

## 応力と骨

### Stress and bones

浦瀬真理子, 會澤重勝\*, 太田裕治, 會川義寛

Mariko URATAKI, Shigekatsu AIZAWA\*, Yuji OHTA, Yoshihiro AIKAWA

お茶の水女子大学ライフサイエンス, 東京衛生学園\*

#### 1. はじめに

骨は、運動構造の支持（長骨 long bone）支点（関節 articulation）・臓器の保護（扁平骨 flat bone（頭蓋・胸郭・骨盤））などの力学的役割と、電解質の貯蔵（骨緻密質）・造血作用（骨髄）などの生化学的役割がある。前者は骨の固体としての特性を利用しておらず、骨構造を維持するため常に重力や外力に起因する応力を受けている。

本稿では、運動機能に関連の深い長骨に注目を寄せつつ、その応力に対する構造を考えてみたい。

#### 2. 長骨の構造

長骨は、縦に長い骨幹 diaphysis と、その両端の骨端 epiphysis とからなる。骨幹は中空性の管で、骨緻密質 compactum からなる。内部には骨髄腔 medullary cavity があり、その中に骨髄 bone marrow が入っている (Fig. 1)。

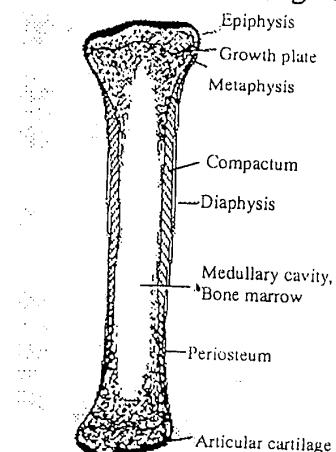


Fig. 1 Structure of long bone

#### 3. 応力と歪み

材料は、張力を加えれば伸び、圧力を加えれば縮む。これを、単位面積当たりの力である応力 stress (張力を正、圧力を負とする)  $\sigma$  と、変形の割合である歪み strain (伸びを正、縮みを負とする)  $\epsilon$  との関係として考察すれば、材料の幾何学的形態を省略した、物質固有の性質、すなわち物性として検討可能となる。すなわち応力-歪特性 stress-strain characteristics である。骨緻密質の応力-歪特性を Fig. 2 に示す。

歪  $\epsilon$  が小さいうちは、歪  $\epsilon$  と応力  $\sigma$  は比例し、原点を通る直線となっている。すなわち

$$\sigma = E\epsilon \quad (1)$$

である。この傾き  $E$  を弾性率 Young's modulus という。すなわち骨は弾性率  $E$  で変形に抵抗している。ここまでが弾性変形 elastic deformation

領域である。典型的な材料の弾性率を Table 1 に示す。

Table 1 Young's modulus of various materials

材料	$E/\text{GPa}$	材料	$E/\text{GPa}$
鉄	200	木	10
アルミ	70	樹脂	1
ガラス	70	腱	0.4
骨	17	ゴム	0.003

さらに歪み (変形) が大きくなると、ついに材料は変形への抵抗をあきらめる。このあきらめ始めた点を降伏点 yield point という。そしてさらに変形が進めば破壊される。破壊点 breaking point である。この降伏点と破壊点との間は塑性変形 plastic deformation 領域であり、応力を除去してもう材料は元には戻らない。破壊点における応力を材料の強度 strength という。

骨の場合、降伏歪みは約 0.005 であり、破断歪みはその 3 倍の約 0.015 である。

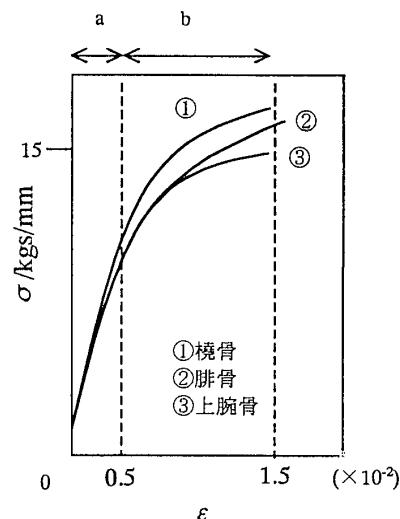


Fig. 2 Stress-strain curve of human bones

#### 4. 骨の曲げ

いま長骨 (半径  $a$ ) を、その骨軸 ( $x$  方向) を曲率  $\kappa$  で左側 ( $y$  方向) に曲げたとしよう。いまこの弯曲した骨軸を含む平面 ( $xy$  平面) を考え、これに垂直に上方向に  $z$  軸を取る。

ここで、この  $xy$  平面で左に弯曲している骨軸を含み、かつ  $xy$  平面上に垂直な曲面を考える。この曲面の左側の骨は  $x$  方向に圧縮され、右側の骨は同じく  $x$  方向に伸張されており、この曲面上の骨部分だけは伸縮と関係なく元の長さのままである。したがってこの面を中立面と呼ぶ。すると  $y$  は中立面からの距離を意味する。

