

数学的活動の一考察

副校長(数学科) 室 岡 和 彦

1 はじめに

現学習指導要領では前回に続き「ゆとり」ある教育を理念とし、週5日制などによって縮減された学習内容を、自ら考え自ら学ぶ態度を育成する指導によって補うことを方針として実施された。しかし、PISA（OECD生徒の学習到達度調査）やIEA（国際到達度評価学会）等の調査結果を根拠にして学力の低下が事実と見られる傾向が強まり、学力向上に対する再認識が行われようとしている。つまり「ゆとり」の理念は変わらないが、指導内容では発展教材の条件を緩和し、指導方法では学習活動を効果的に行うことを当面の対応としているように思われる。

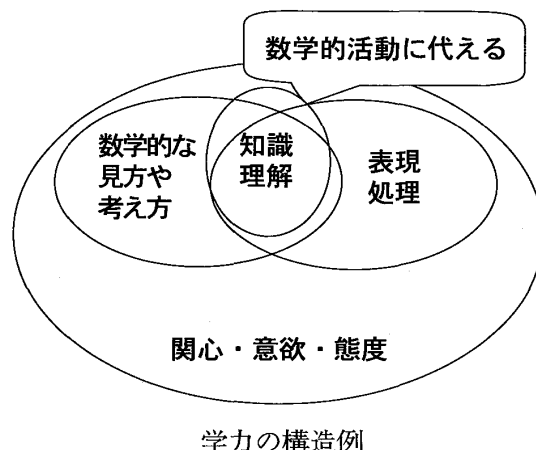
筆者は高校数学の立場から現学習指導要領の編集委員、PISAの日本委員、文部科学省が平成16年7月に報告書をまとめた教育課程実施状況調査の委員として学力を評価する場面に関わったが、数学の学力を実施段階で向上させることが常に議論の中心になってきたと記憶する。ここでは、算数・数学の現学習指導要領に新たに置かれた「数学的活動」を、学習活動を効果的に行うキーワードとしてとらえ、その意味や意義について考察し、数学的活動を促す授業の例と効果の様相について検証する。

2 その背景

前回に引き続いて現在の教育課程においても、「豊かな人間性を育み、個性を生かしてその能力を十分に伸ばし21世紀を生きる人材を育てる」、という方針がとられた。情報化や国際化など、社会の状況の大きな変化、受身的な生徒の学習態度がこうした方針を決定させた要因とされた。

現行の教育課程を定めた教育課程審議会答申では、この方針を「ゆとりの中で自ら学び自ら考える生きる力の育成」、という言葉で端的に言い表している。ここで、「ゆとり」や「生きる力」だけでなく、自ら学び自ら考える力こそが「新しい学力」とであると位置付けている。

つまり、失敗や試行錯誤を重ねることを厭わずに、



自ら考えていく意欲や態度を原動力として、基礎的・基本的な知識を身に付け、数学的な見方や考え方、表現・処理といった能力を自ら培っていくことが、「新しい学力」と考えられる。

特に、授業の導入部分で関心・意欲をもたせる指導が効果を上げたときにつく力は、単なる知識ではなく、永く使える「力」であるとした。この関心・意欲・態度が持続すれば、生徒は自ら原理・法則を求め「基礎的な原理・法則を理解」し「知識・理解」の力に結びつき、得た知識を現実場面や発展場面に活用しようとする「関心・意欲・態度」につながる[1][2]という考え方がある。上の図は文献[1]によるが、この構造は数学的な見方や考え方、表現・処理の基礎として知識・理解があり、関心・意欲・態度はさらにそれらの「下」にある「学力」であることを示している。

現学習指導要領では、現実の事象を数学化し、既習事項や公理・定義をもとにして原理・法則を導き、それを再び現実場面に応用したりする過程に注目し、それに関連する幾つかの活動を数学的活動ととらえ、数学的活動を促すことを通して数学的な見方や考え方、表現・処理、関心・意欲・態度の学力を高めようとしていると考えられる。

