

生体電極とその形状
Electrode for living body and its geometry
谷田尚子, 高井信治*, 太田裕治, 會川義寛
Hisako TANIDA, Nobuharu TAKAI*, Yuji OHTA, Yoshihiro AIKAWA
(お茶の水女子大学ライフサイエンス, 東京電機大学生命工学科*)

1. はじめに

医療の臨床において人体に体表から電気的な刺激を与えたる、体内の電気的な信号を測定したりすることがある。その際の電気系と人体との界面が電極である。そして前者は治療に、後者は診断に用いられるが、前者の電極は注入電極 **injection (exogenic) electrode (source)**、後者の電極は測定電極 **recording (endogenic) electrode (lead)**となっている。体内の変化が体表にどのように現れるかを検討する問題を順問題 **forward problem**、体表の測定から体内の状態を推定する問題を逆問題 **inverse problem** と言うが、これらの問題にも常に電極が必要であることは言うまでもない。

その際どの様な形状の電極が、どの様な電気的特徴を有しているかを知ることは重要である。本稿では電極の形状とその性質について解説した。

2. 球電極

生体表面に球電極（半径 a ）を半分だけ押し込み当たる形状の電極を考えよう (Fig. 1)。この球電極の電位を V とする。球の中心から r の距離の生体（誘電率 ϵ 、導電率 σ ）内の電位 $\varphi(r)$ は

$$\varphi(r) = (a/r)V \quad (1)$$

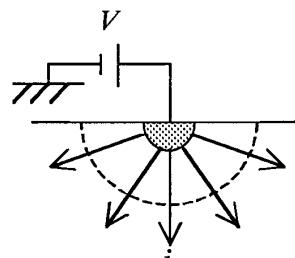


Fig. 1 Hemispheres electrode

であり、電界 $E(r)$ は

$$E(r) = (a/r^2)V \quad (2)$$

である。従ってそこでの電流密度 $i(r)$ は、

$$i(r) = \sigma a V / r^2$$

であり、従この電極から流れる全電流 I は

$$I = 2\pi a \sigma V = GV \quad (3)$$

である。すなわちこの半球電極系の電気導度 **conductance** は

$$G = 2\pi a \sigma \quad (4)$$

であることがわかる。

(3) 式または (4) 式より、電極に同じ電圧 V を加えても半球電極の径が小さければそれに比例して電流が流れにくくなることが分かる。もしこの電流の増え方を電極と生体との接触面積によるものであると考えれば a^2 に比例するはずであるが、そうではなく a に比例することに注意しよう。

次に単位体積あたりの発熱速度 p は

$$p = iE = \sigma a^2 V^2 / r^4 \quad (5)$$

なので、本電極系の全発熱速度 P は

$$P = GV^2 = 2\pi a \sigma V^2$$

であり、この熱の半分は $r = 2^{1/3}a = 1.26a$ 、すなわち電極からその径のわずか 0.26 倍の距離までの生体内において全体の半分の発熱が生じている。この種の電極の発熱が電極近傍でしか生じないことが、電気メスの作動原理となっている。

3. 円盤電極

人体皮膚上に半径 a の円盤電極を貼り付けた場合を考える。

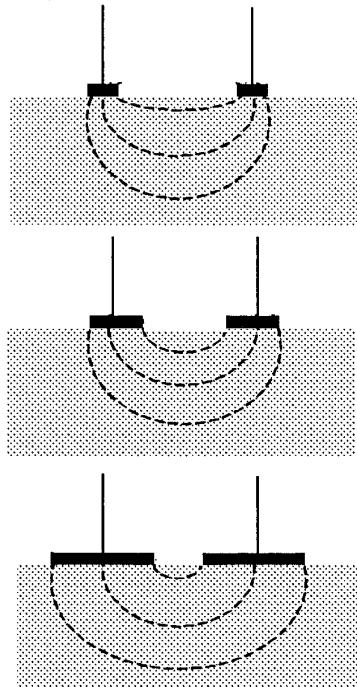


Fig. 2 Measuring depth as a function of electrode dimensions, constant distance between electrode centers

