

映像から読みとる関数の課題学習

数学科 田口裕子

目次

I 情報化社会と関数学習	2
II 3年における「関数 $y=ax^2$ 」の指導の概要	2
III 課題学習の実践	3
1. ねらい	
2. 授業の流れ	
3. 生徒の発表の例と生徒の感想	
IV まとめと今後の課題	11

要 旨

メディアの発達によって、力学分野・運動能力分野で著しく物体の運動や人の運動技術を分析する方法が進歩してきた。まず、写真、次に、ストロボ写真、そして、ビデオ・デジタルビデオと記録技術は進歩している。より現実に近い記録を解析できるようになってきている。しかし、ストロボ写真を与えられたとき、初めて見た時は時間差のある運動が同時に見られるという感動を覚えたものだが、何回も見ているうちに「本当に修正のない静止画なのか」という疑問が生じてきた。そこでもっと現実に近い記録から判断してみたいと考え、映像・動画を解析してみようと思った。最近では手軽にビデオカメラが使えるので、考えてみればストロボ写真よりもずっと扱いやすい。

この課題学習の企画は、情報教育との関連から始まった。データ（情報）を加工するのに、数学の考え方を使ってもらいたいということにテーマを置いた。生徒にとって比較的数学の授業の中でしか考えない「関数」の発展学習として取り上げた。データが読める映像をつくることは、数人の協力によって実現できたが、身近なもので楽しめる教材となった。

また、中学生は数学としての手法を、比例・反比例・1次関数・2乗に比例する関数くらいしか持たないが、その中でできる解析を試みさせた。

I 情報化社会と関数学習

コンピュータ等の機器が一般的に普及し、それらの用語も専門家のみならず広く使われるようになってきた。また、90年代のバブル崩壊以降、製造業よりもサービス産業が盛んになってきた。そのころから、便利メモの類が世の中に出現してきたりする。今までは各人が経験的に持っていた情報を、データベースとして誰でもが手軽に活用できるように加工した物である。こういった物を考えると、一般社会が求めるものは時代の変化にともなって変わってくるということが感じられる。

メディアの発達によっても、力学分野・運動能力分野では物体の運動や人の運動技術を分析する方法が著しく進歩してきた。動いているものに対しての関数的解析をいかにかけていくか。まず、写真、次に、ストロボ写真、そして、ビデオ・デジタルビデオと記録技術は進歩している。より現実に近い記録を解析できるようになってきているのである。

例えば、ストロボ写真を与えられたとき、初めて見た時は時間差のある運動が同時に見られるという感動を覚えたものだが、何回も見ているうちに「本当に修正のない静止画なのか」という疑問が生じてきた。そこでもっと現実に近い記録から判断してみたいと考え、映像・動画を解析してみようと思ったのである。最近では手軽にビデオカメラが使えるので、考えてみればストロボ写真よりもずっと扱いやすいのである。

ここでは、中学生は数学としての手法を、比例・反比例・1次関数・2乗に比例する関数くらいしか持たないが、その中でできる解析を試みさせた。

II 3年における「関数 $y=ax^2$ 」の指導の概要

1. 関数 $y=ax^2$ の特徴 (5時間)

式での表現・グラフでの表現・比例定数 a によるグラフの違い
変化の割合・変域について・1次関数との比較

2. 関数の課題学習 (3時間)

データ収集・各視点による解析・発表会

3. いろいろな関数 (1時間)

階段関数

III 課題学習の実践

1. ねらい

具体的な事象を調べることを通して、関数 $y=ax^2$ について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。生のデータ（情報）から、関数という見方を使って結論を導き、他人にわかりやすく提示する力を養う。

