕がなかったが、図形の囲む面積について考慮すると、正8角形の等級が正10角形や正5角形よりも上位にくることから、長6度が長短3度や短6度よりも知の段階が高いことにもなる。

協和同士の関係性ということに関しては、素数相互間での共通性がないことや、連続した2の倍数はそのまま性質を保つということから考えると、命題30を基にまとめることができる。つまり、素数2を介して生じるグループであるオクターヴ・4度・長6度、素数3から生じる5度、素数5から生じる長短3度・短6度は、相互に関連のある近しい協和といえるのではないだろうか。

5. まとめ

以上のように、本稿では、協和の起源となる図形の性質を追うことで、協和自身の性質、また協和間の相互の関係性を見出そうとしてきたのだが、結果的に曖昧な点も多く、具体的には一つの可能性を示せたにすぎない。ただし、ここでやはり、古代からあるオクターブ・4度・5度の協和が上位を占め、中世新たに登場してきた3度・6度の協和が等級の点で下位に置かれていることは、興味深い。新しい3度・6度の協和の多くが正5角形を起源に持っており、そこに内在する神聖比がどこまで強力な長所となってくるのか気になるところでもあるが、辺の種が同じ正8角形よりは上位の段階に位置するものの、それまでに与えられている辺の等級を大きく覆すほどの力はないようである。しかし、短3度（5:6）については、第3巻での、「この音程は正6角形の性質によって協和するのではなく、円の10分の3から派生して協和する」という記述から、本稿では正10角形の所産として扱ったが、第3巻ではそれよりも前に、全体を6残りを5としたときの協和について述べられている部分や、「正8角形より後に新しい協和は存在しない」としている記述も見られ、正6角形からの所産であるという可能性も否定できないと考えられる。その場合、図形の等級で協和的な音程を序列化したときに、古代から存在する協和が上位に位置するように、ケプラーがあえて5:6という比の起源を正10角形と結びつけたとも捉えることができるのではないだろうか。この点は、今後の検討課題としたい。

また、性質というのも直径を基準としたときにそれらの正則図形の辺がどのような位置にあるのかというもので、主に直径からの距離による知の等級について論じられているということが明らかになった。本稿では、辺が可知で作図できるかどうかが全体の形を残す図形の合同性よりも重要であるとの記述から、第1巻での辺に関する議論を検討したが、ケプラーも述べているように、だからといって決して図形の合同性を協和の考察から除外して良いという理由にはならない。

今後は、上述した5:6という協和の起源の問題に加え、本稿で対象にできなかった図形の合同

性についてや、第3巻第15章で実際に紹介されている、それぞれの協和やそこから生じた旋律的音程が人間にどんな情動を及ぼすかというまた違った意味における性質についても、今回見出された協和の等級の可能性と比較して考察し、ケプラーがそれぞれの協和にどのような役割を与えて論じているのかをより具体的に捉えていくことが課題である。

【引用】

1. 「調和的な比の起源について、そして旋律に関する事物の本質と違いについて」'De Proportinum Harmonicarum ortu ex Figuris, deque Natura & Differentiis rerum ad Cantum pertinentium.'

　また、今回注で引用したラテン語原文については全てカスパールによる以下の校訂版に拠るものである。以降、原文とその掲載ページのみ示すものとする。

　KEPLER, Johannes　*Gesammelte Welke* Bd. VI : *Harmonice Mundi*, hrsg. von CASPAR, Max, München: Beck, 1940.

2. 「調和的な比例関係を生じる正則図形について、その起源、等級、秩序、また知覚性及び表現性に関する区別」'De Figurarum Regularium, quae Proportiones Harmonicas pariunt, ortu, classibus, ordine & differentijs, causa Scientiae & Demonstrationis.'

