

生体電気インピーダンス計測における Cole-Cole モデルについて Cole-Cole Model for Bioelectrical Impedance Analysis (BIA)

内山朋香, 太田裕治

Tomoka UCHIYAMA, Yuji OHTA

(お茶の水女子大学大学院 ライフサイエンス専攻)

1. Cole-Cole model

広周波数帯域における誘電率計測においては、実際の計測値と、Debye モデルからの予測値は異なる。そこで、1941年、Cole と Cole は、計測データに合うように修正した式を経験的に導き出し、誘電率の実際の分布は以下のように表せるとした。

$$\epsilon^* = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}} = \epsilon' + j\epsilon'' \quad (1)$$

ϵ_s : 周波数 0 (DC)における誘電率

ϵ_∞ : 周波数 ∞ における誘電率

ここで、係数 α は、計測データに対しよく一致するように選択される。 $\alpha=0$ であれば、Debye モデルに還元される。

Cole-Cole モデルはカーブフィットを目的とし経験的に得られたものであり、計測された現象の根底にある原因については何の情報ももたらさない点に注意する必要がある。現在までに多くの研究者が、複素誘電率の代わりにインピーダンスに関する Cole 式を利用してきた。以下に Cole のインピーダンス式を示す。

$$Z = R_\infty + \frac{R_0 - R_\infty}{1 + (jf / f_c)^{1-\alpha}} \quad (2)$$

ここで、 R_0 と R_∞ は周波数 0 (DC)と ∞ における抵抗。 f は特性周波数 (特性周波数は、複素誘電率で解析がなされる場合と異なる)。

上記の式は、図 1 に示されるような回路に換算でき、

$$R_0 = R_e, R_\infty = \frac{R_e R_i}{R_e + R_i}, f_c = \frac{1}{2\pi C_m (R_e + R_i)}$$

で与えられる。

2. Cole-Cole plot

Cole-Cole plot は、周波数 f の関数であるインピーダンスの

性質を表すものとして有用な方法であり、(2)式で与えられるような複素インピーダンスの実数成分(抵抗: R)と虚数成分(リアクタンス: X)を複素平面上に表したものである。

3. 生体計測と Cole-Cole plot

生体は、図 1 に示す回路として考えることができる。図 1 の様な抵抗とキャパシタンスからなる回路では、インピーダンスプロットは、中心 $((2R_e R_i + R_e^2)/2(R_e + R_i), 0)$ 、半径 $R_e^2/2(R_e + R_i)$ の円弧を描くはずである。しかし、生体について実際に計測を行うと、図 2 に示すような円弧中心がリアクタンス正方向にずれたつづれた円弧を描く。これは、計測対象が均質ではなく、抵抗 R やキャパシタンス C に分布があるためと考えられ、Cole 式に当てはめてることが有効である。

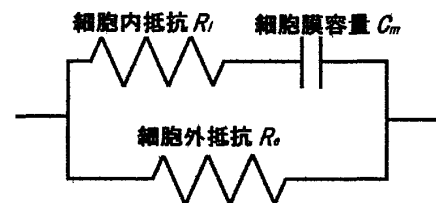


図 1 細胞等価モデル

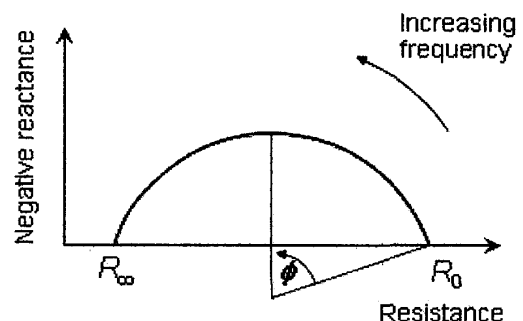


図 2 つづれた Cole-Cole plot

図 2 において俯角 ϕ は、

$$\phi = (1-\alpha)\pi/2$$

として表せる。ここで、 α はキャパシタンスの損失係数に相当し、均質度と呼ばれる。 α が 0 に近いほどこの偏差は小さ

いと考えられる。すなわち、Cole-Cole plot は半円に近づき、細胞が均質であることを示す。

4. パラメータ α

パラメータ α の考え方として、下記が提案されている。

- 1) DRT (distribution of relaxation times : 緩和時間分布)
- 2) 多体理論を基にした、物質中における群間の相互間作用
- 3) 等価回路からの偏差尺度
- 4) エネルギー源中の電荷担体
- 5) ワールブルグ分散