2. 授業の流れ

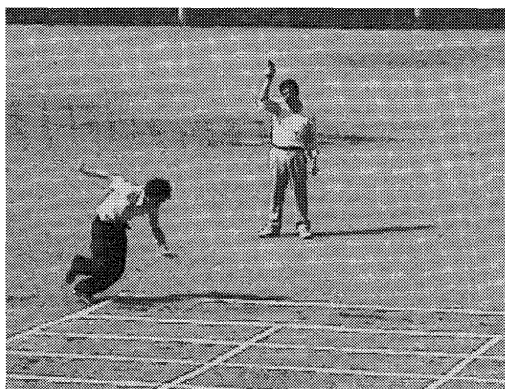
IIにあるように、関数 $y=ax^2$ の特徴として、式での表現・グラフでの表現・比例定数 a によるグラフの違い・変化の割合・変域について・1次関数との比較を一通り学んだ。その上で、この関数 $y=ax^2$ が一部にあてはまる具体的な事象からデータを取り、それをグループ内で解析していく。さらに、解析したものを発表し合い、共通理解を図っていく。なお、この課題学習の後に階段関数等、いろいろな関数についても、具体的な事象を調べることを通して学んだ。

データは、次の「時間と移動距離」に関するもの3種類である。（右資料1・2・3）

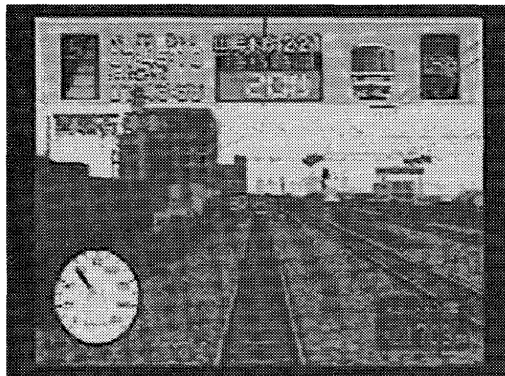
- ① 4人の生徒のスタートダッシュ（20m走）のビデオ映像を動画としてコンピュータに取り込み、QuickTimeムービーとしたソフト
（通称、スタートダッシュの映像）
- ② 既製のゲームソフトの4カ所の場面
（電車のゲームの映像）
- ③ 教科書にストロボ写真が載っている玉の転がるところを、5つの角度でビデオ映像に撮り、動画としてコンピュータに取り込み、QuickTimeムービーとしたソフト
（玉転がしの映像）

座席の近い者4人でグループを組ませ、各グループそれぞれで、これらの中から一つを選び、ある視点からこれらの関数について考察させた。視点は自由であるが、視点の例として次のようなものを挙げておいた。

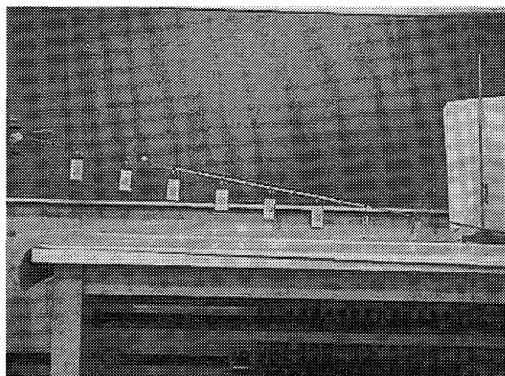
〈資料1〉



〈資料2〉



〈資料3〉



- ①—(1) 今後、4人はどのように走って、100m走なら誰が一番速いだろう。
- (2) 陸上競技のコーチになったとしたら、誰にどんなアドバイスをするか。
- (3) 理科の運動の法則に当てはまる部分はあるだろうか。
- (4) もっと正確なデータを得るには、どのような工夫ができるか。
- (5) その他、自分のグループで考えた視点。
- ②—(1) どんな関係式が成り立ち、どんなグラフがかけられるか。
- (2) このシミュレーションのまま走行すると、どうなるか。
- (3) その他、自分のグループで考えた視点。
- ③—(1) 斜面の角度による違いはどのようなものか。
- (2) 教科書のストロボ写真の場合は、関数の式から判断して、斜面の角度は？
- (3) 理科の運動の学習に使えるようにするには、さらにどんな工夫が必要か。
- (4) もっと正確なデータを得るには、どのような工夫ができるか。
- (5) その他、自分のグループで考えた視点。

①と③は、1秒間に20フレームの画面をコマ送りしながら見られるが、距離を目で測定しなければならない。②は、距離の表示はあるが時間は自分でカウントしなければならない。多少不確かなものであるが、いろいろな立場を想定して自分の予想を確認することができる。

