

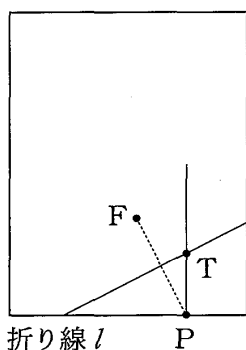
数学②コース：自然の中の数理

茶 圓 幸 子

2002年度ころから何回か試みていた「紙の折線の集まりで放物線を作る」作業と、放物線に関する証明を今年度はじっくりとやってみました。

まず、紙を折って放物線を作る作業を全員で行いました。（この作業については2002年度の紀要に載っているので今回は省きます）

放物線の定義（数Cで行う定義：1 定点FとFを通らない1 定直線からの距離が等しい点の集まり）を示し、この作業でできた折り線の集まりが放物線になる証明を考えました。



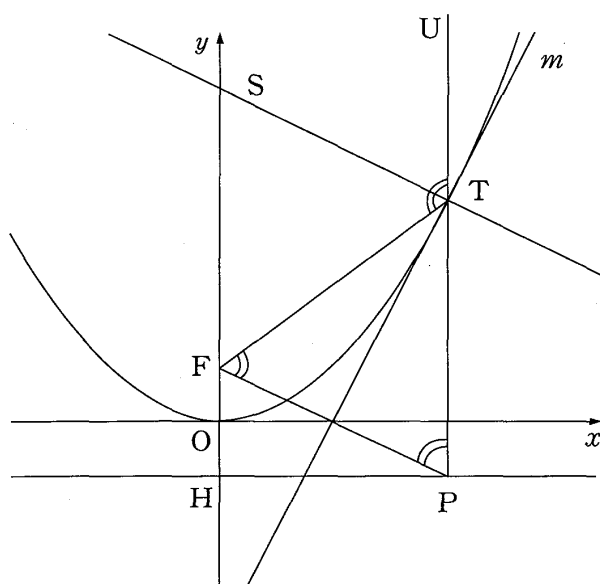
点Pを通る紙の底辺の垂線と折り線 l との交点をTとする。

（「点Pを点Fに重ねて折る」作業のできる折り線は、数学で考えると、線分FPの垂直二等分線である。）FPの垂直二等分線上の点は、F、Pから等距離になるので、

$$TF = TP$$

よって、点Tは定点Fと定直線 l から等距離であり、点Tの軌跡は放物線となる。

その後、「放物線の軸と平行に進む波は、放物線に当たって反射すると、すべて焦点を通る」ことを証明してみました。



放物線の軸（この図の場合は y 軸）に平行な波 UT は点Tで放物線に当たり反射する。反射した波は、点Tにおける放物線の接線 m （折り線）の法線 TS に対称に進む。

（折り線 m が放物線の接線であること、法線とは折り線 m に垂直な線であることなど説明しておく）

すると、 $TS \parallel FP$

$$\angle UTS = \angle TPF \text{ (同位角)}$$

$$= \angle TFP \text{ (二等辺三角形の底角)}$$

$$= \angle FTS \text{ (錯角)}$$

よって放物線の軸（ y 軸）に平行な波は放物線に当たると反射をして、焦点Fを通る。

これらの証明は、1・2年生も平行線の同位角・錯角、二等辺三角形の性質などの知識を使って証明することができました。高校で習う知識を使うところもありましたが、それほど難しくもなく、かえって高校になってからの数学に触れることもでき、高校の数学にも興味をもってくれたのではないかと思います。