なお、「計算練習は学力の牽引車」[3]のように、基礎的な知識や練習計算の技能が子どもの数感覚を育てるとともに、学習意欲の向上につながるという考え方もある。この場合の学習意欲はドリルの達成という狭い範囲の学習意欲に限定されると思われる。ここに現実の事象を数学化する活動や、再び現実場面に応用したりする数学的活動を加えることによって数学が役に立つことを生徒に実感させ、数学を活用して自ら学び自ら考える力を育てることができると考える。

2 数学的活動の意味

(1) その位置付け

学習指導要領に掲げられている高校数学の目標は「数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を養う。」となっている。

それまでの学習指導要領における活動は後述するが、この目標の特徴は、数学的活動を通して創造性の基礎を培う活動が取り上げられたことである。高校数学の目標はいくつかの活動に分けることができるが、この活動は、他の教科にはない数学のよさを強調できる「21世紀に生きる人間を育てる」重要な活動であるといえる。

- ① 数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深める。
- ② 事象を数学的に考察し処理する能力を養う。
- ③ 数学的活動を通して創造性の基礎を養う。
- ④ 数学的な見方や考え方のよさを認識する。
- ⑤ それらを積極的に活用する態度を育てる。

なお、これらは個々独立しているものではなく、相互に密接に関連しており、数学の学習指導全体を

通して培い育てるものであることも付け加えられ、一連の思考活動としての数学的活動を通して、創造性の基礎を培う〔4〕ことが期待され、その趣旨を生かす指導内容や指導方法の工夫が求められている。

(2) その意味

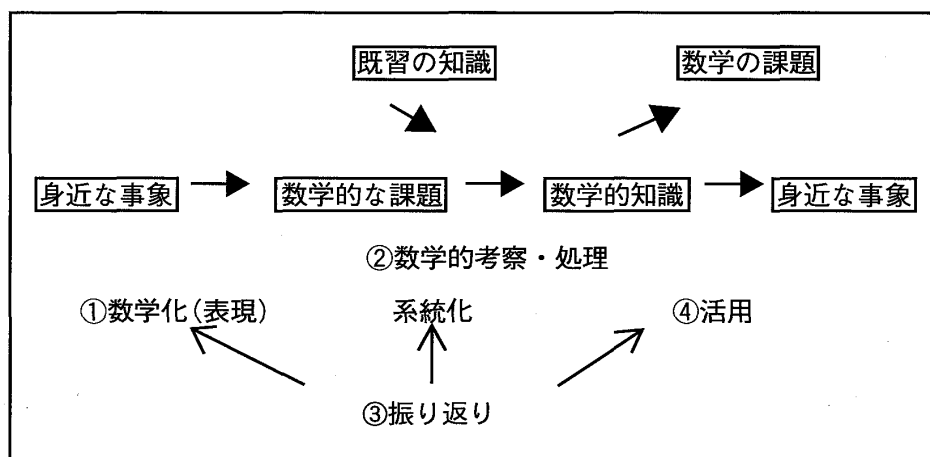
数学的活動は、多くの高校生が受身的にとらえ「つまらない・役に立たない」と思われてきた学校数学を、生徒が自ら学び、自ら考え「楽しい・役に立つ」と思わせる数学の学習指導に転換するキーワードとして平成11年施行の学習指導要領に初めて登場した。

数学的活動は、学校数学を学ぶときの学習活動であるが、それには次のような2つの活動が考えられる。内的活動は、後述する思考活動の中に含まれる

- ・外的活動； 観察、操作、実験・実習、調査など
- ・内的活動； 直観、類推・推定、帰納、演繹など

高校数学では、身近な事象を数学化して数学的な課題とし、既習事項などを用いてその課題を解決し、再び現実場面に応用したりする一連の過程の中で次の活動を数学的活動ととらえている〔7〕。