課題学習1時間目に映像を見て、各グループが考察すると決めた映像は、

- ①スタートダッシュ 18グループ ②電車のゲーム 7グループ
- ③玉転がし 9グループ (4クラスで34グループ)

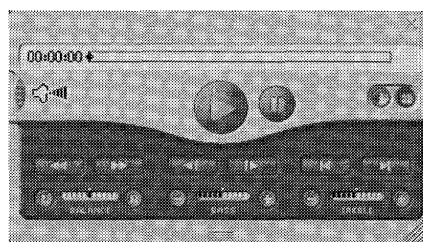
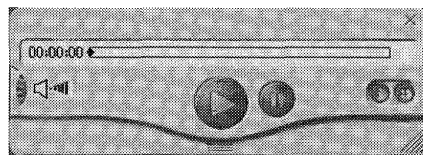
であった。友人が走っている姿に興味を持ったグループが多かったかと思われる。クラスごとに見ると、②や③が1グループであったりなかったりするところもあった。

視点については、①や③の視点の例にはあえて書かなかった「時間と移動距離の関係」としてまとめようとするグループがあった。他には、①では特定の映像(人)を指定して、分析やアドバイスをするグループ、②では「電車のがんばり度」というものを決めて考察するグループ、③では理科の教科書のストロボ写真まで研究するグループなどもあった。

課題学習の注意として、a 機器の動かし方とb画面内で指標となる目盛りについての説明を行った。

〈a 機器の動かし方〉

この画像を動かすには、右のような画面(上の図)を出します。右下の☺ボタンを押すと操作パネル(下の図)が出てきます。画像は、右の図のような状態で表示されるので、ボタン▶をクリックして画像フレームを1コマずつ進ませることができます。



〈b画面内で指標となる目盛りについて〉 データの取り方の注意

①ならば、頭の位置で距離を測定しましょう。ラインは2mおきです。

1コマごとにデータを取りましょう。

②ならば、画面内の時計と次の駅までの残りの距離の表示が使えます。

5秒間隔くらいのデータがよいでしょう。

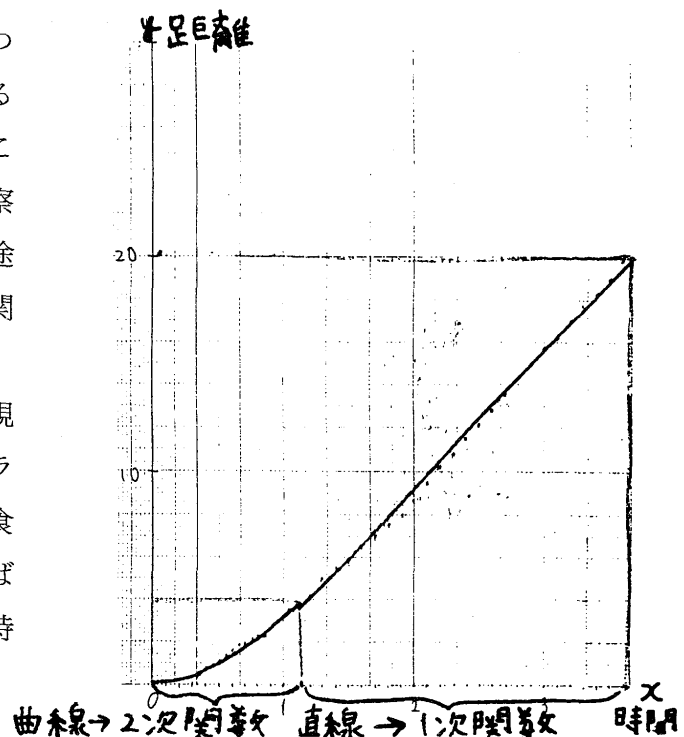
③ならば、2コマごと(0.1秒間隔)にデータを取りましょう。

10cm おきに目盛り、20cm おきに札がぶら下がっています。

さらに、課題学習2時間目に必要なものを準備するために、これをどんな機具を使ってどのようなものにまとめていくか、各グループで決めさせた。結果としてほとんどのグループが、OHPによる発表で、グラフ用紙や電卓程度しか要求されなかった。

