（算　数　科）

算数科の内容の精選に関する一考察

－関数的内容を他領域と関連付けて－

お茶の水女子大学附属小学校

神　戸　佳　子

Ⅰ．はじめに
　1．研究主題設定の理由
　2．仮　　説
Ⅱ．単元の構成
　1．面積の学習のねらい
　2．数量関係の学習のねらい
　3．教科書に見る現状の分析
　4．面積の学習に関数的内容を取り入れた単元の構成
Ⅲ．実践と評価
　1．実験群と統制群の学習指導計画
　2．学習指導の実際
　3．評　　価
Ⅳ．考　　察

Ⅰ．はじめに

1．研究主題設定の理由

(1) 算数科の内容の面から－関数的内容と他領域との関係－

自ら学ぶ意欲を持ち主体的に学習する児童を育てる事は，私達の願いである。算数科においても，数理的な処理のよさが分かり進んで使っていこうとする児童の育成は，学習指導要領の目標にもうたわれている。この目標は算数科の学習全体を通して達成されるべきものである。

さて，算数科の内容のA～Dの4領域を見てみよう。相互に切り離し得ない深い関係がある事は勿論だが，特にDの数量関係の中の関数的な内容については，単独での存在は考えにくい。即ち，他の内容を深める手段として，あるいは総合的に見ていく見方としての役割が非常に強い。従って実際の学習場面でも数，計算，量，測定等を学習する中で，関数的な内容についても学び，また，関数的な考え方を使って他の領域の内容を深く理解するべきである。が，実際には両者を同時に学習に盛り込むことによって焦点がぼやけてしまう等の理由から，数量関係を単独に学習する単元を設ける事が多い。

本研究では，関数的な内容の持つ本来の意味から，他領域と同時に学習する単元の構成を試みる。具体的には，第4学年の面積の学習において，長方形の縦と横と面積の関係を関数的に見る見方を行い，同時に，関数表を作る事や，○，△を使った式を用いて考察する学習を行う。

このことはまた，主体的に学ぶ児童の育成にもつながるのではないかと考える。即ち，考えを進める手段として数量を関数的に見る見方を身につけるためには，他領域の内容と関連づけて学ぶ方法が効果的であり，その身につけたものはその後の学習を主体的に進める際のよりどころとなると考えるのである。

(2) 内容の精選の面から

一方，平成4年9月より月1回の土曜休日が施行された。今後完全週休2日制となるかどうかは分からないが，算数科においても内容の精選は必要であろう。本校は，平成4年度より文部省の指定による教育課程の研究開発校となっており，算数科の時数は，第1学年週4時間（原行の学習指導要領通り），第2～6学年週4時間（同，1時間減）となっている(注)。算数科の内容の精選は余儀なくせまられたものであったが，時間数の削減に伴うやむを得ない内容の削減ではなく，より積極的な意味での精選を求めて現在も研究中である。本研究はその一端をなすものである。

以上の理由から本研究主題を設定した。

（注）平成7年度は，4・5年を5時間に戻している。

2．仮　説

(1) 関数概念が算数の他領域（ここでは面積）と密接に関連づけられ，今後の学習で関数的な見方を活用する力が培われるのではないか。

(2) 面積に対する多様な見方ができ，面積の概念が深まるのではないか。

(3) 学習指導時間数が削減されるのではないか。

以上3点の仮説をもって，研究に取り組んだ。尚，先に述べたように，面積の学習の中で2つの数量の関係を調べたり式に表したりする学習を行う事によるデメリットも明らかにしていきたい。

Ⅱ．単 元 の 構 成

1．面積の学習のねらい

第４学年の面積については，学習指導要領には，

面積の概念について理解し，簡単な場合について面積を求めることができるようにする。

と示されている。（＊1）

面積の概念の素地となる学習として，第１学年での色板等の具体的な操作や，第２学年の敷き詰めなどがある。即ち，ものの広がり「広さ」についての量概念やその保存性，加法性等について具体的な操作を通して学習している。

一方，長さやかさといった量について，それらを測定する事，即ち，量の大きさを単位とする量のいくつ分として数で表す事も既習である。

ここでは，これらの既習事項をもとに「広さ」の大きさを数で表す事を考えたい。

伊藤氏は「広さ」という量に対して１つの実数を対応させる写像が次の条件を満たす時，その写像によって面積が定義されるとしている。

平面上の囲まれた領域Ｄに対して，実数ｋ（ｋ≧０）を対応される写像をＦとする。写像Ｆが満たすべき条件は次のようになる。

- Ｄ≡Ｄならば，Ｆ（Ｄ）≡Ｆ（Ｄ）
- Ｆ（Ｄ∩Ｄ）＝０ならば，Ｆ（Ｄ∪Ｄ）＝Ｆ（Ｄ）＋Ｆ（Ｄ）
- Ｄ⊂Ｄならば，Ｆ（Ｄ）≦Ｆ（Ｄ）
- 空集合，有限集合，曲線について，Ｆの像は０に等しい。

（＊2）

これまで「広い」「せまい」「ＡはＢよりひろい」といった日常的な認識であったものが面積の概念となるためには，上のような対応とその条件に対する意識を子供なりに持つことが大切であると考える。

そして，これまでの学習をふまえると，「広さ」を単位となる「広さ」のいくつ分と表す方法が考えられる。

一方，面積の学習は長さを用いて計算で求める方法へも発展していく。その最初が長方形と正方形の面積である。ある長方形が１㎠の単位正方形の何倍かを計算で求めるのである。長方形の縦と横の長さが整数の時この方法は容易に理解できるであろう。だが，小数や分数になったらどうであろうか。これまで教科書等では，「単位正方形のしきつめの考え」→「面積公式１（長方形の面積＝１㎠×縦に並ぶ正方形の数×横に並ぶ正方形の数）」→「面積公式２（長方形の面積＝縦の長さ×横の長さ）」とし，これを辺の長さが整数以外の場合にも拡張してきた。そしてその際に十分に詳しい説明がなされていない場合も多くあるのである。（詳しくは，３．の分析で述べたい。）

児童にさほどの混乱は見られないが，数学本来のあり方としてこれは望ましい事ではない。しかし厳密な議論は小学校では不可能であると同時にむしろその弊害も多い事も事実である。

そこで，縦を一定にして横を変化させた時に面積はどう変化するのかという関数的な見方を行い，横と面積との連続的な変化の様相をとらえる学習をしてはどうかと考えた。このことは小数のかけ算とも深く関連付けられると思われる。

2．数量関係の学習のねらい

学習指導要領によれば，第４学年の数量関係の学習内容は

⑴ 伴って変わる二つの数量について，それらの関係を表したり調べたりすることが漸次できるようにする。

⑵ 数量の関係を式で簡潔に表したり，それをよんだりすることができるようにする。

⑶ 目的に応じて資料を集め，分類整理したり，特徴を調べたりする能力を伸ばす。

となっている。（＊3）

ここで面積の学習と同時に行おうと考えるのは，対応して変化していく数量は何なのかと考え，表などを使ってその関係を調べることと，それらの数量を○，△などを用いて表し，その関係を式に表すこと等である。

先に主題設定の理由でも述べたように，表や式はそれを用いていくことが大切である。すなわち表や式をよむことがこれからの算数の学習において重要になると考えるのである。表を使って調べる事によって新しい事が発見できた，式に表すことで簡潔になった等の経験が，式や表を用いるよさを感じる手がかりとなると考える。

従ってここでは，長方形の縦（横）と面積との関係を対応させて見ること，縦（横）を変化させた時に面積はどのように変化するのかを表などを使って調べることを通して，求積公式に対する理解が深まることを期待する。この経験が，他の問題場面で，数量の関係を調べてみようという主体的な姿勢につながるか，またその時に，表を作る，式に表す等のストラテジーが獲得されているか，後に評価したい。

3．教科書に見る現状の分析

現在使われている教科書の中から，教育出版，大日本図書，大阪書籍，学校図書，東京書籍，啓林館のものについて，面積及び数量関係のうちの2つの数量の関係と式表示に関連する単元についてどのように扱われているかを以下に示す。

