

図形領域の指導についての一考察

一小学校から中学校への接続に配慮して—

数学科 秋山晶子

目 次

I はじめに.....	48
II 小学校から第2学年の論証指導への接続.....	48
III 「なめらかな接続」と「適切な段差」のための指導の工夫.....	51
IV まとめと今後の課題.....	57

要 旨

本校では平成9年度から12年度までの4年間、文部科学省の研究開発学校の指定を受け「児童・生徒が自分にとって『意味ある学び』を創出する教育課程の開発」を研究テーマとして小・中連携研究を行った。この間に小学生が算数を学ぶ姿を参観したことと、「生徒にとって学ぶ意味がわかる」授業という視点で見直したことで、中学校の図形の論証指導の導入のあり方について考え直すようになった。

平成17年度からは「協働して学びを生み出す子どもを育てる—幼・小・中12年間の学びの適時性と連続性を考えた連携型一貫カリキュラムの研究開発ー」を研究テーマとして、附属幼稚園、附属小学校との連携研究を行っている。平成13年度から15年度までの幼・小連携研究を通して、幼稚園から小学校への接続を考えるとき、「なめらかな接続」とともに、ステップアップの実感が持てたり自分で段差を乗り越えていこうとする姿勢を引き出すことなど「適切な段差」も必要であることが明らかになった。小学校から中学校への接続においても同様の配慮が必要であると考え、「小・中接続期カリキュラム」の開発を進めている。また、小学校から中学校へ進学するにあたって、算数から数学へと教科名が変わることもあって、数学の学習に不安を感じたり、中学校入学後に「学習内容が難しくなった」と感じる生徒が他教科に比べて多いことが、連携研究の中で明らかになっている¹⁾。数の範囲が負の数まで広がり、文字式や方程式が導入されることで、算数と数学の間の「段差」は否応なく存在する。本校数学科においては、特に「なめらかな接続」に配慮し、「段差」を「適切な段差」とするための「接続期カリキュラム」の開発が必要であると考え、附属小学校と連携しながら研究を進めている。また、平成16年度から行っている、第1学年の「数と式」と「平面図形」の並行学習の実践から、第1学年の平面図形の学習全体が、「接続期カリキュラム」として有効であることがわかった。

本稿は、平面図形の学習において、小学校と中学校の接続に配慮した指導の試みの実践報告である。

I はじめに

中学校数学の図形領域において、第1学年の平面図形の学習内容は、基本的な用語の定義や基本作図が主な内容で、第2学年での学習に必要不可欠な内容ではあるが、生徒にとっては退屈なものになりがちであった。また第2学年では、論証に重点を置くために、生徒にとっては小学校で既に学習すみである図形の性質を、そのままは使うことができず、順序立てて証明していくかなければならないことに違和感を感じる生徒も多かった。第1学年の図形の学習を生徒にとって魅力あるものにし、第2学年での図形の論証の意義を生徒に実感させることができる指導方法の工夫が筆者にとっての長年の課題であった。

平成9年度から12年度までの「小・中連携研究」の際に、小学校の授業を参観する機会を与えた。特に、5、6年生が算数を学ぶ姿から、小学生なりの「論理的に考える力」と「自分の考えを発表する力」を見ることができ、中学校での図形指導を考え直すきっかけとなった。

また、平成17年度からの「幼・小・中連携研究」において、小学校算数から中学校数学への接続を考える中で、第1学年の平面図形の学習全体を、「なめらかな接続」と「適切な段差」をもった「接続期カリキュラム」として位置づけることができると考えるに至った。

II 小学校から第2学年の論証指導への接続

1. 授業のねらい

第2学年の図形の学習では「平行線の性質」と「三角形の合同条件」を図形の基本性質として認めることから始めて、生徒にとっては小学校で学習すみと思える「三角形の内角の和」や「二等辺三角形の性質」を証明していくことになる。このとき、「なぜ小学校で学習すみのことを、証明しなければならないのか。」「知っていることなのに、なぜ証明しないと使ってはいけないのか。」などの疑問や抵抗感をもつ生徒が多かった。生徒にとって「学ぶ意味がわかる」ような授業にしたいと考え、平成13年度の第1学年の最後に、「星形五角形の角の和」を3時間扱いで取り上げることを試みた。この題材は、いろいろな証明方法があることで、生徒に興味・関心をもたせ、証明したいという意欲をかきたてるこことできる題材であり、中学1年生でも十分取り組めると考えたからである。