2時間目は、データを取ったり話し合いをしたり発表の準備でOHPシートを書いたり、グループごと様々な行動をとった。教師の側ではある程度の結果は予測しているが、データの精度により結論にばらつきがある。①や②では結構単純に $y=ax^2$ の式に完全にあてはまると考えているグループがあったがそれらのグループに疑問を投げかけたり、得られたデータの数値のみを眺めているグループにグラフを重ねて描いてみるようにすすめたり、他のグループの視点を紹介したり、アドバイスをできるだけ多くおくるようにした。進度は一様ではなく、OHPシート書きなどは、次時の発表会の直前に仕上げるグループも多かった。

3時間目は、1グループ5分程度の発表会である。各グループの発表の後、①については2乗に比例する式だけにあてはめると、100mが5秒ぐらいになってしまうこと・途中から1次関数になることなど考察してほしいことを伝えた。②についても途中から1次関数になっているが、時間の関係で簡単にしか伝えられなかった。また、③については斜面における分力と三角定規の辺の比を結びつける示唆を加えた。クラスによっては、同じテーマなのに結論が食い違い、生徒同士の討議の時間を持てれば盛り上がりそうところもあったのに、時間がとれず残念だった。



3. 生徒の発表の例と生徒の感想

〈①についての例〉

(1) グラフを描いて上手に変化の様子をとらえたもの (右上)

(2) 式を立てたまとめ

関数の応用 (発表用まとめ) H13.11.2

R組 2 グループ メンバー

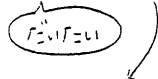
私たちのグループは スタートダッシュ の資料を選びました。

私たちのグループは 100m 走のグラフが「一番速いの」

という視点で考察しました。

<考察した内容>

グラフを書く → 2次関数式ではないか?



おぼろの式をEで求める。

(xは時間, yは距離と置く)

K $y = 7.8x^2$

N $y = 4.5x^2$

M $y = 8.1x^2$

T $y = 9.1x^2$

$y = 100 \text{ m}$ を代入する

$x = 4$

これはありえない。

どこかで1次関数式にはば?

<結論>

最初は2次関数でどこかの1次関数に変わるという。20mの系三果から考える。K <u>u</u>が一番速いと思われ。

(4) 距離を基準に測定したのでグラフを描き間違えたもの

Runner's Time & Distance (Mr. TO)

Data of TO

3u 5班

Time	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{4}$	2	$\frac{25}{10}$	$\frac{13}{5}$
Distance(m)	2	4	6	8	10	12

Time	$\frac{29}{10}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{17}{5}$	$\frac{23}{20}$		
Distance(m)	14	16	18	20		

Graph



$y = 2x^2 \quad (0 \leq x \leq 2)$

$y = 3x + 5 \quad (2 < x)$



(3) 表でまとめ, 1次関数になる部分がよくわかるもの

関数の応用 (発表用まとめ) H13.11.2

R組 3 グループ メンバー

私たちのグループは スタートダッシュ の資料を選びました。

私たちのグループは 4人(まほ)のように走って、100m走を「一番速いの」という視点で考察しました。

<考察した内容>

私たちはまず、コンピュータのデータを読み取りました。それは、次のようになります。

M

秒	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6
m	1.95	4.5	7.9	11.5	15.2	20

T

秒	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6
m	1.5	3.8	6.9	10.3	14.5	18

K

秒	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0
m	2.0	5.0	8.5	12.6	17.0

N

秒	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0
m	1.2	4.0	8.0	12.0	17.0

走り方 → この時に最初は2次関数だが1次関数になる

<結論>

走り方が異なるように、グラフで便利の人が2次関数式で「一番速いの」結果はTくん。

実はグラフの内側が一番速いので結果は違った。

(5) 陸上競技について調べたもの

陸上には大きく分けて2つの走り方。ベンジョンソンのような「ピッチ走法」「先行逃げ切り型」カールルイスのような「ストライド走法」「追い込み型」(中略)次に頭を上げる位置について注目。理想としては、スタートしてから最高時までには低く飛び出すことが重要。こけないようにしつつ、ギリギリのところまでつっこんでいく。その低い体勢を維持しつつ走るには20m付近まで地面を見るようにし、顔を下に向けて走る。この時、頭だけ下げるなどしないよう、背中に1本の棒を入れたようにして走る、ということだそうです。この理想の走り方に一番近いのは20m以降に頭を上げ、姿勢を低くして走っているNくんだと思います。