	面　　積	2つの数量の関係	備　　考
教育出版	・長方形と正方形の広さ比べ ・面積の定義と単位（cm²） ・長方形と正方形の面積（求積公式） ・教室の面積（m²，複合図形） ・大きな面積の単位（a，ha，km²）	・水そうに水を入れて，時間がたつにつれて変わる量を調べる。（関数表，関係式5×○×△） ・幅の違う紙テープを重ねてできる平行四辺形の2つの角の大きさの関係を調べる（○＋△＝180） ・正方形を階段状に重ねていく時の段の数と周りの長さの関係。（○×4＝△）	
大日本図書	・長方形と正方形の広さ比べ ・面積の定義と単位（cm²） ・長方形と正方形の面積　☆1（求積公式） ・大きな面積の単位（a，ha，m²，km²） ・公式の利用（一辺が小数の場合，複合図形）　☆2	・まわりの長さを一定にした長方形正方形の縦と横の長さの変わり方を調べる。（関数表，関係式○＋△＝12） ・縦一定の長方形の横の長さと面積の関係を調べる。（3×○＝△） ・正方形を階段状に重ねていく時の段の数と周りの長さの関係。（○×4＝△）	☆1　公式化の段階で，まず1cm²のますが縦に3つならぶことから下の斜線部を求め，次に長方形全体は，その4倍としている。 ☆2　一辺を90cmとし，cm²とm²の単位換算を行って，0.9mとして計算しても同じ結果となる事を確認する。
	・長方形と正方形の広さ比べ	・一定数のおはじきを両手に分けて	

大阪書籍	・面積の定義と単位（cm²） ・長方形と正方形の面積 （求積公式，複合図形） ・大きな面積の単位 （a，ha，m²，km²）	握った時，左手の個数と右手の個数の関係を調べる。 （関数表，関係式○＋△＝８） ・母と子の年齢を調べる。 （○－△＝28） ・ノートの冊数と代金の関係。 （80×○＝△） ・答を求めるために表を使って調べる。（例．りんご90円，みかん30円で，同じ数ずつ買って代金が600 円になるのは，何個ずつ買った時か。）	
学校図書	・長方形と正方形の広さ比べ ・面積の定義と単位（cm²） ・長方形と正方形の面積 （求積公式） ・複合図形の面積 ・大きな面積の単位 （a，ha，m²，km²）	・伴って変わるいろいろな２つの量 ・時刻と影の長さを調べる。 （表，折れ線グラフ） ・遊園地の入場者数と代金の関係。 （関係式150 ×○＝△） ・竹ひごで連続した正三角形を作る時，正三角形の数とひごの本数の関係。（関数表）	
東京書籍	・長方形と正方形の広さ比べ ・面積の定義と単位（cm²） ・長方形と正方形の面積　☆３ （求積公式） ・大きな面積の単位 （a，ha，m²，km²，複合図形）	・水の入ったますを傾けた時の，水面の右めもりと左のめもりの変わり方を調べる。 （関数表，関係式○＋△＝８） ・正方形を階段状に重ねていく時の段の数と周りの長さの関係。 （○×４＝△）	☆３　求積公式の後の問題で，縦を一定とし横を２cm，４cm，６cmとした時の面積を調べている。
啓林館	・長方形と正方形の広さ比べ ・面積の定義と単位（cm²） ・長方形と正方形の面積 （求積公式） ・複合図形の面積 ・大きな面積の単位 （a，ha，m²，km²）	・周が18cmの長方形のたてと横の関係。 （関数表，関係式○＋△＝９） ・バケツに水を入れたとき，水のかさと重さの関係。 ・テーブルを１列に並べる時，テーブルの数と座れる人数の関係。 ・２つの水道から水を出し容器にためる時，時間とたまった水の量。 ・色紙40枚を兄と弟で分ける時，両者の枚数の関係。	

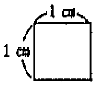
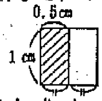
大日本図書では，面積の単元で，長方形の一辺が小数の場合にも求積公式が適用できることに触れている。面積の単位を換算する事によって，90cmを0.9 mとし公式を適用しても答が同じになることから，小数の場合にも公式が使えると説明している。この点について他社の場合を以下に示す。

教育出版では，面積の練習問題で，

たてが80㎝，横が２ｍのかんばんを作ります。かんばんの面積は何㎠ですか。また，何㎡ですか。という問題がだされている。

これは，面積を出した後の単位換算ともとれるので，これだけでは小数の場合とは言い切れない。

大阪書籍では，小数のかけ算の練習問題で，たて4.8 m，横３ｍの長方形の求積が出されている。ここでは，長さが小数であることについて特に説明はない。

学校図書は，小数のかけ算の単元内で，たて2.5 m，横３ｍの長方形の求積を行っている。が１㎠であることから，が0.5 ㎠であることを示し，１㎠の正方形のほかに0.5㎠がいくつあるかから，全体の面積を求めている。そしてその後，求積公式にあてはめて計算し，公式の小数値への拡張をしている。

東京書籍は，４年生では，たて（横）の長さが小数の場合は出てこない。５年生の小数をかけるかけ算の学習のなかで，たてが2.3 ㎝，横が3.6 ㎝の長方形の求積を行っている。ここでは１辺が１㎜の正方形がいくつあるかを求め，それを１㎠になおし，その後求積公式を使った結果と比較している。

啓林館は，東京書籍と同様に４年生では，たて（横）の長さが小数の場合は扱わず，５年生の小数のかけ算の単元内に面積公式を小数に拡張する小単元を設けている。扱い方は，東京書籍の場合と同様である。

一方，関数的な内容については，ここで調べた６社すべてが独立した単元を設けている。これは先に述べた様に，関数表や式表示についてよりクリアーにしようという意図からと考えられる。

そこで扱われているものは，比例関係（○×ｋ＝△，ｋ×○＝△）にあたるもの（６社），和一定（○＋△＝ｋ）（５社），差一定（○－△＝ｋ）（１社），等である。

４．面積の学習に関数的内容を取り入れた単元の構成

これまでに述べてきた考えから，面積の単元の構成を次のようにした。

第１次　面積の概念
　１．周囲の長さが同じ長方形と正方形の広さを比べる。　（１時間）
　２．広さを，単位とする大きさのいくつ分ととらえることによって比べ，面積の表し方を知る。　（１時間）

第２次　長方形や正方形の面積の求め方
　１．長方形や正方形の面積の求め方を考え公式を導く。　（１時間）
　２．長方形のたての長さ，横の長さと，面積の関係を調べ，面積の理解を深める。　（３時間）
　３．練　　習　（１時間）

第３次　大きな面積
　１．教室の面積を調べる。　（１時間）
　２．１㎡と１㎠の関係。　（１時間）
　３．いろいろな場所の面積。（ａ，ha，㎢）　（２時間）

第４次　練習とまとめ（複合図形の面積等）　（２時間）

計13時間

尚，第２次の２の内容は次のようにする。

時	主な学習活動	備　　考
1	たてが５㎝，横が２㎝の長方形があります。たての長さを変えないで横の長さをいろいろに変えていくと，何が変化するでしょうか。	面積に限らず，横の長さに伴って変化するものをあげさせる。こういった見方が，関数的な見方の第一歩であると考える。

	・形，まわりの長さ，面積。 面積にしぼり，変化の様子を調べる。（個人解決）	
2	調べた結果を発表しあう。 ・関数表の利用。 ・公式と関係づけた見方。	求積公式，たて×横＝面積の場合，「たて」や「横」は与えられた数値を代入するところで，面積はその結果という意識が強いと思われる。ここで5×○＝△という書き方を示し，変数としての意識も持てるようにしたい。
3	第1時にあがった他の量についても調べ，まとめる。 ・まわりの長さのかわり方は，面積の変わり方とどう違うか。	第2時で学習した内容をここでの調べ方にどのように生かしていくかがポイントであると考える。