- ①身近な事象を取り上げ、数学化し数学的な課題を設定する活動
- ②設定した数学的な課題を既習事項や公理・定義等を基にして数学的に考察・処理し、その過程で見出したいろいろな数学的性質を論理的に系統化し、数学の新しい理論・定理等（「数学的知識」という）を構成する活動
- ③数学的知識の構成に至る思考過程を振り返り、構成した数学的知識の意味を、考察対象の初めの身近な事象に戻って考える活動
- ④他の具体的な事象の考察などに数学的知識を活用する活動



数学的活動の構造

なお、中学校数学の内容領域は、数と式、図形、数量関係の3つであり、確率は数量関係に含まれる。中学校数学の数学的活動はそれぞれの内容によって多少異なっている。

例えば、図形領域では定規とコンパスを使った作図や折り紙を使った操作などの外的活動があるが、証明のように性質を数学的にとらえ直す内的活動が考えられる。次の表のように3つの領域に文字と演繹推論を加えた5つの内容について数学的活動を示す例がある〔6〕。

数学的活動（中学校の例）

内容	目標	数学的活動
数	数の概念形成	観察、操作、実験などの活動 発生的、構成的活動
図形	空間認識	重ね合わせなど図形の操作活動 形に着目しその特性を言葉で表現する活動 図形を数学的に捉え直す活動
数量関係	関数の理解	現実の数量関係を数、式、グラフで表現する活動 不確かな事象の起こり方を相対度数で調べ確率を捉え直す活動
文字	文字の使用	現実の事象や関係などを文字や記号で表現する活動 文字式を新たに表現し直し解釈しやすい形に整える活動
演繹推論	演繹法の理解	基本的な性質からその性質が演繹的に導かれていることを確認する活動

小学校算数の内容領域は、数と計算、量と測定、図形、数量関係の4領域である。それぞれの内容領域における算数的活動は、数量や図形についての作業的・体験的な活動などの活動である。学習指導要領では、教具の操作活動、授業の内容別に4つの活動に分けている〔5〕。

- ① ジオボードや電卓などの教具の操作や教材を使う活動
- ② 「短い時間」など、実生活の中のものを算数の舞台に取り入れる活動
- ③ 例えば「棒グラフ」を学んだ後、算数の目で実際の生活の場面を見直す活動
- ④ 例えばグラフを学んだ後で近くの道路の交通状況を調べるなど、他領域・他教科との総合的な扱いによる活動

3 数学的活動の意義

数学的活動は、これまでも問題解決能力や考える力の育成などとして数学科の学習指導上大切にされてきたものである。その教育的な意義は、カリキュラム評価の立場からいえば、目標段階における意義、実施段階における意義、達成段階における意義について示すことができる。

(1) 教育的な意義

今回、高校数学の目標〔7〕においては、自ら考え自ら学ぶ力をつけるために生徒の主体的な活動を一層促す立場から、次のような点を強調して「数学的活動」の目的を明確にしている。

- ① 身近な事象との関連を一層図り、数学化の過程を重視すること。
生徒は数学化の過程を身につけて、さまざまな場面に数学を役立てることができる。
- ② 主体的に、様々な問題解決の方法を味わったり、問題解決後も自らの思考過程を振り返ったり、そ

の意味を考え、より発展的に考えたり、一般化したりして問題の本質を探ろうとするなど、数学的考察・処理の質を高めること。

③見出した数学的知識の意味を身近な事象に戻って味わったり、他の様々な場面に見出した数学的知識を活用したりすること。

特に、高校数学においては、常に身近で实际的な題材を導入とするわけではなく、数学的な課題から数学的活動が始まることもある。この場合においても、数学的活動の趣旨をふまえることが重要とされる。また、コンピュータやグラフ電卓、インターネットなどの積極的な活用により、より充実した数学的活動が期待されている。

他の教科との関連という側面では、数学的活動の中で、例えば現実場面に何か関数関係があるとき、その関係を x - y 対応、関数方程式、グラフなどで表現して数学的な性質を探るような活動は、他の教科や総合的な学習の時間における問題解決方法として転移することが期待されている。