(6) 友人の性格も考慮して100mの結果を予想したもの

Mくん

時間(秒)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
距離(m)	1.0	3.0	5.9	8.3	12.0	14.0	19

2 2.9 2.9 2.7 3.0 4.0

<性格>

- 20mまで、0.5mずつの距離はのびている。
- こういうことには積極的にのびるはずである。

Tくん

時間(秒)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
距離(m)	1.0	2.4	5.0	8.0	11.8	15.0	18.3

1.4 2.4 3.0 3.4 3.2 3.3

<性格>

- 波になっているのでこれからもっと大きい波がきてゴール!!
- 彼はひたむきがんばる性格なので、彼はのびるだろう。

Nくん

時間(秒)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
距離(m)	0.9	2.4	5.0	8.0	12.0	16.0	20.0

1.5 2.6 3.0 4.0 4.0 4.0

<性格>

- 2.5秒までは、川原調にのびているが、それから先は1定である。(しかし、他の人に比べて8.0→12.0ののびが大きい)
- はずかしがりながらも頑張っちゃう。

Kくん

時間(秒)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5
距離(m)	1.0	3.0	5.9	8.2	12.0	15.0	19.0

1.2 1.2 2.9 3.2 3.0 4.0

<性格>

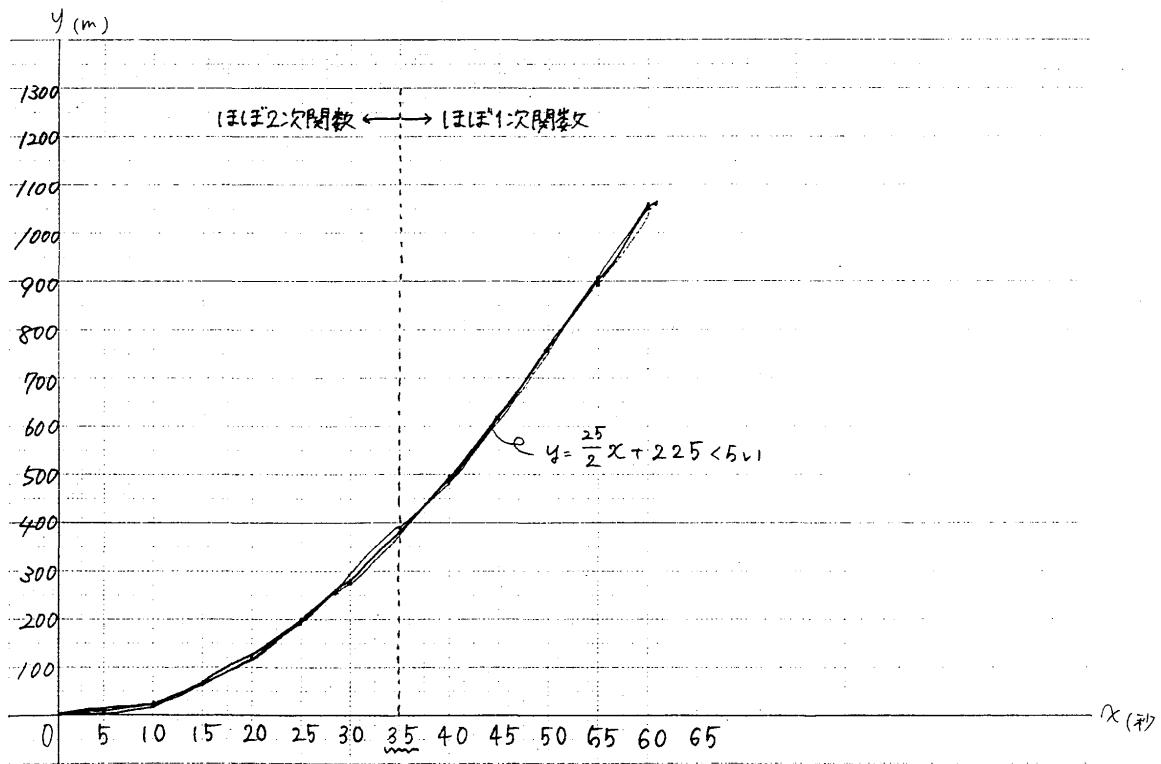
- 20mまで、0.5秒ずつの距離にのびている。
- Kくんは、すばしこいが、断念しやすい。