Ⅲ．実践と評価

1．面積の学習のねらい

実験群については，前章の最後に述べた単元構成とする。

統制群については，東京書籍の教科書に準拠するが，単元の配列を

・かわり方調べ
・計算のきまり
・計算のくふう
・面　　積

とする。

尚，実験群の単元の配列は，

・計算のきまり
・計算のくふう
・面　　積

とする。

2．学習指導の実際

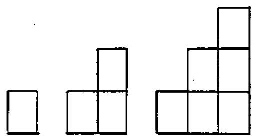
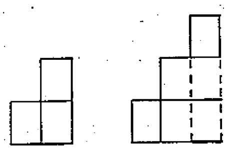
(1)「かわり方しらべ」の学習指導の実際（統制群）

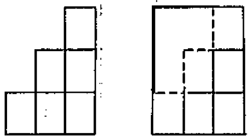
時	計　　画
	《ねらい》 ・対応する2つの数量の関係を□，○を用いて式（加法）に表すことを理解する。 ・表に表し，2つの数量の変化を考察する。

時	実　　際	考　　察
	・ますを傾けた様子を見て，かわり方について気づいた事を各自まとめた。 ・まとめたものを発表した。 ア．（ ， ）の組に表すと右と左の和は必ず10。	

1 ・ 2	《展開》 ・水が入ったますを傾けていく時，水面の左のめもりと右のめもりがどのようなかわり方をするか調べる。 ・かわり方について各自がまとめる。 ・発表し話し合う。その中で式に表すこと，関数表にまとめることを知り，それぞれのよさに触れる。
3	《ねらい》 ・対応する数量の関係を図や表からみつけ，□，○を用いた式（乗法）に表すことを知る。 《展開》 ・正方形のあつ紙を図のように1だん，2だん…とならべてかいだんの形を作る。この時のだん数とまわりの長さを表す数の間にどのような関係があるのかを調べる。

1	イ．表にした。右が1増えると左は1減る。 ・発表をもとに話し合った。 C．アのきまりは，最初の水の量によって異なってくる。右と左の和は最初に入れた水のめもりの2倍になる。 C．めもりの和はいつも10だが，水面としてみた時水面は上昇するのではないか。（疑問1） C．見つけたきまりは傾きをもっと大きくした場合も成り立つか。（疑問2）	下が狭くなっている
2	・疑問1について実際にますを傾けてみて確かめた。 確かに高くなる。 ・前時に見つけたきまりを式で表せないかと投げかけた。 C．左のめもりを□，右のめもりを○とすると， □+○=10。 ・新たな課題2を考えるために，もう1度ますを傾けた。 C．□+○=10の式は成りたたない。 C．たし算ではなくひき算なのではないか。 C．それでもうまくいかない。	ここで児童は様々な仮説を立てて，それを検証していった。ひき算の他に底の部分のめもりのとり方をかえたりもしていた。
	・□+○=10の変域についてまとめた。 □も○も0以上になる時でないとアのきまりはなりたたない。	
3	・正方形をならべる問題。 正方形をかいだん状にならべ，だんの数を増やすとまわりの長さはどう変化するか，各自調べた。 《個人解決》 ＊多くの児童が関数表にまと	

	・先ず各自で解決する。（根拠も考えさせる。） ・話し合いまとめる。 		め，だんが１だん増えるとまわりの長さが４cm増えることに気がついた。 ＊約半数の児童がまわりの長さが，だんの数の４倍になっていることに気づいた。 ＊なぜそうなるのかを記述しようとしている児童が多かった。結果のみで終わっている児童には教師が「どうしてそうなるのかな？」と問いかけた。	この点に気づいた児童の中には， □×４＝○ 等の式表示も見られた。
		4	《話し合い》 ア．だんの数が１だん増えるとまわりの長さは４cm増える。 Ｃ．表を見て気がついた。 Ｃ．図でも説明できる。  ── 増えたところ …… 移動したと考える イ．まわりの長さは，だんの数の４倍になる。 Ｃ．最初４cmであとは１だんふえるごとに４cmふえるから， １だん　４ ２だん　$4+4=4\times2$ ３だん　$4+4+4=4\times3$ Ｃ．なにかすっきりしない。 ・よくわからない。図を使って説明を考えたいという児童が多かったので，もう１度個人解決の時間をとった。 《個人解決》 ＊この段階で，10数名の児童が正方形に変形するアイディアを出した。 《話し合い》 ・わからなかった児童から発	

			表。 C．表からは確かにそうなるが，なぜかはわからない。 C．このように辺を動かしてみるといいと思う。  C．なぜ辺を動かすのか。これでは，もとの形と違ってしまう。 C．でもまわりの長さは変わらない。 ・このような話し合いでほとんどの児童が納得した。	式表示についても確認した。 適用と習熟については省略する。

(2) 面積の学習指導の実際

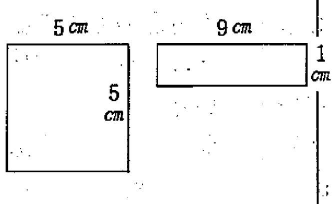
① 第1次の1．周囲の長さが同じ長方形と正方形の広さを比べる。

2．広さを，単位とする大きさのいくつ分ととらえることによって比べ，面積の表し方を知る。

第2次の1．長方形や正方形の面積の求め方を考え公式を導く。

ここにあたる学習指導の実際を，実験群，統制群について並記する。

時	計　画		実　験　群	統　制　群	考　察
1	《ねらい》 直接比較や任意単位で比べることにより，広さが比べられることを理解する。 《展開》 ・長方形と正方形の広さをくらべる方法を考える。 ・間接比較個別単位によるも	1	・正方形，長方形，不定形の花壇がかかれた絵を見て，どの花壇が広いか話し合った。 ・正確に比べるには，不定形は難しいという意見が多く，正方形と長方形に絞って考えていくことにした。 ・正方形（4 cm× 4 cm）と長方形（5 cm× 3 cm）をもとに個人解決。 ・まず方法について計画を複数立て，その中からよさそうなものを順次実行にうつす。1つの方法が終わったら，他の方法を行う。	実験群に同じ	左の計画は東京書籍の教科書によるものである。 エは先に公式を知っている者と思われる。エとア，イ

	のなど自由に発表する。			《解決例》 ア．重ねて，あまったところを切り，また重ねる。 イ．1㎝×1㎝の正方形を作り，それがいくつ入るかで比べる。 ウ．たて，横1㎝のますをかいてそれがいくつになるかで比べる。 エ．たて×横をする。 オ．周囲の長さをはかりそれで比べる。 カ．周囲に糸をまわし，その長さで比べる。	《解決例》 実験群のア，イ，エと同じものが出された。ウ，オ，カにあたるものは無く，次の様な解決があった。 キ．長方形を変形して正方形にちかづけていく。 ク．重さで比べる。	ウとの組み合わせを行っている者は公式化の過程も理解できているだろうが，実際にはエだけの者も各クラス1，2名いた。 実験群においてオを計画或いは実行している者も10名以上いた。オだけの者は2名だがア～ウを行いさらにオを行って両者の
2	《ねらい》 面積の概念を理解する 面積の単位㎠を理解する。 《展開》 1目が1㎝のほうがん紙の上に長方形と正方形をおいてくらべる。 ・用語「面積」とその意味及び面積の単位（㎠）を知る。		2	・アからカまでの方法を発表した。 全体を見て，質問，意見を出した。 C．オとカは広さではないと思う。 C．でもまわりの長さが長ければ広さも広い。例えば，牧場でもまわりのさくが長い方が広い。 C．それは同じ形だからだと思う。例えばまわりの長さ20㎝としても  では，見ただけでも左の方が大きい。 ・この意見で子ども達は納得した。 ・カを実行した児童に結果を発表させ，使った糸を提示させた。そしてその糸でいろいろな長方形や正方形を作って見せた。	・ア，イ，エ，キ，クの方法を発表した。 全体を見て，質問，意見を出した。 C．キはいつもうまく行くとは限らない。手間がかかりそうだ。 C．同じ形にするならアのようにして，同じにならないところを比べた方がよい。 C．アも切ったりしているうちにずれてしまいそうだ。 C．今までのことと少し違うけど，エは面積の公式で，まだ勉強していないから，いけないと思う。 C．でもイをやってみると，小さな正方形がいくつあるかだから結局，たて×横になる。 C．今，小さい正方形は，たてと横が1㎝だから比べる形のたてが3㎝なら3こ，横が5㎝なら5こ，みたいにちょうど同	結果が異なることにとまどう者も数名いた。 この時期の児童には，周と面積の混同が予想以上にあると感じられた。尚，統制群ではこの考えがでなかった。事前のテスト（(2)－③）では両クラス間に顕著な差が見られなかったことから，実験群の児童の中に最初の方法での解決が早く終わった者が多かったことと関係するのかと推察できる。 実験群ではこの周と広さの議論の後同じ形なら周によって広さを比べられるのではないかその方法を考えたいという児童もみられた。

