

数学・情報コース 「 π を実験で求める」

情報科 小野 永貴
数学科 十九浦 美里

1. 本授業の背景

本校では、日常的に数学科と情報科が情報共有し、関連する単元を軸に相互に連携した授業向上に取り組んできた。例えば、「集合と論理」や「整数の性質」の数学の授業の進度にあわせて、情報科でも「情報検索での論理演算」や「2進法でのデジタル情報表現」の内容を取り上げることで、理解の促進と定着を図った。他にも、数学科の学校設定科目「教養基礎数学Ⅱ」で数式処理ソフトウェア「Mathematica」を扱う授業に、情報科教員もTTとして参画し、実習環境の構築や指導ガイドラインの作成等も協働で行っている。

平成21年改訂の新学習指導要領において、数学Ⅰの必履修単元として「データの分析」が新設された。学習指導要領解説の中では、「例えば表計算用のソフトウェアや電卓も適宜用いるなどして、目的に応じデータを収集・整理し（中略）データの傾向を的確に把握することができるようにする」、「多くのデータを扱う場合には、コンピュータなどを積極的に活用するようにする」と明記されるなど、数学科においてもコンピュータを用いた実習活動がより重視されるようになった。一方、情報科の新学習指導要領においても、「公民科及び数学科などとの関連を図るとともに、教科の目標に即した調和のとれた指導が行われるよう留意すること」、「情報科の内容を踏まえ、相互の連携を図るとともに学習内容の系統性に留意する」と明記され、他教科連携の必要性がさらに強調されるようになった。

本校においても、これらの改訂趣旨を鑑み、表計算ソフトウェアを用いた統計的処理による問題解決実習を取り入れ、数学科と情報科が連動した教科横断的な授業を試みてきた。そこで今回の理科・数学体験授業では、そのような教科横断型の授業の一端を中学生に体験してもらうために、中学生にとっても身近な円周率の値を、表計算ソフトウェアを用いた統計的確率の手法により算出する実習を行った。

2. 授業の実施内容：モンテカルロ法を用いて円周率の近似値を求める

本授業では、誰しもが当然のごとく「3.14…」と信じている円周率が、何故どのようにして計算されるのか、その過程を直感的に理解してもらうために、円周率計算の一手法としてモンテカルロ法を取り上げた。モンテカルロ法とは、直接は確率に関係ない問題に対しても、乱数を用いた実験を繰り返し行うことで、少しずつ値が収束していき、近似解が得られるという確率的な計算手法である。円周率の場合は、正方形の面積とそこに内接する円の面積の比によって求められるため、正方形内のランダムな位置に次々と点を打ち、円の内側の点の数と外側の点の数をカウントすることで、擬似的にそれぞ

れの面積を再現することができる。そして、求められる円周率の精度は、ランダムに打点する点の数に比例して向上するため、いかに膨大な数のランダムな点を打つか、ということが重要になり、手書きよりもコンピュータの方が有利であることが自然と導出される。簡単な統計処理の数式で実験可能なら、「ランダムな点を打つ」という単純な実験の回数を増やせば増やすほど、視覚的にも結果が 3.14… に近づいていくため、楽しみながら「収束」「大数の法則」といった数学的理論を学ぶことができる効果的な題材である。

3. 授業の流れ

前半は、普通教室で講義形式の授業を行った。まず、 π とは何であったかを確認し、円に内接する多角形と外接する多角形を考え、円周率を求めようとするアイデアなどを紹介した。その上で、今回はコンピュータを利用して円周率を求めることを考えようと提示し、方針について以下のように説明を行った。

- ① 円と正方形の面積比が $\pi : 4$ であることを確認
- ② シミュレーションのイメージをつかむために、正方形の箱とそこに内接する円盤を用意し、黒ゴマをふりかけるという実演を書画カメラで提示
- ③ ②をコンピュータで実現させるために必要となる土台「座標平面、円の方程式」についての説明