さて、いま骨軸は曲率 $\kappa$ で左側（y方向）に曲がっているので、曲率半径を $r=1/\kappa$ とすれば

$$(x+\Delta x)/\kappa = (r-y)/r$$

より、歪み $\epsilon=\Delta x/x$ が

$$\epsilon = -\kappa y$$

となる。したがって、中立面から距離 $y$ の骨部分には

$$\sigma = E\epsilon = -E\kappa y$$

の応力が掛かっている。ここで $E$ は骨の弾性率である。

ここで骨の断面(yz面)を考えよう。このとき中立面はこの断面上では上下の正中線(z軸)であるが、この断面に加わっている、骨(骨軸 $x$ )を左側(y方向)に曲げようとする力のモーメント $N$ は、 $z$ 方向を向き、かつその大きさは、力かける正中線からの左右への(y方向への)距離なので

$$N = \int y \sigma dS = E\kappa \int y^2 dS = EI\kappa \quad (2)$$

となる。ここで曲げ力モーメント $N$ は、曲げ $\kappa$ に比例することは勿論だが、そのほかに、材料の硬さ $E$ と材料の形の曲げにくさ $I$ にも比例することがわかる。

この $I$ は断面2次面モーメントといい

$$I = \int y^2 dS = y_c^2 S \quad (3)$$

で定義されるが、この $y_c$ は正中線からの距離平均で、

$$y_c^2 = \int y^2 dS / S \quad (4)$$

で定義され、円(半径 $a$ )では $y_c = a/2$ 、長方形(横幅 $2a$ )では $y_c = a/\sqrt{3}$ である。

骨の曲げ骨折を防ぐには、骨の外側に強度の強い物質があればよく、内側は中空でも問題がないことがわかる。骨緻密質と骨髄腔との関係はこの意味でも合理的である。

#### 4. 骨の捩れ

今度は骨軸(今度はこれを $z$ 軸とする)の廻りに右ねじの方向に長骨を捩率 $\tau$ で捩った場合を考えよう。

まづ骨を薄く輪切りにする。厚さは $dz$ である。この盤の上面と下面とは捩りによりずれている。すなわち上面は下面より $\tau dz$ だけ右廻りに廻轉している。すると骨軸から $r + dr$ の距離にある薄い円筒形の骨部分はすべて、円筒壁に縦に沿った直線が右に

$$\theta = \tau r$$

だけ傾いていることがわかる。

ここで剛性率を $G$ とすると、剪断応力 $\sigma$ は

$$\sigma = G\theta = G\tau r$$

となる。

そこで骨軸の廻り右ねじ方向に捩ろうとする力のモーメント $N$ は、 $z$ 方向を向き、かつその大きさは、力かける骨軸からの距離 $r$ なので

$$N = \int r \sigma dS = G\tau \int r^2 dS = GJ\tau \quad (4)$$

となる。ここで捩れ力モーメント $N$ は、捩れ $\tau$

に比例することは勿論だが、そのほかに、材料の剪断硬さ $G$ と材料の形の捩りにくさ $J$ とともに比例することがわかる。

この $J$ は断面2次極モーメントといい

$$J = \int r^2 dS = r_c^2 S \quad (5)$$

で定義されるが、この $r_c$ は骨軸からの距離平均で、

$$r_c^2 = \int r^2 dS / S \quad (6)$$

で定義され、円(半径 $a$ )では $r_c = a/\sqrt{2}$ となる。

捩れ骨折も、曲げ骨折と同様に、これを防ぐには、骨の外側に強度の強い材料がある必要があることがわかる。

#### 5. 骨緻密質の微細構造

骨緻密質は、圧力に強いアパタイトapatite結晶( $3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2\text{Ca}(\text{OH})_2$ )と、張力に強いコラーゲンcollagen膠原纖維とから成る。そしてその中に、これらを分泌した骨細胞が存在して、骨単位osteon(径 $185\text{ }\mu\text{m}$ )を形成している。

アパタイト結晶(長さ $200\text{\AA}$ 、径 $50\text{\AA}$ )は骨緻密質重量の約 $2/3$ を占め、コラーゲン膠原纖維方向に配向している。コラーゲン纖維は骨緻密質の残りを占め、薄板状に平行に並んだ層がその纖維方向が互いに垂直になるように重なり合っている。

骨を構成するこの2つの物質の力学的性質は対照的である。アパタイト結晶は圧縮に強く弾性率は $165\text{ GPa}$ であり、コラーゲン纖維は引張に強く軸方向弾性率は $1.24\text{ GPa}$ である。大腿骨の引張応力に対する弾性率は両者の中間値 $18\text{ GPa}$ であるが、複合材料としての骨の強度(破壊応力)はこの2つの構成材料いづれの強度よりも大きく、両者互いに、軟らかいコラーゲン纖維は硬いアパタイト結晶の脆さを、硬いアパタイト結晶は軟らかいコラーゲン纖維の変形を補いあっている。

骨は負荷条件の変化によってその形を再構築するといわれている。海綿質の骨梁は主応力線の方向に一致する。

#### 6. 加齢による骨構造の変化

骨量は加齢とともに確実に減少する。約10年ごとに骨緻密質は3%の割合で減少し、閉経後はさらに9%となる。骨緻密質は内側から薄くなるが、いづれ破壊応力が小さくなり、ついには骨粗鬆症となる。

#### [参考文献]

1. G. B. Benedek, F. M. H. Villars, "Physics", Vol. 1 Mechanics, Addison-Wesley Pub. Co., 1973
2. N. Zakaya, M. Nardin, "Fundamentals of Biomechanics", Springer-Verlag, 1999
3. Y. C. Fung, "Biomechanics-Mechanical properties of Living Tissues", 2nd Ed., Springer-Verlag, 1993