				C．たてと横の長さが近くなると広くなるような気がする。 ・オ，カについては以上とし，他の解決法についてはなしあった。 C．エがよくわからない。 ・エを発表した児童が説明しようとしたがうまくいかず，一時保留とした。 C．イとウは同じことだと思う。 C．エはイで説明できる。長方形だったらたて3㎝だから，その小さい正方形はたてに3個はいる。 横5㎝だからその細長いのが5列ならぶ。だから正方形は全部でいくつかというと3×5。	じ数になる。 ・1辺が1㎝の正方形が何個ならぶかで広さを比べる方法を支持する児童が多かった。 その根拠としては，いろいろな場合に使える，容易である，等が挙げられた。また，1辺が1㎝の正方形をもとにするよさは，先の児童の発表の最後の意見に代表される。 ・ここで単位㎠を示し，この単位を用いて，広さを数で表せることを確かめた。 ・これまで話題とならなかったクについて話し合った。 C．重さといっても紙だからほとんどかわらない。 C．紙だと困るけど，なにか思い物にうつしてやればいいと思ってだした。 ・めんどうだという意見が多数をしめた。	第2時以降，実験群と統制群の学習の流れに，かなりの差異がでた。周と面積の関係や重さによる比較の方法は，片方のクラスでのみ議論の対象となっている。ここではあえてその差異を解消しようとはしなかった。
	《ねらい》 長方形，正方形の面積の公式を理解する。 《展開》 長方形や正方形の面積を計算で求められないか考える。 長方形や正方形の面積の求め方をまとめる。			・これまで意見のでなかったアについて話し合う。 C．アはできるけど少しめんどう。本当の花壇だったら，困ってしまう。 C．だからイとウとエが同じで，アはちょっと違う。 ・イとウの方法が両方とも1辺が1㎝の正方形を使っているのはなぜなのか尋ねた。 C．ちょうど良い大きさだから。長方形の	・最初の花壇の絵を見せ不定形のものの広さをどのようにして比べるか考えた。 C．小さい正方形をならべていく。はじのほうであまったらてきとうに，… C．それでは正確でないので，あまったものも集めてできるだけ正方形にする。 C．長方形と違って，かけ算ではできないんだ。 ・ここで面積公式につい	

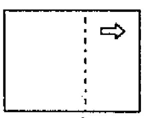
3		3	たてと横が3㎝と5㎝だったから，1㎝にしておけばちょうどうまくはいると思った。 C．図の形が○○㎝でできていたから。㎝のもとは1㎝だから。 C．じゃあはかるものの大きさにあわせれば良いと思う。 ・ここでどんな正方形が広さを比べるもととして考えられるかを尋ねた。 ＊1辺が　1ｍ 1㎞ 1㎜ 10ｍ，10㎝ ・その根拠を尋ねた。 C．きりがよい10とか，単位のもとになる1○○というもの。 ・ここで，1辺が1㎝の正方形をもとにして広さを数で表すことを確認した。また面積の他の単位（㎡，㎢，mm²，a）の存在も知らせた。 ・最初にでてきた不定形の花壇の面積はどうやって調べたらよいか考えた。 C．順にいれてみる。でも，きちんとうまらないと思う。 C．長方形なら簡単。 C．計算でできる。	てまとめた。 ・その後もう1度クの方法を思い出させ，不定形につかえないか考えた。 C．重さだと長方形でなくとも関係ない。 C．もとになるものの重さを，例えば1㎠の重さをはかっておいて，この形の重さをはかれば面積がわかる。 ・いったんはめんどうだと否定的な意見が多数を占めたクの方法だったがここでその価値が見直された。	面積を重さにおきかえる方法は，理屈では理解できても，どうもすっきりしないという児童もみられた。 実験群はこの後面積公式についてまとめた。
4	面積公式の適用	4	（略）	（略）	

② 第２次の２．長方形のたての長さ，横の長さと，面積の関係を調べ，面積の理解を深める。
（実験群）　（注）計画はⅡの４を参照

<table>
<tr><th>時</th><th>実際</th><th>備考</th></tr>
<tr>
<td>

1</td>
<td>
・課題を提示した。

たてが５cm，横が２cmの長方形があります。たての長さを変えないで横の長さをいろいろに変えていくと，何が変化するでしょうか。

・変化するものをあげた。
C．形，まわりの長さ，面積。
・結局まわりの長さから調べたいとの意見が多く，実行した。
《解決例》
ア．横３cm……まわり　５×２＋３×２＝16
　　４cm……まわり　５×２＋４×２＝18
　　５cm……まわり　５×２＋５×２＝20
　横を１cmふやすとまわりは２cm増える。
イ．横　２cm……まわり14cm
　　　⇩　　　⇩
　　１cm……まわり12cm
　　⇨３cm……まわり16cm⇦
　横を１cm増やしたり減らしたりすると，まわりは２cmふえたりへったりする。
ウ．
<table>
<tr><td>横</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>たて</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr>
<tr><td>まわり</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td></tr>
</table>
⇨　⇨　⇧
＋２　＋２　＋４
（横＋たて）×２
エ．横を増やすと，まわりその２倍だけふえる。
オ．
横をふやす。
右のたては動いただけ。
横は上と下にあるから×２で，まわりはそのぶんふえる。
《話し合い》
・ア～オのような解法を出し合い話し合う中で，表に表す方法，その読み取り方が確かめられた。
また，その根拠について議論された。
</td>
<td>
計画では，面積の変化について調べる予定であったが，子供たちの意識は，学習したばかりの面積よりも馴染みのある量，長さについて先に調べたいということであった。

横を１cm増やすとまわりの長さは２cm増えることは，ほとんどの児童が気づいていた。
その性質がどこでも成り立つものであることを示そうとしていろいろな表現をおこなっていた。
ただし，１cmを一般的な長さに拡張してとらえている者は半数程度であった。