後半はコンピュータ室で行い、最初に Mac 環境および表計算ソフトウェア「Microsoft Excel」の基本的解説を行った後、統計処理用の関数を説明した。次に、予め途中まで用意しておいたファイル内に各自で数式を入力させ、動作を完成させた。具体的には、x,y 座標に対応するセルに RAND 関数で乱数を発生させ、散布図内にその打点を可視化し、IF 関数で打点位置の円の内外を判定させ、COUNTIF 関数で内外の点の個数を数える、という処理である。その後、Excel の「再計算」機能を用い、次々と乱数を再生成させて実験の試行回数を増やし、計算結果の円周率の値の変化を観察させた。

4. 授業を終えて

前半は、今まで普通に使ってきた円周率 π を改めて見直す時間であった。受講者にとっては、「それは知っている」という部分と、「そうだったのか」という新鮮な部分とがあったようだ。実験をモデル化するために座標平面で円の方程式を考えるとところなどは、高校 2 年生の内容であり、少し難しかったと思うが、目的が明確であったところもあり、一生懸命理解しようとしている様子が印象的であった。

後半の実習も、中学校では使い慣れていない表計算ソフトウェアを、1 時間に詰め込んで実習したため、細かい操作ミス等で躓きが多く、苦戦していたようだ。一方で、事後のアンケートによると、中学校までは全く考えなかったようなコンピュータの活用方法に触れ、驚きと楽しさを感じた生徒も多かったようだ。特に、「自分のためにパソコンを使う」だけでなく、「コンピュータで大規模データを分析して科学や社会に活かす」という近年のビッグデータの潮流にも通じる新たな視点を与えられたことは、大きな意義があったのではないだろうか。

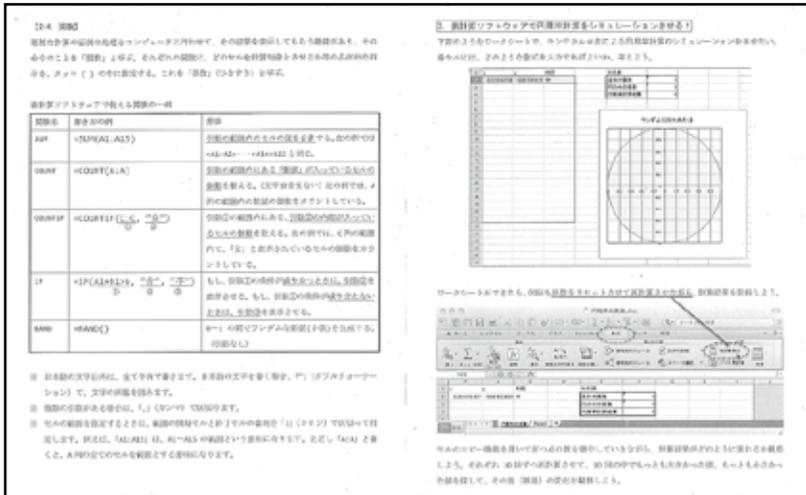


図1 実習用配布プリントの一部

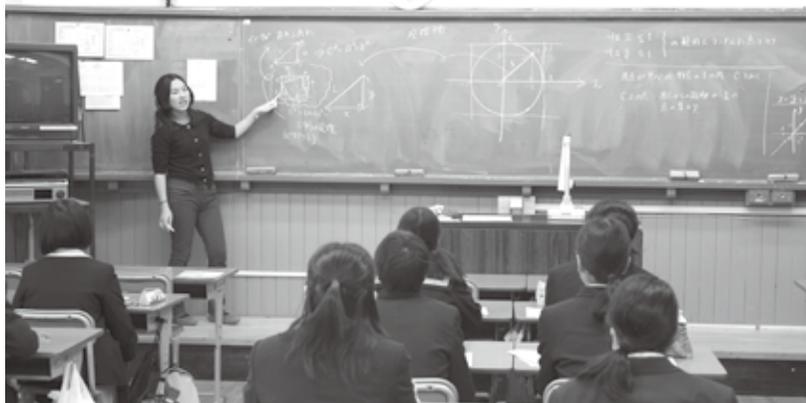


図2 教室での講義部分の様子



図3 コンピュータ室での実習の様子

2013年理数体験授業アンケート集計結果(設問1~9及び11)