結果：性格とグラフからTくんが1位になると思います。

理由はグラフから見てもわかるように、だんだん記録がのびていると思うし、性格を分析した結果、ひたむきに頑張る性格なのでこれからもっと記録がのびると考えたので、Tくんが1位になると思う。

<②についての例>

(1) グラフを描いて上手に変化の様子をとらえたもの



(2) 独自の指標を作って分析したもの



★メンバー★



☆ 私達は電車の元張度についてしらべました。

データのメモ

<901>

時間: x(秒)	5	10	15	20	25	30	35
距離: y(m)	2	30	68	121	198	281	380

<902>

時間: x(秒)	5	10	15	20	25	30	35
距離: y(m)	4	24	62	121	197	279	373

<903>

時間: x(秒)	5	10	15	20	25	30	35
距離: y(m)	10	37	80	140	214	300	388

<904>

時間: x(秒)	5	10	15	20	25	30	35
距離: y(m)	25	55	103	159	225	303	453

グラフについて でした...

— G02 — G04
 — G03 —
 — G01 —

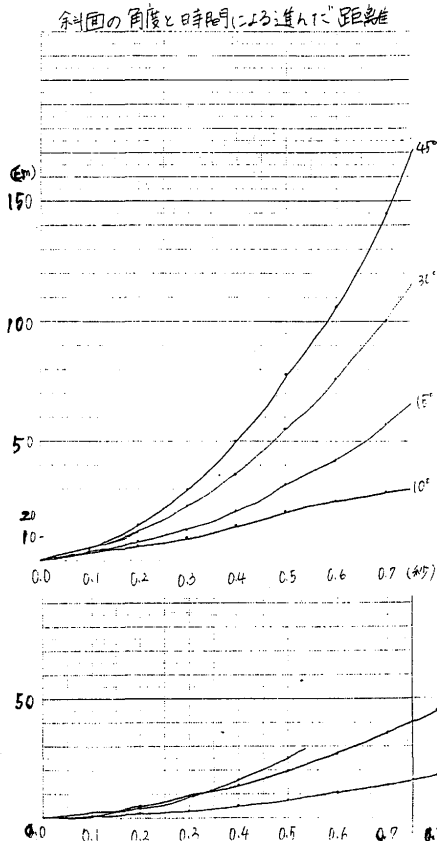
結果

これも曲線を描いているの
2. 時間数といえずでは

4が1ばん元張りました。

<③>についての例

(1) グラフを重ねて判断しようとしたもの



(2) 式を立てたまとめ

関数の応用 (発表用まとめ)

H13. 1.1. 2

R 組 / グループ メンバー

私たちのグループは 玉転がし の資料を選びました。

私たちのグループは
傾きと式の関係

という視点で考察しました。

<考察した内容>

「xの2乗に比例」と仮説を立て、式を立てる。

傾き 15

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	40	90	130	210	310	430	580	720	900	1090	130
a	40	22.5	14.4	13.1	12.4	11.9	11.8	11.3	11.1	10.9	10.7