従って関数表も，それを使ってきまりを見つけるというよりも見つけたきまりが間違い無い事を示すために使われていた。

話し合いの中ではオのような根拠を示した意見に賛同が多く，価値も高いと感じている児童が
</td>
</tr>
</table>

式表示については個人解決で行った者がいなかったので，教師がアの解法の式から気づくことがないかと投げかけた。

C．5×2と×2は変わらないけど，×2の前の数字は変わる。それで答えもかわる。

C．5×2＋＿×2の＿のところには，いろいろな数字がくる。

・式の＿の部分には，いろいろな数がはいる，即ち変数的な考えがみられたので，そこを○として式表示することを示した。

その上で，5×2＋○×2は何を表すのかを問うた。

C．まわりの長さ。でも○がきまっていないといろいろ変わる。

C．じゃあ□とか△とかにしておけば？
　5×2＋○×2＝□。

C．そうか，○が2倍になっているから，エのように横を増やしたのの2倍，まわりはふえるんだ。

C．それでいいのですが，わたしは（たて＋横）×2がまわりの長さとかんがえたので，
　（5＋○）×2＝□
　の方がぴったりします。

・ここで一応の結論に達したので，次に何を課題にするか問うたところ，面積の変化を調べようという意見が多かった。

多かった。

このつぶやきは，今まで図で示されていたものが，式のなかにもあらわれているという驚きと図と式が結びつく事を感じた慶びからでたと思われる。

この言葉に代表されるように，この話し合いでは式に価値をみとめた児童が多かったように感じられた。

・面積の変化についての個人解決

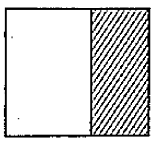
《解決例》

ア．

横	2	3	4	5	6
たて	5	5	5	5	5
面積	10	15	20	25	30

横が1㎝長くなると面積は5㎠増える。

イ．



▨は増えた部分。
横が1㎝増えると，1×5＝5で
5㎠増える。

ウ．面積は，たて×横だから
　たて……5㎝
　横………○㎝
2　とすると，面積□＝5×○

エ．面積□＝5×○で，

まわりの長さの変化を調べた時に比べて，式を用いようとした児童がかなり増えた。

	○が○＋１になると ５×（○＋１）＝５×○＋５×１ だから，５㎠（５×１㎠）ふえる。 オ．横が１㎝ふえると面積は５㎠ふえる。 横が２㎝ふえると面積は10㎠ふえる。 横が３㎝ふえると面積は15㎠ふえる。 面積で増えるのは，横で増えた分の５倍。 《話し合い》 ・横の長さを１㎝増やすと面積は５㎠増えるというきまりが発表され，図を用いてその根拠も示された。 C．そのきまりはそれでいいですが，たてがいつも５㎝とは限らないのじゃないかと思いました。 C．それなら，「横の長さをふやすと，面積はたて×（横の増えた分）だけふえる。」としておけばよいと思います。 C．ぼくは横の長さを0.1㎝増やして考えました。そのとき面積は0.5㎠増えると思います。もしも0.01㎝増やしたら，0.05㎠増えるのかなと思いましたがこれは確かめていません。	横の長さを２倍，３倍，にしていく見方は見られなかった。
3	・この意見には，賛成反対双方からさかんに意見が出され活発な議論になった。主な意見は次のようであった。 ・１にたいして５ならば，0.1にたいして0.5というのは自然であり納得できる。 ・根拠がはっきりしない。小数のかけ算はまだ学習していない。それを使わないでどの様にして面積をだすのか。 この意見に対しては次の様な回答が出された。 C．0.1㎠というのは１㎠の10分の１です。だから，横0.1㎝，たて１㎝の長方形の面積が0.1㎠です。さっきの長方形で，横を0.1㎝長くすると増えた部分は，たて５㎝，横0.1㎝の長方形だから，0.1㎠がたてに５こで，0.5㎠。 ・これにより，先の意見の前半は認められたが，後半については未解決のまま残された。それにたいして㎝を㎜にして考えたらどうかという意見がだされ，面積についても単位の変換の必要性が出てきた。そこでこの問題の解決の後に面積の他の単位について学習することにした。 ・横の長さを２倍，３倍とする見方はでなかったので，アの表を見ながら簡単に触れた。	ここでは小数のかけ算は未習である。それ故にこの様な議論がなされたが，小数のかけ算が既習である場合，面積公式を整数から小数に拡張することにその意識が持てるかどうかは疑問である。

③　「面積」第３次，第４次。

詳細については省略する。尚，第２次の３（練習）は面積公式を学習した直後に行った。

学習時間は，実験群が６時間，統制群が７時間であった。統制群は，実験群の第２次の２の課題に相当する課題をおこなったことと，実験群に比べ大きな面積の単位の学習に時間がかかったことにより，１時間多くなった。

3．評　価

(1) 評価の方法について

Ⅰの2で示した仮説がどの程度立証されるかを評価するために，次のような評価の方法を採った。まず最初に，実験群と統制群を設けて関数的な内容を独立単元として学習した場合と面積の学習と一緒に学習した場合とを比較出来るようにする。そのために両群がほぼ同様の状態で本実践に臨んでいるかどうかを確かめるための事前調査を行う。その上で，実践終了後に事後調査を行い，そこに差異が認められるかどうか調べる。この方法により内容面の理解がどのようであるか判断できるであろう。

また，児童ひとりひとりに自己評価をさせる。このことから，児童が本実践にどう取り組んだか関心，意欲はどうであるかが推察されると考える。

さらに，抽出児童についてその思考の様相を追い，ひとりの児童がこの実践を通してどのように変容していくのかを見てみたい。

尚，仮説の③の学習指導時間数については実践の記録により確かめられる。

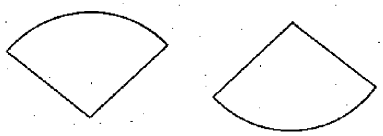
(2) 事前調査

調査問題

(1)　「広い」という言葉をつかって文を作りましょう。

(2)　図を見て答えましょう。

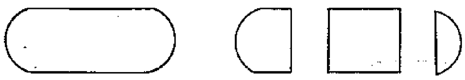
①



（ア）　（イ）

（ア）と（イ）では，（ア）の方が広い。
（イ）の方が広い。
どちらも同じ。

②



（ウ）　（エ）

（ウ）と（エ）では，（ウ）の方が広い。
（エ）の方が広い。
どちらも同じ。

③　まわりの長さが16㎝の正方形と，まわりの長さが18㎝の長方形があります。この時，
正方形のほうが広い。
長方形のほうが広い。
どちらも同じ。
分からない。　　（注）①～③は理由も書くようにしている。

調査結果（実験群34名，統制群32名）

(1)

	2次元	1次元	3次元	その他
実験群	32	18	6	9
統制群	31	12	6	12

2次元……「広い」を「校庭が広い」等のように2次元的な広がりの意味で使っている児童。
他も同様。
（複数回答）

「広い」という言葉に対して，ほとんどの児童は2次元的な広がりをイメージした。また1次元的なもの（幅）を考えた者も全体の約4割強いた。3次元（容積等）で考えた者が約2割。さらに，「心が広い」「顔が広い」等の表現を用いた者も3割いる。

(2)①

	正　答	ア＞イ	不　明
実験群	31	1	2
統制群	29	1	2

図形の移動については，各クラスとも約９割の児童が広さに変化なしと答えている。不明と答えた児童も，詳しく調べられないのでという理由をあげている。このことから移動に対しての面積の保存性はほぼ認識されていると思われる。

②

	正　答	ウ＞エ	エ＞ウ	不　明
実験群	18	1	11	4
統制群	21	0	7	4

分割については，変化なしとした児童が予想よりも少なかった。広くなると答えた児童の多くは見た感じでとらえており，分割前と分割後の図形を比較した児童の多くが変化なしと答えている。この問題ではエがウを分割したものであるとは，あえて言っていない。

面積の学習の最初に，片方が他方の分割になっていることを言ってから同様の質問をしたところ，変化しないとした児童が８割程になった。このことから，理屈で考えた場合分割による面積の保存は理解できるが，感覚的には少しずれがあるのが現状であると考えられる。

一方，後の質問の場合に，分割すると狭くなると答えた児童が２割弱でた。これは分割した際全部合わせた広さで考えるようにと口頭で伝えたが，やはりその中の一つに目がいったためではないかと思われる。このことから，ひとまとまりになっていない，つまり，ばらばらになっている図形全体の広さを考えることは「広さ」という漠とした概念では難しいことなのではないかという考えを持った。面積として数値化し，その数を扱って和や差を考えていくことを通してそのような思考も可能となっていくのではないだろうか。

この点についてはさらに調査してみたいテーマであるが，本研究のテーマからはやや外れるのでここではこれ以上触れない。

③

	正　答	長＞正	正＞長	同　じ
実験群	9	18	3	4
統制群	7	19	3	3

この問題が最も正解率が低かった。理由には18cmと16cmとでは18cmの方が大きいからと書いた児童が多かった。これはある程度予想された結果である。周の長さと面積の混同が，面積の学習のつまずきのひとつとして指摘されていることを改めて示した結果と言えよう。

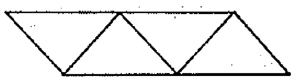
以上の事前調査の結果から，実験群と統制群には実践の開始以前には顕著な差は無いと判断した。

(3)　事後調査

この調査は面積の学習終了後約１月たって行った。一つは面積の適用問題である。もう一つはかわり方調べを使って考えられる問題である。

まず面積の問題は42点満点で，実験群33.0点，統制群32.6点の平均点であった。得点のばらつきもほぼ同じで，この点に関しては差は見られなかった。かわり方調べを使う問題は，以下のものである。