1 学校

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
国立附属	2	1	1	2		1	7
東京公立	5	2		3	6	4	20
埼玉公立	6	2	2	4	1	4	19
千葉公立	5	1	2	2	1	1	12
神奈川公立	2		2	1	3	1	9
茨城公立		1					1
栃木公立					1		1
不明公立		1	1		1		3
私立	3	4		2	1	1	11
合計	23	12	8	14	14	12	83

2 学年

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
1年	5	1		2	1	1	10
2年	12	4	3	8	2	6	35
3年	6	7	5	4	11	5	38
合計	23	12	8	14	14	12	83

3 授業内容

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
難しい					2	2	4
やや難しい	2	3		4	7	6	22
ちょうどよい	19	9	6	8	3	4	49
易しい	2		1				3
易しすぎる							0
その他				3			3
(回答無し)			1		2		3
合計	23	12	8	15	14	12	84

その他の内容 数①:考えて答えを導くのは少し難しかったけれど、やる内容はとても楽しくてよかったです。

数①:ガロアさんの話がとてもおもしろかった。

数①:やや難しいけれど、おもしろいからちょうど良いと思います。

4 授業時間

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
長く感じた				10	1		11
ちょうど良い	19	7	7	4	10	9	56
短く感じた	3	4			3	3	13
その他		1					1
(回答無し)	1		1				2
合計	23	12	8	14	14	12	83

時間

化学:90分くらい

情報+数学:1日

5 コースの人数

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
ちょうど良い	23	12	7	12	13	10	77
その他					1		1
(回答無し)			1	2		2	5
合計	23	12	8	14	14	12	83

人数 数学②:10名

6 この企画をどのようにして知ったか

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
本校のホームページ	16	11	7	13	13	9	69
学校説明会	2			1	2	3	8
兄弟の紹介		1					1
友人・知人の紹介	4		1			1	6
願書受付窓口							0
学習塾での掲示、紹介	3						3
その他	1				1		2
合計	26	12	8	14	16	13	89

その他の内容 物理:親から
数学②:親に言われて知った

7 12月の日曜日の開催について

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
都合がよい	18	10	6	13	10	10	67
少し無理	5	2	2	1	3	3	16
かなり無理					1		1
その他							0
合計	23	12	8	14	14	13	84

その他の内容 化学:駿台のテストの日とかぶってしまったのが少し大変でした。

別の時期なら

4月	1		1	1	1		4
5月	2						2
6月	2		1	1		1	5
7月	4	1		1			6
8月	4	5		1	3	1	14
9月		1		2		3	6
10月	10		2	1	1	2	16
11月	1	1	2	1	3		8
1月				1			1
3月	1				3		4
合計	25	8	6	9	11	7	66

8 開催曜日

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
日曜・祝日	16	9	1	12	9	9	56
土曜日	2	1	1		2	1	7
春休み	1		2	1	1	1	6
夏休み	4	3	2	1	2	1	13
冬休み	1	2	2		1		6
その他	1						1
合計	25	15	8	14	15	12	89

その他の内容 物理：休日ならいつでもよい

9 参加の動機

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
内容に興味	13	7	7	10	12	5	54
親のすすめ	4	1		6	2	1	14
学校を見たい	12	5	3	5	6	9	40
中学校の先生のすすめ					1		1
塾の先生のすすめ	1	1		1	1		4
その他				1		2	3
合計	30	14	10	23	22	17	116

その他の内容 化学：説明会に参加できなかったため、こちらに参加させていただきました。

数①：受験したいと思っているため。

情報+数学：体験授業を通してこの学校を見てみたかったから。

情報+数学：友人に誘われて。

11 学校説明会参加の有無

	物理	化学	生物	数学①	数学②	情報+数学	合計
参加した	6	6	2	5	7	4	30
参加していない	17	6	6	9	7	8	53
合計	23	12	8	14	14	12	83

2013年理数体験授業アンケート集計結果(設問10及び12)

10 体験授業として「あったらいいな」と思うものがありましたら書いてください。

<物理>

- ・今回の物理のように中学校の勉強にもなる楽しい授業とか…。
- ・社会
- ・大がかりな実験を見てみたい。
- ・地学分野の実験とか…？
- ・英会話体験授業
- ・文系と組みあわせてもおもしろいかも!?