2. 第1学年での授業展開（3時間扱い）

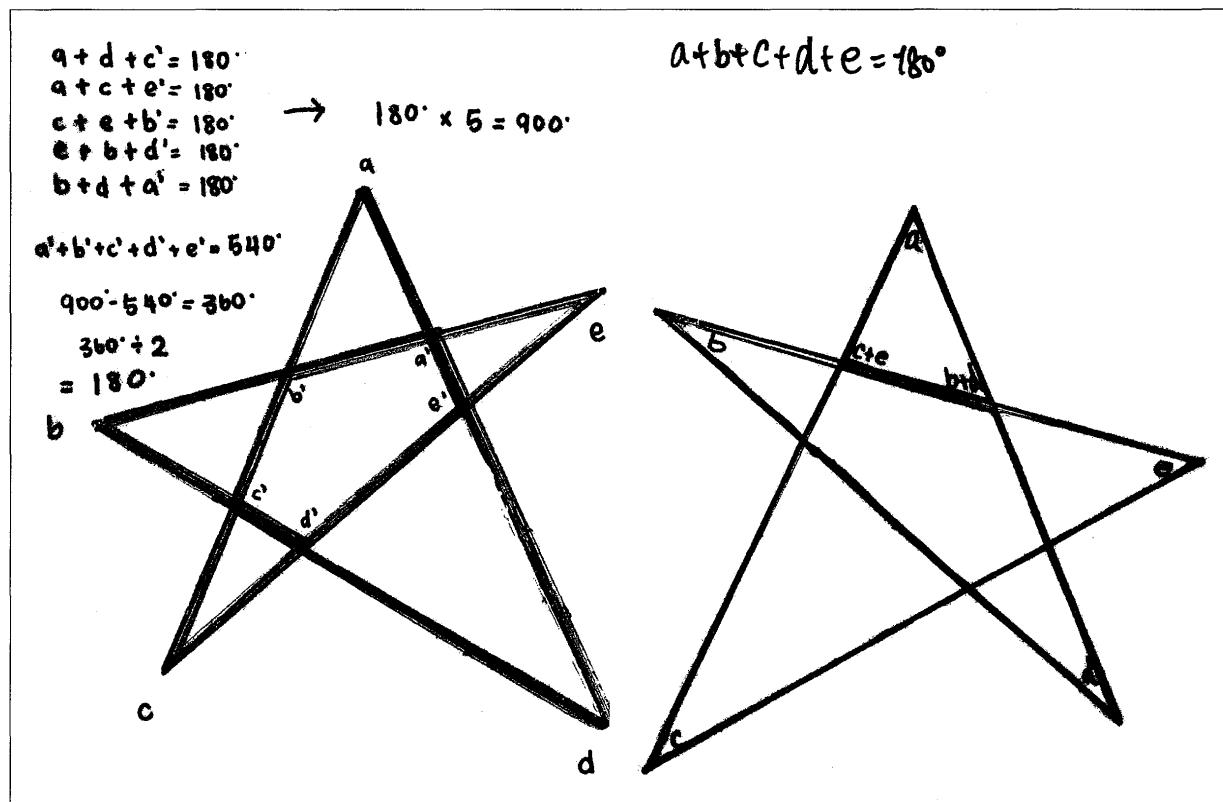
第1時 「星形五角形の角の和が 180° 」になることを、5つの角を切って並べて確かめたり、分度器で測って確かめたりしたあと、小学校で学習した知識は全部使ってよいことにして、その理由を考える。