竹ひごを使って下の図のように正三角形を作っていきます。正三角形を増やしていくとき，正三角形の数と竹ひごの数の間には，どのような関係があるでしょうか。



	解答を得た者	表	式	根拠
実験群	30	1	4	6
統制群	27	13	2	1

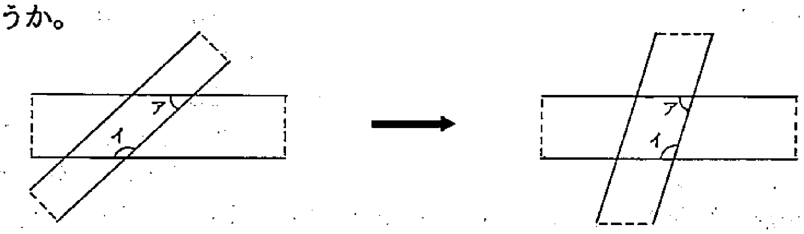
解答とは，正三角形を1つ増やすと竹ひごは2本必要になるという内容をさす。表の右側は，そのような解答をした児童の中で表，式を用いた児童の数及び根拠を示した児童の数である。

ここでは明らかに実験群と統制群の間に差が見られる。関数的内容についての両者の学習をもう一度比べてみる。実験群は，たてを一定にし横を変化させた時の長方形の面積の変化の様子を考えた。統制群は，ますに水を入れて傾けた時の左右のめもりの関係と，正方形を階段状に並べた時の段の数とまわりの長さの関係を調べている。実験群は面積公式を用いて横の長さと面積の関係を示すことができたし，式変形を根拠とする意見には児童の間から強い賛同が得られていた。一方の統制群は，最初の題材が根拠を示す事が困難なものであった上に，次の題材も図をみて説明するといったものであった。

即ち，実験群統制群とも既習事項のなかで価値があると捉えていたものを使って解答したと言うことができると思う。この問題では表からきまりを見つけだすことも，問題の内容から直接きまりを見つけることも，どちらも可能である。

では，もっと難しい問題，即ち解決が困難な問題にたいして児童はどのような方策を用いるだろうか。その点を見るために次の問題を課した。

下の図のように，はばのちがう紙のテープを重ねます。重なったところは四角形になりますね。図のように，一方のテープを動かします。この時，角アと角イにはどのような関係があるでしょうか。



この問題を行った時点では，平行については未習である。また，先の正三角形の問題と異なり数値の動かし方（角アを10°，20°，30°…としていく等）が児童に任されている。この2点から，理屈から関係を導きだすことも，表から関係を見つけ出すことも，言い換えるなら演繹的解決も帰納的解決もともに難しい問題であると考えた。

	解答を得た者	表	根拠	既習	1例
実験群	24	7	7	4	6
統制群	18	7	2	4	7

ここで解答を得た者とは，角アと角イの和が180°になることを記した児童である。
「表」は表から結果を出した者。
「根拠」は児童なりの方法で根拠を示した者。

（例）角アの上の角をウとする。イとウは同じ向きの線に囲まれているから角度は同じ。だから，角アと角イをたすと 180°。

これも厳密な意味では平行線の同位角を用いているのでこの時点で根拠とは言えないが，児童にとっては自分なりに納得のいく理由づけであったと判断した。根拠の他の解答も同様の意味で児童が自分で納得出来る理由づけかどうかを判断の基準とした。

「既習」は平行線の内角の和が 180° であることを知っていて，しかも何の説明もせずにそれ

を結果とした者である。

「1例」は角アと角イを1組だけ測って結論づけた者であって，「既習」に非常に近いと思われる。

尚，統制群の右の数の和が18を越えるのは，表と根拠の両方を書いた児童がいたためである。

ここでは，解答を得た児童数に差が出た。しかも今回は実験群でも7名の児童が表を用いている。この結果だけで，実験群の児童で関数的な見方を必要とする問題を解決する力を身につけた者が多かったと結論付けるのは危険である。しかし，必要に応じて表を用いることについて，統制群とさほど差がないと考えられる。また，根拠によって関係を導こうとする傾向はこの問題でも見られた。

(4) **児童の自己評価**

この実践を行った第2学期全体について，学期末に児童に自己評価をさせた。自由記述で算数の学習にどう取り組んだかが書かれている。次に面積，かわり方調べ（統制群のみ）に関わる部分を挙げる。

《実験群》

面積の学習は，
・がんばった。（2）
・楽しかった。
・おもしろかった。
・好き。
・やり方を考えるのがおもしろい。
・最初よく分からなかったが，後のほうで分かるようになった。
＊むずかしかった。

《統制群》

面積の学習は，
・よくわかった。（4）
・がんばった。（3）
・よくできた。（3）
・おもしろかった。
・（複合図形が）おもしろかった。
・好き。

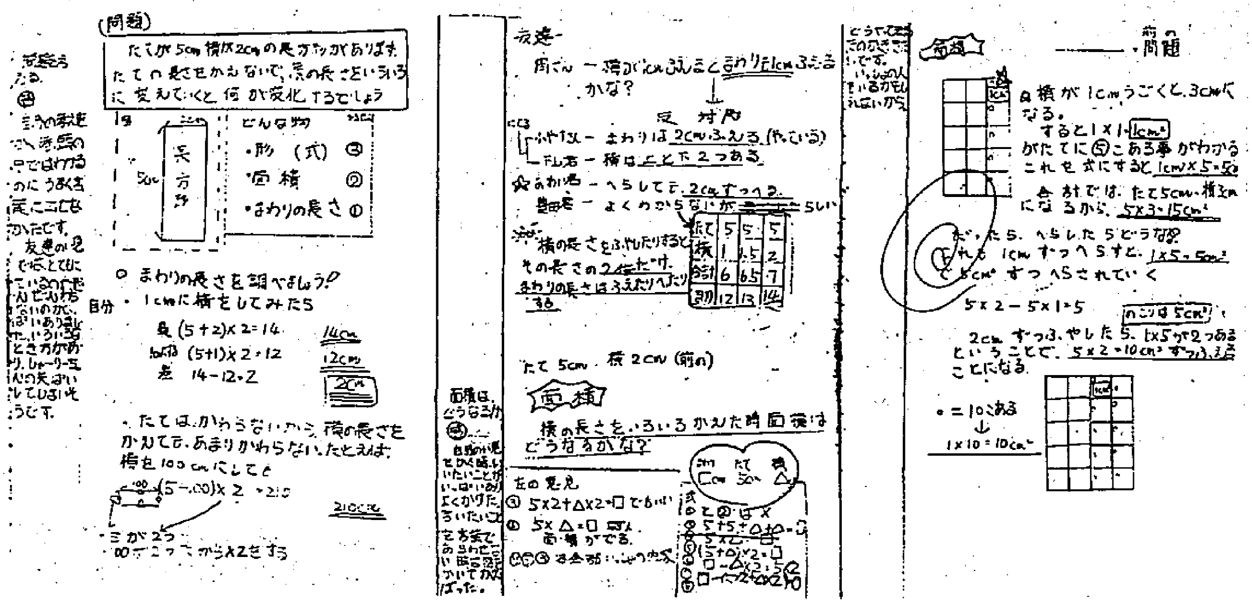
かわり方調べの学習は，
・よくやった。
・楽しかった。
・よくできた。
＊よくわからなかった。