<化学>

- ・英語で会話する授業があったら楽しそうです！
- ・地学のコースがあったらいいと思いました。
- ・普段では体験できないような機械を使った実験 ex) 3D プリンターなど
- ・歴史があったら得意なので嬉しいです。

<生物>

- ・理数だけではなく、他の教科のものもあればいいと思います。
- ・理数だけではなく、他の教科もあったらいい。また、生物の解剖の授業もあったらいい。

<数学①>

- ・十分面白かったです。
- ・社会の体験授業もやってみたい。
- ・ゲーム理論。私の中1のときに受けたゲーム理論が難しかったのですが、とてもおもしろくて今でも覚えている。だからもう1回やってみたいと思ったからです。

<数学②>

- ・調理実習
- ・実験

<情報+数学>

- ・体育

12 感想その他、自由に書いてください。

<物理>

- ・今回の物理の授業の単元は高校三年生でやるものでしたが、体験授業を通してよく分かりました。私の知らない理科の用語や実験が出たので、少しむずかしかったのですが、理解することができました。
- ・おもしろい先生だった。高3でこれやるのか。
- ・4人で1班となって実験するのはみんなで協力して学べたので良かったなと思いました。自分の電圧や電流への考え方が変わりました。学校がレトロな雰囲気ですごく素敵だなと感じました！ ありがとうございます。
- ・電気がいつもと違った感覚で見えました。実験はとても楽しかったし、電気はこんな風に通っているんだなと分かりました。
- ・今回は物理コースを体験して、「電圧」は電気の圧力と考えていたけれど、そうではなくて「高さ」で考えるということを学んだ。等電位線の位置を見つけ出すのはなかなか難しかったがとても楽しかった。
- ・中学校でやったことのない実験をさせていただきました。他の学校で、学年も違う子と協力して実験を行うのは、とてもおもしろかったです。
- ・4人で協力してできて楽しかった。
- ・電流がどんなふうに流れているかがよく分かった。
- ・普段体験できないような実験ができて、とても楽しかったです。
- ・実験がおもしろかったです！ ただ、等電位線を調べる実験をもう少しゆっくりやりたかったです。
- ・2時間がすごく短く感じた。実験が楽しかった。説明も分かりやすく、有意義な授業だった。他の人との交流もできてよかった。
- ・中学の授業でよく理解できていなかったことが、先生の使った模型(?)のお陰でよく分かりました。
- ・全く初対面の子ともおしゃべりできたし、学校の様子も知れたし、新しい発見もあったし……すごく濃くて、貴重な時間を過ごすことができて、よかったです！
- ・わかりやすく、ためになりました。先生もとても雰囲気が良くて居心地が良かったです。
- ・電気がどのように流れているのか実験でわかりました。高い、低いで考えると、分かりやすかったです。楽しかったので、来年も行きたいです。ありがとうございます。
- ・とても楽しかったです。また、おもしろい体験授業を企画するのを楽しみにしています。
- ・今回は「電流のさんぽ道」というタイトルで、私は電流の分野がとても苦手だったので、電流・電圧などの関係について分かりやすく教えていただき、とてもよくわかりました。実験も楽しくて、疑問がとけました。ありがとうございます。

- ・最初はよく分からない内容でしたが、分かりやすい授業で、覚えやすかったです。
- ・初めての授業体験でしたが、意外を面白かったです。
- ・理系に対してずっと苦手意識をもっていたけれど、実験中は楽しかったです。また来年も来たいです！
- ・物理（電気分野）への苦手意識が少しへりました。

<化学>

- ・知らなかったことをきけて、良かったです。ありがとうございました。
- ・学校で学ぶ内容より高度で、すごく楽しかったです。
- ・化学の楽しさにあらためて気が付きました。
- ・とてもわかりやすく、もっと緊張すると思ったけれど楽しく実験できました。化学への興味が深まりました。参加してよかったです！
- ・先生の授業はわかりやすく、おもしろく、楽しかったです！ いつも、学校の授業でやっているような内容ではなく、少しハイレベルな内容だったので、やりがいがありました◇◇
- ・発展した内容でしたがとても興味もてる内容で、勉強になりました。
- ・友達と協力して実験を行うことができました。高校生でやる内容でしたが、説明もわかりやすく楽しくできました。ありがとうございます。
- ・とても楽しかったです。ありがとうございました。2015年2月、お茶高に合格できるようにもっと頑張ります。
- ・とても楽しかったです。
- ・中学校で習っていないところを習うことができよかったです。