第2時 「星形五角形の角の和が 180° 」になる理由を、いろいろな方法で説明することに取り

組み、発表の準備をする。

第3時 第2時に考えた説明をOHPを使って発表し合う。発表の際には、小学校で学習した図形の性質の何を使っているかをはつきり述べることと、聞き手がそれを納得できる説明であることを条件とする。

第3時の発表は、錯角や同位角、外角などの用語をまだ知らない段階なので、生徒の説明は「平行線ではこの角とこの角が等しいから・・・」とか「三角形のこの角は、これとこれをたしたものだから・・・」のように図を使いながらの説明になった。「三角形の外角の性質」や「五角形の内角の和は 540° 」などを使った場合、聞き手が納得できない様子の時は「その性質が成り立つわけ」を説明させるという形で授業を進めた。第2学年でこの題材を扱ったときと同じように、何種類もの説明が生徒から出され、聞く側も感心したり、もっと別の方法で説明したいと意欲をかき立てられたりして、推論の楽しさを味わわせることができた。まとめとして説明するのに使った図形の性質を確認して、この授業は終了した。以下に示すのは、発表に用いたOHPシートの一部である。



3. 第2学年の図形单元の導入

初めに第1学年で「星形五角形の角の和」を説明するのに使った図形の性質を再度確認し、「平行線の性質を使って説明するのに、いちいち図を使うのはめんどうだ。」「そのためには新しく用語を定義する必要がある。」ということで「錯角」や「同位角」を定義した。また、小

学校で学習した図形の性質の中にも実は順序がある、「平行線の性質」をもとにすることで、他の性質は次々に順序立てて説明できるのだということを知らせた上で、第2学年の学習内容につなげた。

4. 生徒の反応と考察

第1学年での「星形五角形の角の和」を説明するという課題に、生徒は意欲的に取り組んだ。また、小学校で学習したことがらを使って様々な方法で説明できることに驚きを感じ、他の生徒の説明にも真剣に耳を傾け、新たな方法が発表されると自然に拍手が起こった。

＜生徒の感想＞

- ・5つの角をたすとなぜ 180° になるかというのに興味をもった。この形の性質が不思議に思った。
- ・ 180° を越しそうな感じがしたけれど、外角の性質などを使って考えると、ちゃんと 180° になるとわかつて驚いた。図形って不思議だなあというのを感じました。
- ・5つの角の和が 180° になるのを説明するパターンがたくさんあって、図形のいろいろな性質が使えておもしろかった。
- ・「星」という形に面白味を感じたし、同じ图形に線を加えたりすることによって、いく通りもの証明のやり方があるから、発見するのが楽しかった。
- ・私は图形の証明にもっとも興味がわきました。今まで（特に三角形の内角の和などは）「なるものはなるんだ！」で片づけられてしまつたいろいろな法則を、納得のいく式や説明でどうしてそうなるのか確かめるのはとてもわくわくしておもしろい。
- ・いろいろな考え方（方法）があって、クイズみたいでおもしろかった。小学校でやった图形の性質が使えるし、その性質にあてはまるものを見つけるのも楽しい。
- ・説明の方法がたくさんあるため、いろいろ考えたり、他の人の発表をきいたりしておもしろかった。
- ・私は外角で求める方法しか見つけられなかつたけれど、本当はいろいろな图形の性質を使えばいろんな方法でできることができることがわかりました。求め方を考えるのが難しいけれど、おもしろかったです。
- ・自分だけの方法を見つけたくて、どんどんいろんなことを考えて、とても面白かった。

この学習を受けての第2学年の图形単元の導入は、これまでとはまったく異なったものになり、小学校で学習ずみのことがらを証明することに、疑問や抵抗感を感じさせることなく授業を進めることができた。この授業を考えるきっかけになったのは、平成9年度から12年度までの本校の研究テーマ「児童・生徒が自分にとって『意味ある学び』を創出する教育課程の開発」である。何とかして图形の論証を「学ぶ意味」を生徒に実感させたいということと、先にも述