この円盤電極は、前節に述べた皮膚上に押しつけた半球電極（半径 a ）を上下方向に潰していく、回転楕円体電極についていた極限として考えることができる。するとこの電極系の電気導度 G は

$$G = 4a\sigma \quad (6)$$

となる。半球電極の電気導度（4）式に比べてこの式は電極が平らになった分だけ係数が π から 2 へと小さくなっている。

円盤電極（半径 a ）を皮膚上に距離 l だけ離れて 2 つ並べて使用すると、その電気力線の浸入深さは約 $l+a$ となる（Fig. 2）。従って測定したり影響を与えたいたい組織の深度は電極面積とその電極間距離によって選択することを考えなければならない。

4. 針電極

皮膚に垂直に毫針を針刺した場合（直刺）を考えよう。このときの進針深度は d 、直刺なので進針角度は $\theta = 0$ である。この直刺した毫針を電極として用いる場合の電気導度を以下の 3 つの方法で考えてみよう。

まず z 軸に沿って半径 a の細い円柱電極があり、その廻りに同じく z 軸を中心とする半径 l の円筒電極があるとする。この間は導電率 σ の導体で満たされており、円筒電極に対し円柱電極は電位 V だけ高いものとする。すると d が十分大きく、深さ方向が均一で 2 次元問題と考えられる場合には、2 電極間の電気導度は

$$G = 2\pi d\sigma/\ln(l/a) \quad (7)$$

が得られる。1 本の毫針電極と広面積の対電極とを用いる場合はこの配置において l が大きい場合に近くなるとも考えられるが、その場合は毫針の長さ d を無限大とした近似が成り立たなくなるので、(7) 式はそのまままで用いることができない。

次に半径 a 、長さ d の円柱が平行に 2 本 l だけ離れて存在する場合を考えよう。これをまとめて解くと互いの電極の電荷により円柱電極内の電荷分布が不均一になることなどを考慮に入れなければならないが（この場合は今鏡像法を用いて解析しなければならない）、面倒なので毫針電極半径 a は毫針間距離 l に比べて十分に細いものとして考えよう。すると簡単な計算の結果（ただし先と同じく毫針の長さ d は無限大とする。）毫針間の電気導度

$$G = \pi d\sigma/\ln(l/a) \quad (8)$$

が得られる。先程の（7）式に比べると係数 2 がなくなっている。

次に先程の半球電極が上下方向に伸びて回転楕円体となり、深さ方向長さが d 、回転半径が $a_R = (r^2)^{1/2}$ となった場合を考えよう。するとこれは半径 a の毫針を深度 d で刺入したときのモデルとなる。するとこのときの電気導度

$$G = 2\pi a_R/\ln(2a_R/d) \quad (9)$$

が得られる。ここでは d が無限大となる仮定は使っていない。

5. おわりに

一般に電極系の電気導度 G と電気容量 C は電極面積 S と電極間距離 l とを用いて

$$\begin{aligned} G &= \sigma(S/l) = \sigma L \\ C &= \epsilon(S/l) = \epsilon L \end{aligned} \quad (10)$$

と表わせる。この L は電極系の形状や幾何学的配置に依存する電極定数である。

すると半球電極（半径 a ）、円盤電極（半径 a ）、回転楕円体刺入電極（回転半径 a_R 、深度 d ）の場合の電極定数 L は

$$\begin{aligned} L &= 2\pi a && (\text{半球電極}) \\ L &= 4a && (\text{円盤電極}) \\ L &= 2\pi a_R/\ln(2a_R/d) && (\text{回転楕円体刺入電極}) \end{aligned} \quad (11)$$

である。いづれの場合も電極の大きさは有限であり、大きく見れば電極から放射状に電気力線が発散する。

これに対し、直刺の毫針電極で深さ方向を均一とした近似においては電極定数 L は

$$\begin{aligned} L &= 2\pi d/\ln(l/a) && (\text{毫針・円盤電極}) \\ L &= \pi d/\ln(l/a) && (\text{毫針平行電極}) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。

(11) 式と (12) 式との違いは巨視的に見れば (11) 式は点対称（球対称）、(12) 式は線対称（円筒対称）であることである。このように電極系の形状およびその幾何学的配置を電極定数 L の概念を用いて理解することは極めて有用である。

[参考文献]

1. S. Grimnes and P. G. Martinsen, "Bioimpedance and Bioelectricity", Academic Press, 2000.
2. 和田八三久, 「電磁気学」, 朝倉書店, 1970