3. Quae sors est figurae, cujus est latus, inter figures caeteras; eadam sors est consonantiae illius, inter caeteras.　p.103

4. Figurae, quae cognatas habent demonstrations laterum, pariunt etiam cognatas Harmonias. p.103

5. Capitis primi, gradus scientiae, quibus different inter se latera figurarum, transplantantur etiam in ipsas proportiones, figurarum soboles.　p.185

6. Consonantiae figuratae sunt quodam modo et diversisonae, et latitudinem aliquam qualitativam occupqnts in auditu, naturam trahentes a figures planis regularibus, a quibus et oriuntur.　p.183

7. Geometria enim, cujus partem hunc spectantem libri duo priores sunt complexi.　p.104

8. Esti vero potior in hoc tertio libro, ratio erit demonstrationis scientificae laterum, quam Congruentiae figurarum totarum.　p.108

9. 「調和的な図形の合同性について」'De Figurarum Regularium Congruentia in plavo velfolido.'

10. Quamvis etiam habeant intervalla consona causas cognatas, non omnia tamen eandem, sed quodlibet suam peculiarem caussam habet, distinctam a causis caeterarum, ut in superioribus explicatum.　p.127

11. Ut proportiones illas ipsas, incommensurabilia, sic quidem, ut quamvis eorum differentiae numeris exprimantur.　p.126

12. Cum a divisionibus circuli in partes aliquotas aequales, quae fiunt Geometrice et scientifice, hoc est, a figuris planis Regularibus demonstrabilibus, sint nobis petendae causae Proportionum Harmonicarum.　p.15

13. Mihi qui rerum causas indigo, praeter quam in decimo EUCLIDIS, semitae ad illas nullae patuerunt.　p.17

14. Gradus scientiae diversi sunt, alij remoti, alij propinqui.　p.22

15. Class Figurarum singulas singuli faciunt numeri laterum Primi; et reputantur in classes, quae

habent Numerum laterum continue duplum numeri sui Primi. p.34

16. Quod quamvis 1.6. sit ex sexangulo, Residuum tamen 5.6. non consonet propter sexangulum, sed propter derivationem ex tribus circuli decimis, per terminorum duplicationem et dimidiationem. p.176

17. Ergo quae Harmoniae existunt immediate per ipsam sectionem circuli, quae sc. sunt inter Totum et Partem rescissam, perfectiores et jucundiores sunt ijs, quae sunt inter Residuum et Totum. p.185

[注]

1. これらの比はそれぞれ durus（硬い）・mollis（軟らかい）と名がついている。それを長・短と訳すのが相応しいか否かについてはまだ考察の余地があるが、それぞれ純正律の長・短と同じ比率にあり、本論文では便宜上、長・短として表すものとする。

2. ここでいう通約不可能とは、長さ・面積・体積などそれぞれ量的に同種でも一定量の構成要素として括られるような公約数が全くないことである。

3. 大きいａから小さいｂを繰り返し引いていき、最後に余りが出なければｂはａを測るという。ｂはａの部分であるとも言うことができ、現代的な意味での割り切れる、と同義。

4. 第１巻ではもっと角数の多い図形についても論じられているが、ここでは音楽的な協和の起源となっている正 10 角形までを対象とした。

5. 外中比また比例分割とも呼ばれる。小さい部分と大きい部分に分けたとき、小さい部分と大きい部分との比がそのまま大きい部分と全体の比になるような分割のこと。

6. 命題 30 で提示された 5, 10, 20, 40, 80, …の系列を指す。

7. 正方形は直径の平方の半分の面積、正 12 角形は直径の平方の 4 分の 3 の面積を囲むことになる。

8. 以降、この図式では左にあるものほど知の段階が近いものとする。

9. 「10 と 3 の各項を半分にし、また 2 倍し」、とケプラーは述べている。つまり 10÷2=5 で 5 を、3×2=6 で 6 を生成するということである。

10. 第 3 巻第 1 章での定義によると、協和の議論において「部分」という言葉は、半円より大きくではいけないという限定のもと、全体から取り上げた、長さにおいて有理なもののひとつもしくはもう一方を表すのに使われる。そして有理な部分を全体から取り去ったものが「残り」と呼ばれる。ただし、これは半円よりも大きいという限定がある。