べた小学生なりの「論理的に考える力」と「自分の考えを発表する力」を認識したことから、このような授業の組み立てを考えたのである。

この実践を経験することで、筆者自身の図形指導についての考え方从根本上変わったといつても過言ではない。これまで、「きちんと証明させたい」、「証明をきちんと書かせたい」ということが先行してしまっていた。しかし、中学校の図形の学習でいちばん大切にすべきことは、「図形の性質の不思議さ」や「推論する楽しさ」できるだけ多く体験させることであり、その体験を通して「論証を学ぶ意味」や「証明を記述する必要性」を理解させていく必要があると改めて実感したのである。

III 「なめらかな接続」と「適切な段差」のための指導の工夫

1. 第1学年での数量と図形の並行学習

平成13年度より、本校の授業時間数は1単位時間45分で、数学は第1学年週3.5時間、第2学年3.5時間、第3学年4時間となっている。第1学年の数学は、週3.5時間の授業時数を、前期に週4時間、後期に週3時間という形で行っている。これまで、第1学年の数学は一人の教員が「正の数・負の数」、「文字式」、「方程式」という順に進め、図形は後半に学習する形をとってきた。

平成16年度に、教員の人員配置の都合もあって、第1学年の前期に「数と式」週3時間、「平面図形」週1時間の並行学習を初めて実践した。「線対称」から入る平面図形の学習は、操作活動を多く取り入れたり、身近なものであったりということもあって、数学に対する不安感や抵抗感を感じさせることなく進めることができた。

IIの実践を通して学んだ考え方とは、実は算数から中学校数学への「なめらかな接続」と「適切な段差」を考える上で、重要な鍵となる考え方であった。「なめらかな接続」であるためには、数学は小学校で学習した算数の継続であることが実感できることが必要であり、また「適切な段差」が感じられるためには、新しい発見や小学校との違いを実感できることが必要である。この視点で見直してみると、第1学年の平面図形の指導内容全体が、算数から中学校の数学への接続期のプログラムとして適切であることがわかった。

第1学年での図形領域（平面図形）の指導にあたっては、特に下記のことを配慮した。

- ・操作活動を通して、新たな図形の性質に気づかせ、図形の性質の不思議さや美しさを体験する場面を多く設定すること。
- ・不思議だなあと思える図形の性質が、算数で学習した知識を使って、きちんと説明できることで、学習してきた算数の知識や考え方方が役に立つことを実感させること。
- ・算数と数学は、見方や考え方において、大切にしていることは共通であり、算数で学習

したことを使って、積み重ねていく教科であることを具体的な場面で実感させること。

- ・数学で学んだ内容と身近なことがらとのつながりに気づかせること。
- ・新しい用語や記号のよさがわかるようにすること。

このことは、第1学年の図形領域全体で配慮すべきことであると考えるが、特に導入期において実践した内容を以下に述べる。

2. 図形の学習への導入期の授業（3時間扱い）

第1時 数学の学習についての簡単なガイダンスの後、マッチ棒のパズル2題に取り組む。

第2時 パズルの解答を確認した後、パズルの中で出てきた図をヒントに正六角形の作図方法を考える。次に、半円の弧に対する円周角をいくつかかき、どこにとっても 90° になるらしいこと実感した後、その理由を考える。

第3時 「折り紙を何回か折って、切ることによっていろいろな図形を作るという課題に取り組む。

(1) 生徒の反応と考察

- ① 第1時「マッチ棒のパズル」

<生徒の授業記録ノート>

4/18(火)

前期→週4時間
3松本先生
1秋山先生 (6章平面図形)

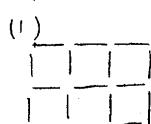
持ち物
教科書・ノート・のり
コンパス・三角定規

中学校の数学の目標

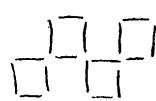
数や图形の性質を調べることを通して筋道を立てて考える力と問題を解決する力を養う。

わかる→おもしろい
自分で→うれしい
解ける

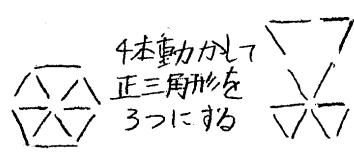
ハズレ



3本動かして
正方形を4つに



(2)