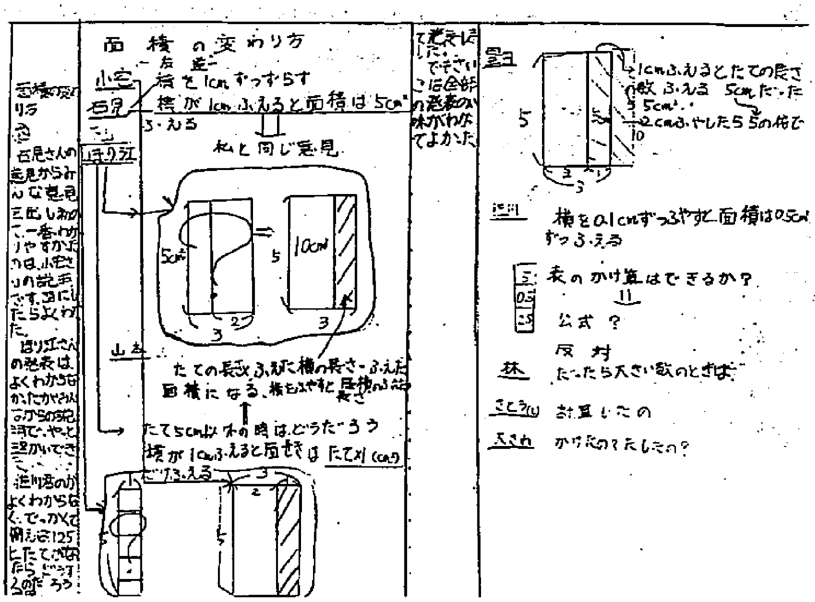
全員が面積やかわり方調べに触れているわけでは無い。しかし，統制群の児童で，面積をよくわかった，よくできたと評価した者が合わせて7名いる。それに比して，実験群ではそのような評価は殆ど現れていない。このことはⅠ．2の仮説の後に述べたデメリットのひとつと受け止めたい。

(5) 抽出児童にみる変容

① 実験群

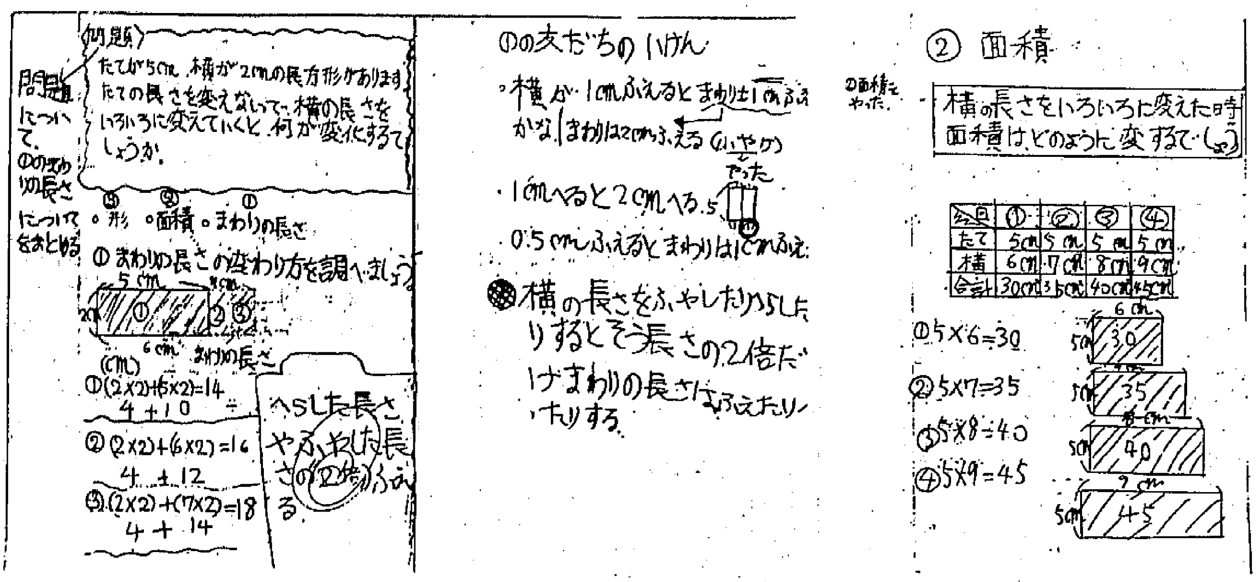
児童（A）

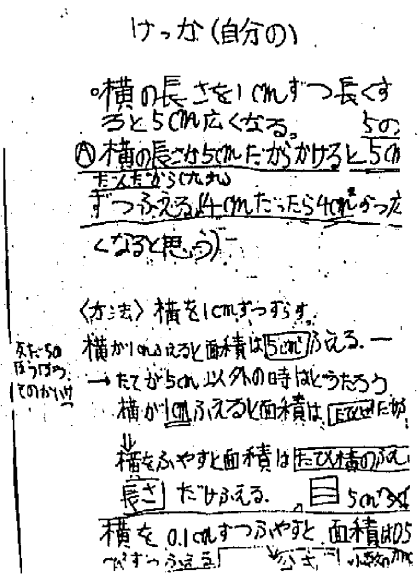




この児童はノートの左に感想を書いている。それによると，最初は表現する方法が見つからず苦労している。話し合いで友人の意見を聞き，図で表す方法をよいものと感じ，面積の変化を調べるときには，図を用いている。