12 13
1530 1750
10.6 10.4

aの平均 11.7

傾き 45

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	50	130	300	510	780	1050	1450	1900
a	50	32.5	33.3	31.9	31.2	29.2	29.6	29.7

aの平均 31.1

<結論>

1. 仮定が成り立つ
2. 傾きと加速度が比例する
3. yが、xにr2に比例して加速度が安定してくる。

(3) 同じクラスの発表で、同じ視点なのに結果がかなり違ったために議論が盛り上がりかけたもの

関数の応用 (発表用まとめ) H13. 10. 31

梅組 1 グループ メンバー

私たちのグループは 五三がし の 写真 の資料を選びました。
 私たちのグループは 教科書のストロボ写真の場合は、関数の式から判断して斜面の角度は、

という視点で考察しました。
 <考察した内容>
 $y = ax^2$ に、角度 α とは数字を代入して、比例定数の平均を出しました。
 5°の場合 → 約 57 15°の場合 → 約 195
 30°の場合 → 約 282 45°の場合 → 約 403
 上記より、教科書の場合は、 $5^\circ < 15^\circ$ と予想されます。
 又、 $57 \times 2 = 114$ と $195 \div 2 = 97.5$ なので角度は 10 以下と考えられます。
 $195 \div 15 = 13 \dots 15^\circ$ の基準として計算した 1° の場合の比例定数。
 $100 \div 13 = 7.6323076 \dots$ なので、約 7.6°
 <結論>
 教科書の写真の斜面の角度は、 $7, 6^\circ$ 。
 おわり。

関数の応用 (発表用まとめ) H13. 10. 31

V組 6 グループ メンバー

私たちのグループは 五三がし の資料を選びました。
 私たちのグループは 3-12 関数の式から判断して斜面の角度は

という視点で考察しました。
 <考察した内容> $a = \frac{y}{x^2}$
 各角度 α に $y = ax^2$ の値を代入。
 実験結果
 * $5^\circ \rightarrow 57$
 * $10^\circ \rightarrow 108$
 * $15^\circ \rightarrow 201$
 * $30^\circ \rightarrow 231.6$
 * $45^\circ \rightarrow 346.3$
 * $?^\circ \rightarrow 100$
 教科書
 * $1^\circ \rightarrow 10.32$
 * $10^\circ \rightarrow 100$
 * \rightarrow 約 9° と考えられる。
 <結論> 教科書の図の角度は、
 約 9° である。

関数の応用 (発表用まとめ) H13. 10. 31

U組 7 グループ メンバー

私たちのグループは 五三がし の 写真 の資料を選びました。
 私たちのグループは 教科書のストロボ写真の場合は、関数の式から判断して斜面の角度は?

という視点で考察しました。
 <考察した内容>
 単位のグラフ式で表した関数 $y = ax^2$ の傾き a を比較する。

$2^\circ \dots y = 100x^2$	+20	?
$5^\circ \dots y = 100x^2$	+60	12
$10^\circ \dots y = 180x^2$	+72	19.4
$15^\circ \dots y = 250x^2$	+144	9.6
$30^\circ \dots y = 396x^2$	+1204	13.6
$45^\circ \dots y = 600x^2$		12.4

 こゝで、比例定数に注目して考えると
 <結論>
 教科書の斜面の角度は、 $< 3.4^\circ$
 (注: $20 = (5^\circ - 2^\circ) = 12.4$, $5^\circ - 2^\circ = 1.6$, $2^\circ = 3.7$)