<生物>

- ・在校生（留学生？）の方が写真のとり方をおしえて下さって楽しかったです。難しいのかな、と思っていましたが、わかりやすく説明して下さいって実験がうまくいきました。ありがとうございました。
- ・とてもたのしかった。また、お茶の水女子高校のみりよくを熟知することができたので、うれしかった。絶対お茶の水に入りたいという思いがつよまったし、ここで、高校生活をおくり、学べて行けたらとてもたのしそうだと感じた。
- ・生物室の席には、どのようなものがあるのかが身近に感じられ良かったです。また、自分1人で実験というのは、初めての体験でしたが、集中して、自分のペースで行う事ができ、面白かったです。
- ・貴校の魅力である少人数制の素晴らしさを感じることができました。先生も、すごくわかりやすく教えてくださり、設備もすごく良かったです。もし、またこのような体験ができるようでしたら、喜んで体験させていただきます、ありがとうございました。

- ・都合が悪く学校説明会に参加できなかったのですが、学校も見れて良かったです。先生も様々なことを詳しく教えてくれて、とても身になりました。時間を忘れてしまう程おもしろく、夢中で実験することができました。ありがとうございました。
- ・最初は水玉模様のゾウリムシなんて、どんな風につくるのかなと思っていたけれど、色水の中を泳がせるだけで、意外を簡単につくれるということが分かりました。また一極に向かってゾウリムシが泳いでいく姿を見て、なぜこうなるのだろうと感じました。この経験を通して、微生物について興味がわいてきたので、学校や家で調べていきたいです。
- ・ゾウリムシの観察はとてもおもしろかったです。色がついていて見つけやすく、先生の説明もわかりやすかったですので、たくさん見つけることができました。電流の向きによって進行方向が変わるのは、不思議だったのでいつかまた実験をしてみたいです。
- ・しっかり授業についていけるか不安でしたが、先生のサポートやわかりやすい解説で、無事授業を終えることができました。ありがとうございました。

<数学①>

- ・普段学校では絶対に受けることができないような授業でとても楽しかったです。あまり数学は得意ではないけれど、興味深い授業をやっていただき、他のパズルにも挑戦してみたいと思いました。ありがとうございました。
- ・お話の全てが楽しく、時間があっというまに過ぎてしまいました。答えがまだない数学がとても興味深いものに思えました。ありがとうございました。
- ・私は最近になってお茶の水女子大学附属高等学校を受験することに決め、学校説明会に行くことができませんでした。このような機会があることで、学校に入れるうえ、実際の先生の話聞いて、楽しんで学習することができました。参加できて嬉しく思います。今後も続けていってほしいと思いました。
- ・パズルを完成させることができなかつたけどとても集中して楽しめました。参加してよかったです。
- ・パズルを使って数学をやるのが楽しかった。
- ・説明がとてもわかりやすかった。解いた問題と関連する話を聞けて楽しかった。
- ・ガロアさんみたいな人をどんどん紹介してほしいです。
- ・お茶の水なので、もっと難しいんじゃないかと、思ってたかと思いますが、私にもわかりやすい説明で、かつ楽しく授業が受けられたので、お茶の水への関心がさらに深まりました。がんばって合格を目指します。
- ・数学苦手な私でもとても楽しめることのできた授業でした。(普段の数学もこういう感じだといいのになあ…)最後のエヴァリスト何とかさんの話も興味深かったです。
- ・今回、パズルペントミノの授業を受けました。パズルというと「ジグソーパズル」とか「謎とき」のパズルとかをよく想像するのですが、5個の正方形が組み合わさった図形

で、 6×10 マスの長方形にするや、輪を描くように配置して、中の面積を求めるとする
ようなことは初めてでした。私は頭が柔軟でなくひらめきもあまりできません。だから
少し難しかったのですが、組み合わせさったのを見て「うわああ。すごーい!!!!」と感動
しました。コンピュータで 2339 通りの組み合わせることができるのはすごいなと思いま
した。いろいろと家で研究してみたいと思います。本日は本当にありあとうございました
た。来年も来て授業を受けたいと思います。