創造性については、「さまざまな問題解決方法を味わう」ことや「数学的知識を現実に戻って味わう」ことが創造性に関連する目標と考えられる。基礎的・基本的な知識・技能の習得を基にして多面的なものを見る力や論理的に考える力などである [8]。

数学的活動を促す授業では、問題解決の様々な方法を考え、問題解決後も自らの思考過程を振り返ってその意味を考え、より発展的に考えたり一般化したりして問題の本質を探ろうとする活動としてその効果が現れると考えられる。こうした活動をするようになることが、高校の達成段階での数学的活動の意義と考えられる。

この他にも、興味・関心をもち、数学的に考察し処理する力、数学的な表現・処理の美しさ、数学的な見方や考え方のよさなどを認識する豊かな感性がつくことなども、数学的活動による意義であろう。

(2) 数学モデルとしての意義

数学的活動は、具体的な現象を数学の土俵に乗せ、数学の論理で数学的に考察し、再度具体的な現象を考える学習活動ととらえれば、数学モデル化とほぼ同じ過程である。最近、具体的な問題を数学的に解決する方法論として数学モデルが考察の対象になってきた。数学モデル化の基本的な方法は、ふつう次の過程と考えられている [13]。

- ①現実場面からデータを集め定式化する。 例；規則を求め文字や集合などで表す。
- ②数学モデルを作る。 例；規則性のある数から数列を作る。
- ③数学モデルで解決する。 例；数の現実的な意味を考える。
- ④数学モデルを吟味する。 例；求めた数列が元の規則と合うか調べる。

ここで、④において数学モデルが現実と合えば数学モデルとして採用し、合わなければ①に戻って数学モデルを再度構成する。

数学モデル化の過程は、例えば自然現象を扱うときには連続的な数であり微分方程式という数学モデ

ルになる。また、不確かな現象を扱うときには確率や統計という数学モデルを用いることになる。また、現実をそのままコンピュータで再現するシミュレーションやモンテカルロ法が問題解決の有力な技法として用いられている。これは、数学を応用するときの意義と考えられる。

数学モデルを学校数学で扱うことにより、数学は現実生活と無縁だと考える高校生が減ると思われる。しかし、数学モデルは学校数学で扱うにはかなり難しい内容になるのが現実である。

4 数学的活動の経緯

数学的活動は1999年の改訂で新たに用いられた言葉であるが、その趣旨はこれまでも問題解決能力や考える力の育成等の観点から数学科の学習指導上重視されてきた〔7〕。数学的活動という言葉は、初めに述べたように、生徒が自ら考え自ら学ぶ、生徒主体の学習のキーワードとなっている。ここで戦後の学習指導要領において、身近な事象を数学化し、既存の知識などを用いて原理・法則を導き、その結果を再び現実場面に応用したり、数学的な系統化を行ったりする活動を調べ、1951年の学習指導要領で示された趣旨が1955年の改訂で削除され、高校生の多様化とともに1999年の数学的活動として復活した経緯を示す。

(1) 1951年（昭和26年）の学習指導要領

1951年に発行された学習指導要領（試案）は、自ら考えることを理念として目標を次のように掲げている〔9〕。

自主的に考えたり行ったりする上に、数学が果たしている役割の大きいことを知り、数学を用いて自主的に考えたり行ったりする態度を養う。

ここでは、具体例を多くするとともに、概念や原理を生徒が発見的に導く指導、生徒が主体的に活動する指導を重視し次のように掲げているが、これを数学的活動の指導と見ても自然である。ただし、数学的活動のように活動をファクターで分け、数学モデルに焦点化した方法ではない。

- ①教師は、新しい概念や原則を導入するにあたっては、この概念や原則を一般化するに十分なだけの、数多くの変化に富んだ具体例を与えるようにしなくてはならない。そして、その一つ一つを生徒の工夫によって解決させつつ、その中から共通なものを生徒が発見し、これを一般的な原則に生徒がまとめていくように指導すべきである。
- ②新しい概念や原則は、それと深い関係をもった古い概念や原則と、できるだけ空間的にも、時間的にも同時に示され、生徒がその間の関係を発見し、これを結びつけて理解していくように指導しなければならない。
- ③意味の上で類似した2つの概念があるときには、両者の異同を具体的に比較できるよう場面を用意して、生徒が2つの異同を明らかにするような機会を与えるようにしなくてはならない。