〈生徒の感想〉

- 自分の班で調べたものとは、他の班と違う結果になり、こういった公の場で情報交換をしてみれば、正しい結果が出るのではないかと思うので、話し合いをもっとした方がいい。
- 玉転がしについて調べたけれど自分でもよくわかっていなかったもので、うまく説明できませんでした。ごめんなさい。スタートダッシュのはけっこうわかりやすくて、2次→1次に変化することがわかりました。
- 様々な運動に2次関数が存在していました。身のまわりにある物体の動きが式に表せるなんて驚きです。
- コンピュータの小さい画面だと誤差が生じやすいから大変だと思った。各班の意見が聞けておもしろかった。
- 全ての発表を聞いて、班ごとに違う意見を持っているんだとわかった。そして、私たちが生活してたいして考えないでわからないような所に、関数があるということを知った。ひょっとしたらいっぱいあるんじゃないか!?
- 一人で調べたままはつまらないがこうやって同じ課題の結果を見て比べるのはおもしろかった。その班それぞれの結果があるので、数学の答えはひとつのはずなのに、それが新鮮でおもしろかった。
- 同じデータでもこんなに差が出るというのは、人間の感覚も人それぞれだと思った。先生が討論をするとおっしゃっていたので少し楽しみだったのに、なかったので少しがっかりした。斜面の角度も計算によってだいたいわかるなんて、数学も無駄でないと思った。
- どの班も2次関数の式を導けていて感心した。データと様々な面から照らし合わせられており、深い発表も多かったと思う。数学の他の内容でも、こういった考え方が大切になると思う。
- なんか数学は日常的に大人になって使わないとかみんないうけど、ずい分いろんな所にあるんだなあとと思った。物事の一番下のところに、数学や理科やいろいろな教科があって、そういうのがわかったのが面白かった。あとアドバイス考えたり分析したり面白かった。
- 関数の幅広さを感じた。スポーツ、理科、ゲームなど3種類の異なった関数から新しい視点でものを見ることができるようになった。数学はただ“数の学習”と思っていたけど、他の教科のものと一緒に考えてみると新たな関心が生まれると思う。
- どの班も本当に一生懸命とりくんでいてすごかった。最初はただ単純に2次関数のグラフしかできないと思っていたけれど、1次関数に変化したりさまざまな考察が1つのデータからできることがすごく不思議だしおもしろかった。
- 2次関数は身のまわりにもけっこうあることがわかった。理科とつながっていておもしろいと思った。
- いろいろの教科(体育、理科など)の運動について数学上で表せることがわかった。世界は数学で成り立ってる?

- 全ての班がグラフを利用してわかりやすい。グラフだと一目で違いがわかってよかった。
- 同じテーマや視点でも、班によっていろいろな発表の仕方があってよかった。スタートダッシュでは、いろんな視点があったのでおもしろかった。無意識ですごしているけど、生活の中に関数はたくさんあふれていることを実感した。
- グラフに表されると、とても神秘的！説得力がある。かいている時、関数になった時、すごく感動した。
- 調べる前はほとんどが2次関数になると思ってたけど違った。確かに電車などは機械なので常に増え続けると思っていたが、実は違う場合もあった。2次関数と1次関数の融合なので難しいと思った。これからは関数に対する視点が変わると思う。
- 意外にも数学と理科，数学と体育，数学と自然現象などのいろいろなところで数学はからみつくことがわかった。こう考えると，数学は優しく柔らかなものだと思った。

IV まとめと今後の課題

今回の課題学習の企画は、情報教育との関連から始まった。データ（情報）を加工するのに、数学の考え方を使ってもらいたいということにテーマを置いた。生徒にとって比較的数学の授業の中でしか考えない「関数」の発展学習として取り上げた。データが読める映像をつくることは、人によっては何でもないことかもしれないが、私個人にとっては技術がなかった。はじめは、世界陸上のようにテレビの画面にタイムが表示されていれば、コマ送りしながらデータが取れるのではないかと考えた。しかし、距離に関する情報も画面の中になければいけないとなって、デジタルビデオを校内で撮影することになった。生徒に登場してもらうことは、近親感が増し非常に好評だった。電車のゲームも有名なもので、生徒の中には自分でやりたいという声もあがっていた。これらの楽しい教材の制作に協力していただいた方々には感謝している。

4人で討議して簡単には予想できない結論を導くというグループ学習については、とてもうまく行っているところもあれば、男女でなかなか協力できないところもあった。2学期半ばで受験に対するプレッシャーで、のんびり課題学習に取り組めないと焦りを見せる生徒もいたからかと思える。また、データを取り検討する時間が足りなくて、放課後準備させることになったことは、改善する必要があった。

発表については、いろいろな教科で体験する機会があるからか皆上手だった。OHPの調子が悪く時間をロスしてしまい、発表後の討議の時間がとれなかったことが残念であった。このように、映像からデータを取るような形式で課題学習をするのは、生徒の意欲も高まりよかった。

実は、Quick Timeというソフトは、ver.4まではコマ送りが使えるものだが、ver.5からはそれが使えない。そういう様々な状況に対応しながら、さらに、機器や教材の準備が気軽に一人でもできるように、具体的な方法をこれからも修得していきたい。