- ・ペントミノから、他の例につながっていき、とても楽しく分かりやすい授業でした。今
日は、ありがとうございました。
- ・パズルをするのが好きだったので参加しました。今回のペントミノは解くことができな
かったけれどとても楽しかったです。
- ・コンピュータと人間についてや、まだ解明されていないことについて知れたので良かつ
たです。家でもパズルをやって、解を何通りか見つけてみたいと思います。

<数学②>

- ・少し難しい分野ではあったのですが、楽しく学べて、有意義な二時間にできたと思いま
す。貴重な体験になりました。ありがとうございました。
- ・私は照明が少し苦手ですが、分かりやすく解説して下さったのでとても楽しかったです。
ありがとうございました。
- ・もう少し字を大きく書いて頂けたらありがたいです。内容はとても興味深かったのです
が、ついていけたかは微妙です。
- ・不思議に思うことが多くありました。楽しい授業でした。不動点が経済などに応用され
ていることをきき、驚きました。
- ・内容は少し難しかったのですが、とても分かりやすい教え方をしてくださり、私でも理
解できました。ありがとうございました。
- ・不動点の求め方、おもしろかったです！ 照明は難易度が高かったのですが、数学が好
きなもので、楽しく感じられました。
- ・不動点には様々な不思議な秘密が隠されていて、さらに、「どうしてこのような現象」が
起こるのか、ということをもみんなで考える授業だったので、とてもおもしろかったです。
数学がさらに好きになりました。
- ・不動点の最後の4つの点からできる線に興味が増えました。数学の思わぬ一面をまたみ
つけられて楽しかったです。校章の形的にも不動点がありそうでした。
- ・作業しながら学ぶことができ、楽しかったです。1つ1つ丁寧でわかりやすかったです。
- ・実際に授業を受けてみて、とても楽しく、よりお茶の水女子大学附属高校に行きたくな
りました。いろいろな先生の授業をもっとうけてみたいです。
- ・今日初めて知ったものでも、わかりやすく、おもしろかったです。北極星の位置も、星
同士をつなげればわかるのかな、など興味がわきました。家でも挑戦してみたいです。

数学で、高校で習うことならば、難しいイメージがあったけれど、実際に手を動かしながらで、感覚がつかみやすかったです。

- ・少しむずかしく感じましたが、とても楽しかったです。
- ・二年生になっても来たい。お茶の水女子附属高を受験できるようにあと2年がんばりたいと思いました。

<情報+数学>

- ・円周率が計算できて楽しかったです。円の中の点が増えて、だんだん座標の中が青くなっていくのが見ていて楽しかったです。
- ・パソコンの扱いに慣れていないので、覚えるのが大変でしたが、円周率について深く考える良い機会になりました。
- ・いろいろな初めての体験をすることができて、とてもおもしろかったです。はじめは緊張していたけれど、ていねいに教えてくださり時間があつという間に感じました。今日は来て良かったです、ありがとうございました。
- ・難しいところもあったけれど、とても楽しかったです。円周率は今まで当たり前のように使っていたけれど、とても奥が深いと思いました。参加出来てよかったです。
- ・今回の体験授業は少し不安だったのですが、先生方が優しく教えて下さったので、安心しました。難しかったのですが、とても興味深い内容でした。高校での授業が今回のようだと嬉しいです。ありがとうございました。
- ・初めてコンピューターを使って計算したり、どうやって3.14…となるのかが分かったので楽しかったです。家で続きもやってみたいです。
- ・とてもわかりやすく楽しかったです。
- ・少し難しいと感じたけれど、楽しかった。授業を受けてみて、円周率 10 兆けたというのはものすごい数なんだと実感した。
- ・今まで全然知らなかったことを初めて知れました。とてもやり応えがあつて楽しかったです。
- ・少し難しかったけれど、楽しかったです。これから学校で勉強することに役立つと思います。ありがとうございました。
- ・中学校とは全然違う授業が体験できて、とても面白かったです!!
- ・座標や関数などは机上の空論として知識のみは知っていたもの、実際に利用するのはかなり難しかったです。

以上