12本
△2つ
残りの6本で1つの三角形を作らる△

マッチ棒のパズルに生徒は楽しそうに取り組んだ。紙を切ってマッチ棒代わりにして考えたり、筆箱からありったけのペンを出して並べて考えたりする生徒もいた。最初のパズルを考え始めて5分ほど経過したところで「マッチ棒の数は何本ありますか。」というヒントを出すと、「わかったー」という声があちこちから上がった。できた生徒には2番目の問題を出題した。生徒からの「三角形の大きさは同じですか。」という質問に対しては「鋭い質問ですね。」「ヒントはさつきと同じです。マッチ棒は何本ありますか。」と応じると、「あっそうか」、「それがヒントになるの？」などと反応しながら考え続け、なんとか自力で解決したいという意欲が強く感じられた。この時間内に解決できた生徒も数名いたが、「もっと考えたい」という生徒が多く、解答は次時にもちこした。

<生徒の感想>

- ・マッチ棒でこんなことができるなんてびっくりした。もっとあればいいと思った。
- ・いろいろなマッチ棒の組み合わせによって、何通りもの図形をつくれたことにびっくりしました！！
- ・普通の授業ではあまりやらない授業だったのでとっても楽しかった。

② 第2時「正六角形の作図と円の性質」

<生徒の授業記録ノート>

4・26・水

正六角形をコンパスと定規を使って書こう

正六角形
辺の長さが全て等しい
角の大きさが全て等しい

Pをどこにとっても角度は90°らしい。

感動

Pをどこにとっても角度が90度になることにかなり感動した。やっぱり90度だった。

マッチ棒パズルの2問目の解答を生徒に説明してもらったあと、2問目のパズルのはじめの形に注目させ、「正六角形をコンパスを使ってかこう」という課題を提示した。生徒から反応がなかったクラスでは「こんな模様をかいしたことはないか」と花模様のような図をかいてみせると「ある!」「あつ、その中に正六角形ができる」との反応があった。実際に模様をかかせたあと、「こんなにたくさん線をかかなくても正六角形がかける方法はないか」と問い合わせ、生徒の中から簡単な正六角形のかき方が示された。

次に、「円の秘密を探ってみよう。」ということで、半円の弧に対する円周角をいくつかかかせ、「いつも 90° になるらしい。」「どうしてだろう。」と投げかけた。しばらく考えさせた後、「このことは、実は小学校で学習したことを使って説明できます。三角形についてどんな性質を知っていますか。」と問い合わせると、「内角の和は 180° 」「二等辺三角形の2つの角は等しい。」などの反応が返ってきた。そこで「この図の中に二等辺三角形がかくれています。どこにかくれているでしょう。」と問い合わせて「Pを中心をつなげば二等辺三角形ができる。」という答えを導き、 $\angle P$ が 90° である理由を生徒に説明してもらって授業を終了した。以下は、授業の最後にノートに書かせた(今日の授業の感想)の一部である。

＜生徒の感想＞

- ・正六角形がこんなに簡単にかけるなんて驚いた。図形にはいろんなことがかくれている。
- ・正六角形のかき方で、花みたいな形をかくとできるってことがわかった。
- ・コンパスは円をかくこと以外にも、工夫すればあっとおどろくようなことにも使えることがわかりました。
- ・Pをどこにとっても角度が 90° になることにかなり感動した。やっぱり 90° だった。
- ・Pをどこにとっても 90° になる理由がわかってよかったです。半径はどこも同じということがポイントだった。
- ・どこにPをおいても大体は 90° になることにビックリしました。また、なぜ 90° になるのか他の人の考えを聞いて「なるほど！」と思いました。
- ・Pを好きな所にとてみると、全部角度が 90° になったので本当にビックリした！！
- ・なぜ 90° になるかの理由が考えつかなくてくやしかったけど、この考え方方はいいなと思いました。
- ・私も少し頑張りました。どこをとっても 90° に驚いたし、理由も分かってよかったです。
- ・円というものは奥が深い。
- ・一つの角の情報ともう一つの角の情報を結びつけると新たな情報が生まれてくる。
- ・Pをどこにとっても角は 90° になるというのがびっくり！最初は「びっくり！」だったけど、「なるほど！」になった。
- ・どこをとっても 90° というのがびっくりした。今までそんなどこと何も考えていなかつたけど、身边にある発見ができたらいいと思う。