児童（B）



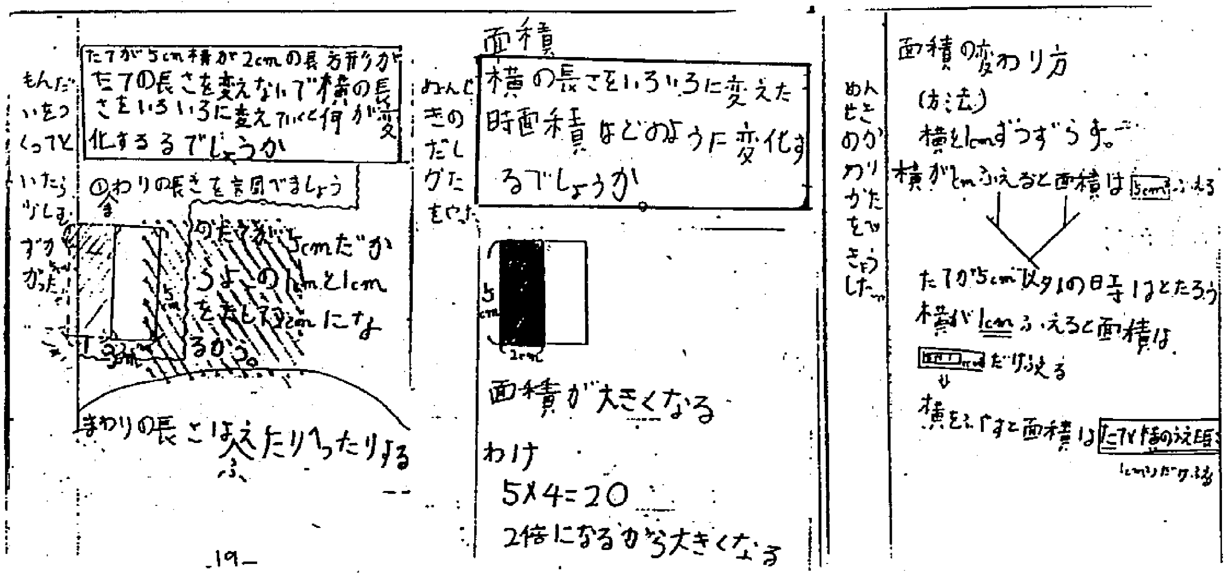


この児童は，まわりの長さの変化を調べるときに横を1㎝ずつ増やしていっている。その方法は面積の時にも用いている。

話し合いでは，友人の意見を聞きながら自分の解決の方法，結果を確認している様子がみえる。

面積を調べる時には，まわりの長さの時には使わなかった表を使っている。

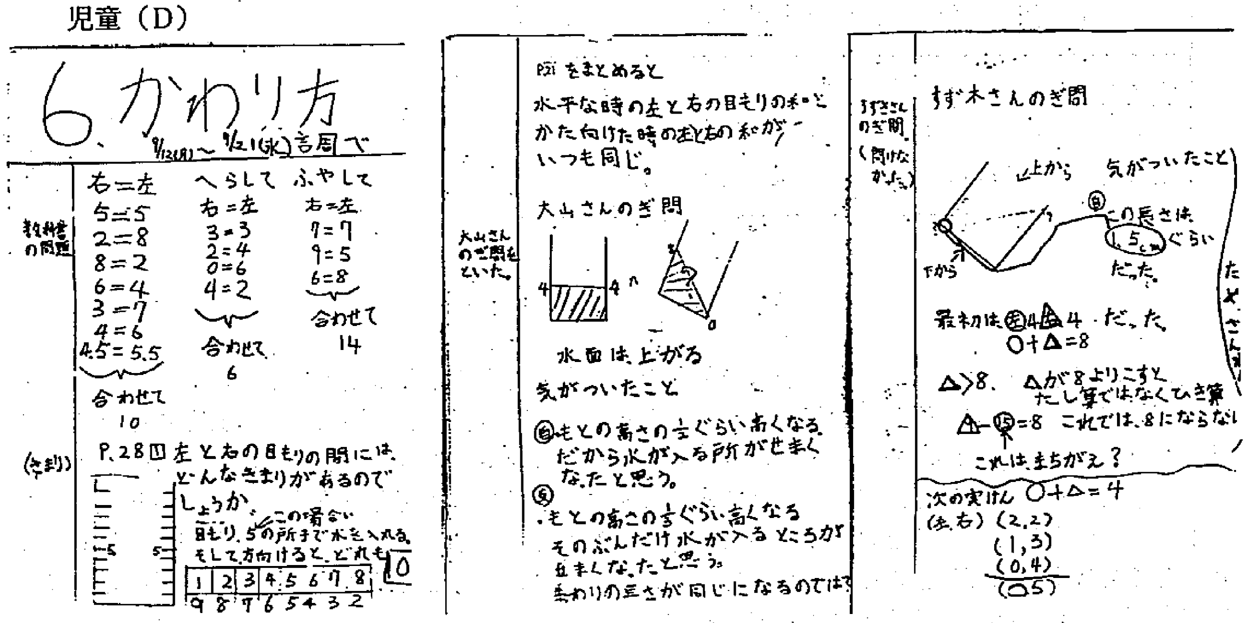
児童（C）



この児童は，最初問題の意味が把握できていなかった。即ち，変化の様相を調べるという関数的な見方がどういうことなのかが，わからなかったようである。個人解決では横が１cmの長方形のまわりの長さを求めているが，それを最初の長方形と比べようとはしなかった。友人の発表を聞いて「まわりの長さはふえたりへったりする」と書いている。それが，面積の時には個人解決で「面積が大きくなる」と書いている。しかし，この時点でも内容のまとめは「めんせんのだしかたをやった。」である。ところが，その後の話し合いのノートには変化を意識した書き方がみられ，まとめも「めんせきのかわりかたをべんきょうした」となっている。

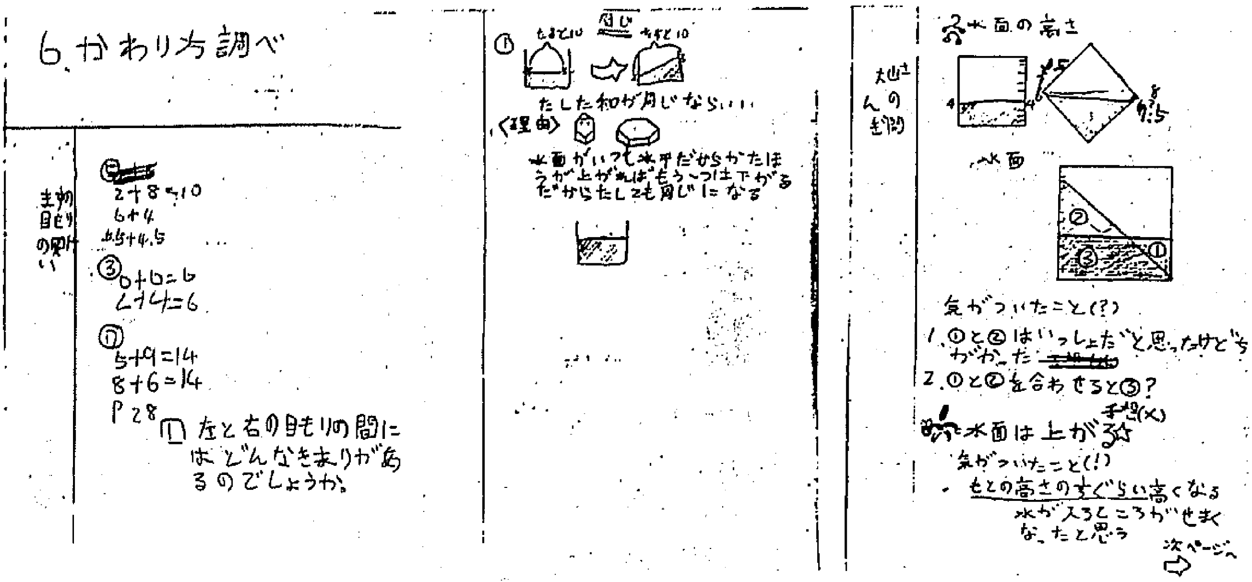
② 統 制 群

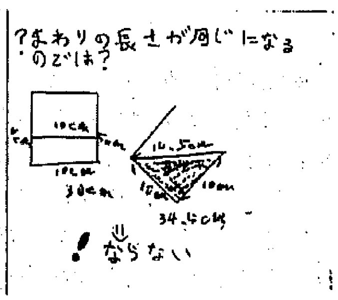
児童（D）



この児童は最初，右と左のめもりの数をメモし，和が一定になることもその時点で気づいている。しかし，きまりをみつけようという問題をだされた時，改めて表にかいている。又，この時の話し合いで式表示にも触れたが，そのことはノートには書かれていない。ところが，別な疑問を解決しようとしたときには式を使っている。この児童のばあい必要に応じて解決の方策を選んであるのではないかと考える。

児童（E）





この児童は最初の事例ではそれぞれ２組の数値から結論を出している。理由もあまり明確ではないが，次の疑問の解決では自分なりの予想をたて，それを確かめようとしている。抵抗感のある問題のほうが一生懸命考えようとするという例といえるかもしれない。

(6) 学習指導時間数

	面　積	かわり方調べ	合　計
実験群	13時間		13時間
統制群	11時間	4時間	15時間

Ⅳ. 考　　察

先の評価でも述べたように，実験群と統制群の間に面積内容の定着の差は見られない。しかし，児童の感想では，実験群の児童に面積を容易なものと感じている者が少ないことが推察される。これはデメリットとも取れるが，一面，児童の意欲をかき立てる要素ももっていると考える。このことをデメリットとしないためには，児童ひとりひとりに対する手だての大切さを改めて感じている。

関数概念が児童の内面でどの様に培われ，育ったのかをつかむことが，本研究の大切な部分であるが，ここでは十分に評価出来なかった部分も多い。追跡調査の方法を考えるとともに，評価方法についても更に考える必要があると反省している。

学習指導時間数については先に示した通りで，この点については一応の成果を上げたと考える。

尚，実験群ではその後，小数の学習の計画をたてる際に，小数が関係する面積について学習したいという意見が多く，計画に組み込んでいる。この実践が面積の理解を深める助けになっていたかもしれないと，希望的に考えている。

引用文献

＊１　小学校学習指導要領（平成元年）
＊２　伊藤説朗，面積及び体積に関する基本的概念とその形成について（新しい算数研究Ｓ59．２）
＊３　小学校学習指導要領（平成元年）

参考文献

文部省，指導計画の作成と学習指導
G.ハウスン，C.カイテル，J.キルパトリック，算数・数学科のカリキュラム開発（共立出版）
杉岡司馬，関数を截る（教育研究Ｓ47．８）
喜多昌臣，関数の考えを伸ばすとともに，数量・図形についてよりよく理解される指導は，どのようにすればよいか（算数・数学教育実践講座６）
伊藤孝，他領域と関連づけた関数の考えをどのように指導すればよいか（日数教会誌Ｓ55．６）
手島勝朗，算数科「関心・意欲・態度」の評価技法（明治図書）
植松茂暢，数学的な考え方の評価について（日数教会誌Ｓ56．10）
民辻善雄，基礎学力の育成をめざす評価のありかた（日数教宮崎大会資料）