参考文献(アルファベット順、日本人名はヘボン式)

ガリレオ(著): 藪内, 清(訳), ケプラー(著): 島村, 福太郎(訳)

1963　『星界の報告; 太陽黒点論. 新しい天文学; 世界の調和』東京：河出書房新社

東川, 清一

2001　『古楽の音律』東京：春秋社

笠原, 潔; 徳丸, 吉彦

2007　『音楽理論の基礎』東京：放送大学教育振興会.

KEPLER, Johannes

1619　*Harmonice mundi*, s.l.

1940　*Harmonice mundi*, CASPAR, Max (ed.), München: Beck.

1997　English translation, *The Harmony of the world*,
Translated by E. J. Aiton; A. M. Duncan; J. V. Field
Philadelphia: American Philosophical Society.

FIELD, Judith, V.

1984　"Kepler's rejection of numerology", *in* BICKERS, Brian(ed.) 1984: 273-296.

小川, 砂

1989　「ルネサンスにおける音楽数比論」
中森, 義宗; 上村, 保子(編)『美とかたち』東京：東信堂: 40-63.

1991　「理性で聴く惑星の音楽」*in* 渡辺 1991: 105-133.

大愛, 崇晴

2007　「ケプラーにおける協和音の問題」『美学』Vol. 57, No. 4: 55-68.

OWEN, Gingerich

1992　"Kepler, Galilei, and the harmony of the world", *Music and science in the age of Galileo*,
COELHO, Victor (ed.), Boston: Kluwer Academie Publishers: 45-63.

斎藤, 憲

2008　『ユークリッド『原論』とは何か』東京：岩波書店.

WALKER, D. P.

1978　"Kepler's Celestial Music", *Studies in Musical Science in the late Renaissance*,
London: Warburg Institute, University of London: 34-62.

渡辺, 正雄(編)

1991　『ケプラーと世界の調和』東京：共立出版.

（資料1）知のそれぞれの段階

<第1段階>
ある線分が直径に等しいこと、もしくは直径を用いずに作られた面積であっても、その面積が直径の平方に等しいことが知られ、作図できる場合。
<第2段階>
直径を一定の数に等分するか、直径の平方を等分したとき、与えられた線分もしくは面積がそのひとつないしは複数の部分に等しい場合。　**この段階までは作図や内接によって到達できる。**
<第3段階>
線分が長さにおいては無理だがその平方が有理で、第2段階とも関連する場合。（自乗において有理な線分）　**これに続く段階は全て無理線分と呼ばれる。**
<第4段階>
線分もその平方も有理ではないが、その平方が、自乗によって有理となるような辺をもつ長方形に変換できるもの。（中項線分）←つまり半径もしくは直径を基準としたときにその4乗根で表せるもの。
<第5段階>　**ここからは2本を組み合わせて考えられた線分である。**
2本の線分がどちらも有理線分でも中項線分でもなくさらに相互に通約不可能であるが、平方の和もその2本を辺として作る長方形もどちらも有理面積となる場合。
<第6段階>
2本の線分がどちらも有理線分でも中項線分でもなくさらに相互に通約不可能であるが、平方の和を長方形のどちらか一つが中項面積となる場合。
<第7段階>
第5, 6段階と同じように相互に通約できない2本の線分が、平方の和も長方形もどちらも有理面積にならないものの各々が中項面積となる場合。
<第8段階>
線分全体や、線分全体の平方や、各線分の両項を測ることはできないが、それらの項の平方を合わせたものとそれが共同して作る長方形を測ることができる場合。

※これ以降も細かく論じられているが、今回は第7段階までを取り上げた。

とうま　あきこ

お茶の水女子大学卒業、同大学院修了。現在、お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科博士後期課程在学中（比較社会文化学専攻表象芸術論領域）。