- ・図のP点がどこでも 90° になる理由まで、自分で分かることができたうれしかった。

正六角形の作図に感動したという反応には、いささか複雑な思いであった。小学校でのコンパスを使う体験が減っていると思われる。コンパスがうまく使えない生徒も多かった。

「半円の弧に対する円周角の性質」については、授業者の予想よりもはるかに多くの生徒が驚き、またその理由がわかったときはとても嬉しそうであった。理由を考えているはずの時間もずっと円周角を書き続け、「やっぱりみんな 90° だった。」とこにこしている生徒もいた。この課題については

- ・自分でいろいろかいてみて、確かめられる性質であること。
- ・生徒にとっては新しい性質の発見であること。
- ・小学校の知識を使って、成り立つわけを説明できること。

以上の条件が整っていることから、「なめらかな接続」と「適切な段差」という条件を満たす「接続期」に取り上げる題材としてふさわしいものであったと考える。

③ 第3時 「折り紙を何回か折って、切る」

〈生徒の授業記録ノート〉

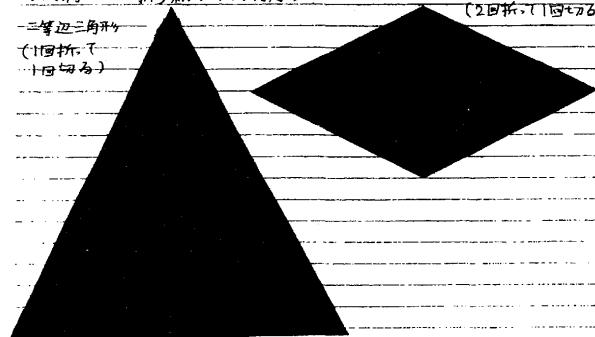
6章 平面図形 Date 5・2火

物には色いろな性質がある
 (形)色(大きさ)重さにおい味 位置関係

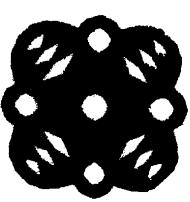
物を「形 大きさ 位置関係」に注目して考えろよ。これを図形といふ
 図形の学習で学んでほしいこと
 図形の性質を理解立てて語べる
 図形の性質の美しさや不思議さを味わう

①対称 折り紙でつくってみよう！ ひし形 (2回折って1回切る)

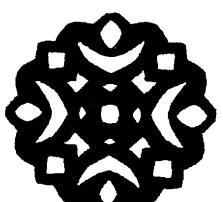
二等辺三角形
 (1回折って1回切る)



(1)

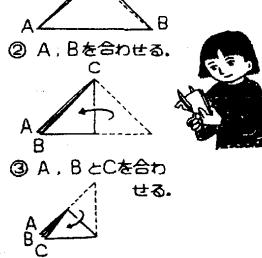


(2)



① 正方形の対角線で2つに折る。
 ② A, Bを合わせる。
 ③ A, BとCを合わせる。

上の模様は、正方形の色紙を、右のように3回折り曲げた三角形のふちや辺を切り取って作ったものです。
 どのように切ればよいか、切り方を考えてみましょう。



「正方形の折り紙を何回か折って一回だけ切る」という条件で、「二等辺三角形」と「ひし形」を作らせたあと、「正方形の折り紙を3回折って、切って、与えられた2種類の模様を作る」という課題に取り組ませた。「ひし形」で失敗する生徒が続出したのは予想外であったが、生徒の実態について認識を新たにした。「2種類の模様」に関しては、「どうしたら似た模様がつくれるか。」と投げかけたあと、「プリントを折ってみてもよい。」、「プリントに線を書き入れてもよい」という形でヒントを出した。2番目の模様を全体として「丸く」作るのが難しい様子であったが、「どうしたら丸く作れるか。」を「円とはどんな図形か。」と結びつけて説明することは、次時にもちこした。