(2) 1955年（昭和30年）の学習指導要領（昭和33年も同じ）

1955年改訂の学習指導要領では、1951年の学習指導要領の各科目（解析Ⅰ、解析Ⅱ、幾何、一般数学）に盛られた内容の程度と系統性を中心に見直しが行われた。三角比が中学に移され、日常生活に必要な数学的能力や態度は中学校までの数学で一通り指導されているとし、高校数学では数学が構成されていくときの考え方を重視して次の目標を掲げている。ここでは、現実場面と数学の関わりは言及されず、数学の系統性に焦点化されていることが次の文から読み取ることができる。

- ①数学の基本的な概念・原理・法則等を理解し、これらを応用する能力を養う。
- ②数学が体系的にできていることと、それを組み立てていく考え方を理解し、その意義を知る。
- ③数学的な用語や記号の正しい使い方を理解し、これらによって数量的な関係を簡潔明確に表現し、処理する能力を養う。
- ④論理的な思考の必要性を理解し、筋道を立ててものごとを考えていく能力と習慣を身につける。
- ⑤数学的な物の見方、考え方の意義を知るとともに、これらに基づいてものごとを的確に処理する能力と態度を身につける。

(3) 1960年（昭和35年）の学習指導要領

この改訂では、「基本的な概念、原理・法則」「基本的な知識の習得と基本的な技能の習熟」といった基礎学力の向上と科学技術の充実が強調されるなど現代化の影響が見られる。ここでは、数学的な知識を理解し、用語や記号の習熟による指導方法に焦点化していることが次の文から読み取ることができる。

- ①数学における基本的な概念、原理・法則などを理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出す能力を伸ばす。
- ②数学の基本的な知識の習得と基本的な技能の習熟を図り、それらを的確かつ能率的に活用する能力を伸ばす。
- ③数学的な用語や記号を用いることの意義について理解を深め、それらによって数学的な性質や関係を簡潔、明確に表現したり、思考したりする能力を伸ばす。
- ④ものごとを数学的にとらえ、その解決の見通しをつける能力を伸ばすとともに、論理的な思考力の必要性を理解し、筋道をたててものごとを考えていく能力と態度を養う。
- ⑤数学が系統的にできていることと、それを組み立てていく考え方を理解させ、その意義を知らせる。
- ⑥数学が生活に役立つことや、数学と科学・技術その他との関係を知らせ、数学を積極的に活用する態度を養う。

(4) 1970年（昭和45年）の学習指導要領

この改訂では現代化のカリキュラムが示され、数学的な考え方の重視、小・中・高の教育課程の一貫性が重視された。このときの目標は次のようになっている。

- ①数学における基本的な概念、原理・法則などを理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出す能力と態度を養う。
- ②数学における基本的な知識の習得と基本的な技能の習熟を図り、それらを的確かつ能率的に活用する能力を伸ばす。
- ③数学的な用語や記号を用いることの意義について理解を深め、それらによって数学的な性質や関係を簡潔、明確に表現し、思考を進める能力と態度を養う。
- ④事象の考察に関して、適切な見通しを持ち、抽象化し、論理的に思考する能力を伸ばすとともに、目的に応じて結果を検討し、処理する態度を養う。
- ⑤系統的に組み立てていく数学の考え方を理解させ、その意義と方法について知らせる。

この改訂では集合、ベクトルが入るなど、新しい数学の考え方や数学の系統性が強調され、数学が生活に役立つことや、数学と科学・技術その他との関係、数学を積極的に活用する態度を養うといった応用的な項目が削除された。

(5) 1978年（昭和53年）の学習指導要領

高校への進学率が90%を越え、多様な生徒への対応が迫られる中で、現代化の方向性と基礎基本重視の両方を指向し、次のように「体系的に組み立てていく数学的な考え方」を中心においた目標が立てられた。