5. 計測値の解析と考察

実際に左前腕内側にて生体電気インピーダンス計測を行った(被験者: 20代女性4名) 結果について、Cole-Cole モデルへのカーブフィットを行った。

○最小二乗法によるカーブフィット: 平面上の円の軌跡は、中心 (a, b), 半径 \sqrt{r} として、

$$(R - a)^2 + (X - b)^2 = r$$

である。ここで、評価式として、

$$f(a, b, r) = \{(R - a)^2 + (X - b)^2 - r\}^2$$

を考え、この式を最小にする、a, b, r 値を求める。すなわち、

$$\begin{aligned} f(a, b, r) = & a^4 - 4Ra^3 + 2(3R^2 + X^2)a^2 \\ & - 4R(R^2 + X^2)a + b^4 - 4Xb^3 \\ & + 2(3X^2 + R^2)b^2 - 4X(R^2 + X^2)b \\ & + r^2 - 2(R^2 + X^2)r + 2a^2b^2 - 2a^2r \\ & + 4Rar + 8RXab - 4Xa^2b - 4Rab^2 \\ & - 2b^2r + 4Xbr + (R^2 + X^2)^2 \end{aligned}$$

上式に各周波数における測定から得られた抵抗 R およびリアクタンス X を代入し、 f を求める。次に得られた各式の総和、 Σf について、未知数 a, b, r に関する偏微分が 0 になる式を求め、連立方程式により a, b, r を決定する。これより、近似線を求めた結果を図 3 に示す。

表 1 計測結果の近似線から求めた各要素

被験者	皮膚状態	細胞外抵抗		α
		$k\Omega/mm$	ϕ deg	
A	正常時	246.37	1.358	0.135
	発赤時	198.57	1.379	0.122
B	正常時	44.1	1.326	0.156
	発赤時	34.21	1.335	0.15
C	正常時	30.31	1.332	0.152
	発赤時	26.75	1.342	0.146
D	正常時	101.48	1.303	0.17
	発赤時	83.23	1.315	0.163
標準偏差	正常時		0.039	0.025
	発赤時		0.023	0.015

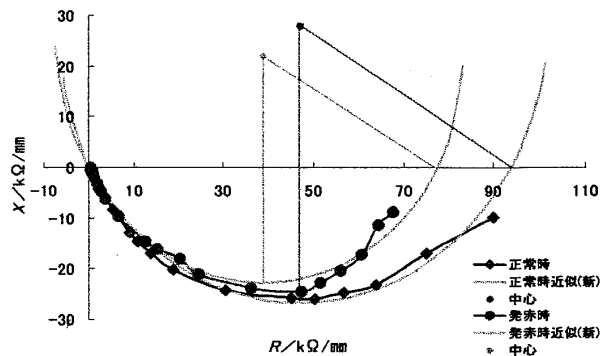


図 3 被験者 D の Cole-Cole plot

カーブフィットによる近似線から、俯角 ϕ および係数 α を求めた。結果を表 1 に示す。いずれも発赤時に角度 ϕ が大きくなり、均質度 α が小さくなるという結果となった。これより、発赤により細胞均質度が上昇した、すなわち、等価回路に近づいたと考えられる。また、細胞外抵抗値が被験者間ではかなり異なったが、 ϕ 値では差はあまり見られなかった。この計測においては人体前腕皮膚において、俯角 ϕ は個体差がないと考えられた。

参考文献:

- 1) Brown, Smallwood, Barber, Lawford, and Hose. "Medical Physics and Biomedical Engineering". IOP Publishing Ltd. 1999.
- 2) Grimnes, Martinsen. "Bioimpedance & Bioelectricity BASICS". Academic Press. 2000.
- 3) <http://butler.cc.tut.fi/~malmivuo/bem/bembook/25/25.htm>
- 4) 谷田, 高井, 會川. 「交流回路と Cole-Cole plot」. 生活工学研究 2(2), p.p.112-115. 2000.