＜生徒の感想＞

- ・形というのは不思議で魅力的だなと思った。
- ・頭の中で折り紙を折って考えることは難しかったけれど楽しかった。開いたときの形を考えるのが大切。
- ・幼稚園生の頃、何も考えずに模様を作っていたのですが、今考えながら作ると難しいと改めて感じました。
- ・すごくおもしろかったです。なんか難しかったけど、できてうれしかったです。
- ・いろいろな形が、切るだけでできるなんていいなと思いました。
- ・どうやったら手本の形になるかと考えてやるのがおもしろかった。
- ・二等辺三角形とひし形はうまく切れました。良かったです。でも少し難しかったです。
- ・難しかったけど、どうやったらこんな模様ができるのか少し分かった。とっても楽しい作業だった。
- ・なかなか思うようにできなかった。いちばん難しかったのはまわりの丸いところだった。
- ・丸くなるように切るのが大変でした。イメージしてもうまくいかないので、何回もつけたして切りました。
- ・1/8が全て同じ形になっている。
- ・何回か折って、折れば折るほど同じ大きさの一つ分は小さくなる。(細かい模様になる。)
- ・最初はぜんぜんちがう図形をつくっていたけれど、失敗を重ねるごとに、どんどんきれいな形になった。
- ・対称ってけっこう難しいんだなと思った。
- ・折り紙を一回か二回折って切っただけでこんな図形ができるとは思いませんでした。
- ・はじめは無理だと思っていた模様がプリントを折ってみるとけっこうきれいにできたのでよかったです。
- ・折り紙を切って形をつくるのはなかなか難しかったです。その模様が何個分になるのかを考えるとやりやすいです。

第4時以降は、ほぼ教科書に沿って「対称」の学習に入っていった。折り紙を切って図形を作った体験から、ごく自然に「線対称」や「対称軸」の意味を理解することができた様子である。また、学習したばかりのアルファベットの大文字を、「線対称」「点対称」の見方で見直してみたり、都道府県のマークを見せたりすることで、身の回りの線対称・点対称な図形に興味・関心をもたせることができた。

IV　まとめと今後の課題

第1学年の前半に「数と式」と「平面図形」を並行学習することを実践してみて、第1学年の平面図形の学習は、算数から数学への「接続期のプログラム」として有効であることがわかった。指導の際に配慮すべきことは以下の通りである。

- ・操作活動を多く取り入れることによって、徐々に抽象的な思考ができるようとする。
- ・身近なものとのつながりに気づかせる。
- ・生徒にとって新しい発見があり、しかも小学校の学習内容で説明できる課題を工夫する。
- ・新しい用語や記号のよさがわかるようにする。

操作活動を多く取り入れることや身近なものとのつながりに気づかせることで、数学の学習に対する不安感や抵抗感を減らすことができ「なめらかな接続」が実現できる一方、小学校の学習内容を使って新しい図形の性質を論理的に説明するという体験を通して、「適切な段差」も実感させることができる。

ところで、今回実践した第1学年での「数と式」と「平面図形」の並行学習は、本校の1単位時間45分で週3.5時間（前期週4時間、後期週3時間）という授業時間数だから実現できたといえる。1単位時間50分で週3時間では、並行学習も、操作活動を多く取り入れたり、新しい図形の性質を発見してその成り立つ理由をじっくり考える時間の確保も難しいと思われる。小学校の算数から中学校の数学への接続を適切なものにするために、指導内容、指導方法とともにさらに工夫していきたいが、その際、生徒が「数や図形の性質の不思議さや美しさ」を実感したり、「数学を学ぶ楽しさ」体験したりするための、授業時間の確保は必須の条件であると考える。

参考文献

- 1) 文部科学省研究開発学校発表会発表要項（2006年）
お茶の水女子大学附属幼稚園
お茶の水女子大学附属小学校
お茶の水女子大学附属中学校