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、体系的に組み立てていく数学の考え方を通して、事象を数学的に考察し処理する能力を高めるとともに、それを活用する態度を育てる。

このときの「数学的な考え方」は、知識・技能とともに車の両輪のような関係にあるとされ [12]、どのような考え方もある程度の知識・理解がなければ体得できず、知識・理解もそれなりの考え方が体得されている必要があることが強調された。解説の中で、数学的な考え方の例として、モデル化ともいえる次の過程を科学的方法として示している。

- ①まず幾つかの仮説を立てる。
- ②次に、それらを公理とみなして一つの数学的理論を構築する。
- ③それが現象と合えばそれでよし、合わなければ、そのモデルを作り変えていく。

(6) 1989年（平成元年）の学習指導要領

ほぼ高校全入になり多様化した生徒への対応から、現代化の方向性を事実上否定し、生徒が必要感をもつ数学、純粋数学に結びつく数学をそれぞれ「数学的リテラシー」、「数学的思考」として焦点化し

た。このときの目標では「体系的に組み立てていく」を削除している。このことで、数学的な系統性に沿った教材編成の見直しがされたと解釈できる。

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に処理する能力を高めるとともに数学の見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる。

(7) 1999年の学習指導要領

この改訂では、小・中学校の内容の削減を受け、1次不等式、平面図形などが高校に移されて平易化するという背景の中で、現実場面との関わりを強調した次の目標が定められた。

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる。

ここでは、現実場面から題材を得て体験的に数学を考え、再び現実場面を考え直すことを指向し、そうした活動のキーワードとして「数学的活動」が焦点化された。

一方、新教科「情報」の1つの科目「情報B」の主要な内容に、問題のモデル化とコンピュータを活用した問題解決があり、生徒にとって日常的で身近な課題、様々な解決方法が考えられる課題、解決方法によって結果に差が出やすい課題を題材にしたシステム分析の方法として次の過程を扱っている。

- ①問題を構成している要因とその関係を明確にすること。
- ②解決のために、どの要因を操作して、どの要因がどのような基準を満たすようにすればよいかを明らかにすること。

この方法は数学的活動と非常によく似ており、この点での数学と情報の関わりが今後の課題になるう。

5 数学的活動の例

数学的活動の例として、じゃんけんという身近な事象を取り上げ、じゃんけんを4回したときの得点をデータ収集する一方で、その確かさを数学化し確率を求め、データとどの程度合うか調べる活動を、次の4つの数学的活動とした。

- ①じゃんけん4回の得点分布という身近な課題を設定し、データを収集する活動
- ②確率の考え方で-4から4の得点分布を求める活動
- ③現実に戻って確率を見直す活動
- ④得た数学的な知識を他の問題場面に活用する活動

実施した日は2002年3月2～4日、授業の所要時間は2時間、単元は「数学A」の「場合の数と確率(反復試行)」, 対象者は高校1年女子40名であった。

問 題

2人でじゃんけんを行い、勝てば+1点、負ければ-1点、あいこの場合は得点は変わらないとする。最初の得点を0点とすると、

- ① 4回じゃんけんをして得点を求め、これを10回繰り返してデータを求めなさい。
- ② -4点から+4点までの各得点の確率を求めなさい。
- ③ データと確率を比べ、試行の独立などの点について考察しなさい。
- ④ コインを4回投げることで同様のゲームを作り、得点の確率を求めなさい。

(1) 作成プリント

①のデータ収集のために次の用紙を作成し、感想、コメント欄をつけて評価の材料とした。

組 番 氏名	、氏名
(2人のうち一方の得点だけ記入する)	
	- 4 - 3 - 2 - 1 0 1 2 3 4
1回目	
2回目	
...	
10回目	
合計点	
・ かかった時間 ~ 5分、~10分、~15分、~20分、~25分、~30分、~35分、36分~	
・ 感 想 _____	
・ コメント欄 (生徒へのアドバイス) _____	

②の確率計算の問題プリントは易しい問から並べ、fで数学的な予測ができるように作成した。

組 番 氏名	_____
各回は独立として、-4点から4点までの各得点をとる確率を求めなさい。	
(a)	-4点の確率
(b)	-3点の確率
(c)	-2点の確率
(d)	-1点の確率
(e)	0点の確率
(f)	1点、2点、3点、4点の確率

検算；

- ・かかった時間 ～10分、～15分、～20分、～25分、～30分、～35分、36分～
- ・感想
- ・難しかったところ
- ・自己評価 - 4点の確率がわかる (A, B, C, D) (b)ができる (A, B, C, D)
(c)ができる (A, B, C, D)
- ・コメント欄

③現実に戻って考えるときの用紙は次のように、確率の考え方と試行の独立性に基づくようにした。

組 番 氏名

確率と相対度数を比較した結果を書きなさい。(数値の偏りと原因など)

じゃんけんは、試行の独立が成り立つといえるでしょうか。

- ・感想
- ・自己評価 じゃんけんに確率が使え (A, B, C, D)
- ・コメント欄

(2) 授業の結果

①データ収集

生徒は2人1組になって40回じゃんけんをし、4回ごとに得点を集計した。早い生徒は5分程度で終わってしまったが、中には、あいこを無視して集計したりする例があり、やり直しのために時間がかかった生徒が何人かいた。このように、データ収集の課題では時間的なばらつきが非常に大きくなる。

生徒A 12分 私は結構じゃんけんに強いらしくバランスが悪くなった。

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
0	0	0	0	3	2	1	4	0

生徒B 15分 -4, 4など確率が0に近い得点は出にくい。他の得点はあまり変化がない。

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
0	0	1	2	2	1	2	2	0

なお、生徒40人の合計得点の分布は次のようになり、これを生徒に示し確率の値と比較させた。ここで、理論値は②で求めた確率に400を掛けた値である。

得点	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
度数	1	23	44	82	100	75	52	19	4
理論値	4	20	48	80	96	80	48	20	4

②確率の計算

- (a) -4点 負け4回だから、その確率は $(1/3)^4=1/81$
- (b) -3点 あいこ1回、負け3回が出る場合だから、確率は ${}_4C_3(1/3)^4=4/81$
- (c) -2点 4回のうち、勝ち1、負け3回の場合、確率は ${}_4C_3(1/3)^4=4/81$
4回のうち、あいこ2回、負け2回の場合、確率は ${}_4C_2(1/3)^4=6/81$
求める確率は $10/81$
- (d) -1点 4回のうち勝ち1、あいこ1回、負け2回の場合、確率は $12(1/3)^4=4/27$
場合の数の考え方；① ${}_4C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_2C_2=12$ 、 ② $4!/(1!1!2!)=12$
4回のうちあいこ3回、負け1回の場合、確率は ${}_4C_3(1/3)^4=4/81$
求める確率は $16/81$
- (e) 0点 4回のうち勝ち2、負け2回の場合、確率は ${}_4C_2(1/3)^4=6/81$
4回のうち勝ち1回、負け1回、あいこ2回の場合、確率は $12(1/3)^4=4/27$
4回のうち、あいこ4回の場合、確率は $(1/3)^4=1/81$
求める確率は $6/81+4/27+1/81=19/81$
- (f) 1点の場合、-1点の場合と勝ち負けが「反対」になる。「対称」性から確率は $16/81$
2点の場合、確率は $10/81$ 、3点の場合 $4/81$ 、4点の場合 $1/81$

かかった時間と人数は次の通りである。

時間	～5分	～10分	～15分	～20分	～25分	～30分	30分～
人数	4人	6	6	4	12	4	4人

難しい点として生徒があげたものの中で多いものを順にいくつかあげると次のようになる。

- ・場合分けするところ（勝ちとあいこも考える、事象を見逃しやすい） 14人
- ・-1点、0点のところで、2回1回1回のときの場合の考え方 12人
- ・説明の文と式を書くところ 5人
- ・検算と計算が合わない（ $4!/2!$ で2名） 4人

生徒の感想の多いものを順にいくつかあげると次のようになり、大変だったが興味・関心を持って取り組み、達成感があつたことがわかる。

- ・けっこうおもしろかった、苦労したが自力でできてうれしい 5
- ・検算で全部たすと1になったのが感動 4
- ・苦しかった。意外に大変だった 4

- ・(あいこが入り) 場合分けするまでに戸惑い苦勞した 3
- ・計算ミスで時間がかかった。(式が合っていたのに足し算で間違えた) 3
- ・意外に早くできた。落ち着いて考えれば簡単。2
- ・特に問題はなかった 2

④コインの課題について

コインの課題は、元の問題と類似の問題を作成する、いわゆる「作問問題」であり、問題の構成と解決方法が評価の主な対象になる。

例1 A、Bの2人がコイン投げで賭けをする。A、Bの得点を最初0点とし、コインの表が出るときAが+1点、Bが-1点とする。逆に、コインの表が出るときAが-1点、Bが+1点とする。これを4回繰り返すことを20回繰り返して度数分布を作る。また、A、Bの得点の理論的な値を求める。

例2 コインを4回(個)投げることを10回繰り返し、 $n = (\text{表が出る回数}) - (\text{裏が出る回数})$ の分布を調べる。また、 n が現れる確率を計算し比較をする。

③の課題は2項分布の最も基本的な例であり、②の課題に続く数学的な発展として、また、ランダムウォークなどの応用にもつながる課題として重要なものであるが、現在は「数学C」で扱われている。数学的活動を促すことで「数学I」の発展課題として生徒にあまり負担がないことが示された。

なお、コイン投げのシミュレーションを行い、モデル化の技術を高める授業は今回は行わなかった。

6 おわりに

現行の数学の教育課程で初めて「数学的活動」という言葉が導入された。この言葉のもつ意味は、生徒主体の学習活動とするためのキーワードであり、数学モデル化とほぼ同じ構造をもつことを示すことができた。また、歴史的には、昭和26年施行の学習指導要領(試案)の理念に近いことを示すことができた。数学的活動は、現実場面→数学の土俵→数学的な解決→現実での評価、という一連の数学モデル化の活動であるため、その課題の解決には時間がかかり、生徒の能力差も大きい。このことから、数学的活動の教育効果の検証はここであげた事例ではあまり明確になっておらず、さらに工夫が必要なことが今後の課題になった。

引用・参考文献

- 1) 山形市立第四中「思考力、表現力の指導とテストの工夫」「新しい学力観に立った校内テストの工夫・改善」文部省『中等教育資料』大日本図書 1995
- 2) 寺脇研『21世紀の学校はこうなる “ゆとり教育の本質はこれだ”』OH!文庫 新潮社 2001
- 3) 岸本裕史『見える学力、見えない学力』大月書店 1981

- 4) 吉田明史編『高等学校 新学習指導要領の解説 数学』学事出版 2000. 7
- 5) 日数教研究部編『算数的な活動による総合的な扱い』東洋館出版社 2001
- 6) 文部省『中学校学習指導要領解説－数学編－』大阪書籍 1999
- 7) 文部省『高等学校学習指導要領解説 数学編』実教出版 1999
- 8) 国立教育政策研究所編『高等学校における評価規準、評価方法等の研究開発について（中間整理）』 2003
- 9) 文部省『中学校・高等学校の学習指導要領 数学科編（試案）』中部図書 1951
- 10) 教育課程審議会『幼稚園、小学校、中学校、高等学校、盲学校、聾学校及び養護学校の教育課程の改善について（審議のまとめ）』 1998
- 11) (社)日本数学教育学会編『算数・数学（小学校・中学校・高等学校）学習指導要領』 1999
- 12) 文部省『高等学校学習指導要領解説 数学編』実教出版 1979
- 13) Dilwyn Edwards et. al., Mathematical Modelling Skills, Macmillan, 1996