

誘電率と生体

Permittivity and living body

谷田尚子, 高井信治*, 太田裕治, 會川義寛

Hisako TANIDA, Nobuharu TAKAI*, Yuji OHTA, Yoshihiro AIKAWA

(お茶の水女子大学ライフサイエンス, 東京電機大学生命工学科*)

1. はじめに

生体は機能的にも構造的にも細胞を基本として構成されている。したがって、材料的観点より見れば非常に不均一な構造をしている。この不均一性により生体を持つ電氣的性質は複雑となる。

生体を構成する個々の要素はそれぞれ電氣的性質として誘電性と導電性とを有する。これらは各部位の誘電率 ϵ と導電率 σ とで表わされ、生体の有する構造はこの ϵ と σ の空間分布に反映される。したがって生体の電氣的性質を調べることににより、生体の構造に関する情報を得ることができる¹。

誘導電比 ϵ/σ は時間の次元を持ち、その逆数は周波数の次元を持つ。そしてそれらは生体の各構成要素ごとに異なる値を持つであろう。したがって電氣的擾乱に対する生体の過渡応答や周波数特性を測定することによってそれぞれの生体構成要素を分離・検出できる可能性がある。

本稿では以上の観点から、生体の電氣的性質について主にその周波数依存性に関して解説する。

2. 分極と感受率

物質に電界 E を加えると、物質内部が電氣的に歪む。この物質の電氣的な歪みを分極 P という。分極 P は一般には加えた電界 E に比例する。すなわちこの比例性を

$$P = \epsilon_0 \chi E$$

と表わす。ここで、 ϵ_0 は真空誘電率といい定数であり、 χ は感受率 susceptibility といひ物質の電氣的歪み易さを表わす。

物質が電界により電氣的に歪むとき、同時に、その物質が存在するその場の真空自身も電氣的に歪む。そしてこの真空の電氣的歪みも、加えた電界 E に比例する。これを $D_0 = \epsilon_0 E$ と表わす。この真空の電界による歪みの比例定数 ϵ_0 を真空誘電率という。真空の電氣的歪み易さは真空に特有な値なので、これは定数である。したがって省みれば、物質の感受率 χ は、

真空に比較したときの(相対的な)電氣的歪み易さの指標であったことがわかる(したがって無次元の量である)。

その空間の電氣的な歪み、すなわち電気変位 D は、物質と真空の電氣的歪みの和であるので、

$$\begin{aligned} D &= \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E + \epsilon_0 \chi E \\ &= \epsilon_0 (1 + \chi) E = \epsilon_0 \epsilon_r E = \epsilon E \end{aligned} \quad (1)$$

となり、やはり電界 E に比例し、この比例定数 ϵ を誘電率 permittivity という²。

Table 1 Electric displacement as the sum of vacuum and material polarizations

電気変位 D	$D = \epsilon E = \epsilon_0 (1 + \chi) E$
真空分極 D_0	$D_0 = \epsilon_0 E$
(物質) 分極 P	$P = \epsilon_0 \chi E$

真空の電界による歪み $\epsilon_0 E$ は瞬時に起こる。これに対し、物質の歪み、すなわち分極 P は、ほぼ瞬時に起こるもの(瞬时分極)と、やや遅れて起こるもの(遅延分極)との2種類がある(Fig. 1)。やや遅れる(誘電緩和)のは何らかの粘性的抵抗があるためであり、粘性的抵抗があればエネルギーは蓄えられず熱として散逸する(誘電損)。

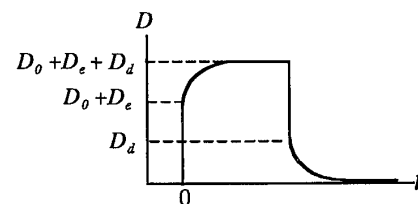


Fig. 1 Electric displacement as the sum of vacuum, instantaneous and delayed polarization

電子の変位(光学分極)やイオンの平衡位置からの変位(赤外線分極)などによる変位分極 displacement polarization は多くは瞬时分極であり、双極子の配向(マイクロ波分極)による配向分極 orientation polarization は遅延分極の例である。

このほか、物質中を正負のイオンが泳動することによる空間電荷分極 space charge

polarization もある．これは完全な不可逆分極である．

3. 複素誘電率

2枚の電極（電極面積 S ，電極間距離 l ）の間にある物質が，誘電性，導電性どちらの性質も有していれば，その電気容量 capacitance C と電気伝導度 conductance G は，誘電率 permittivity と導電率 conductivity とを用いて

$$C = \epsilon S/l \quad (2)$$

$$G = \sigma S/l$$

と表わされるので，この電極間に交番電圧 V （角周波数 ω ）を掛けたとき，この物質に流れる電流 I は

$$I = (G + j\omega C) V = S/l (\sigma + j\omega\epsilon) V$$

と表わされる．

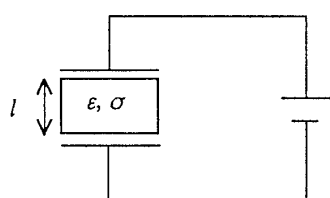


Fig. 2 Measurement of capacitance and conductance

この式を電流密度 $i = I/S$ と電界 $E = V/l$ とを用いて書き直せば

$$\begin{aligned} i &= (\sigma + j\omega\epsilon) E = \sigma_c E \\ &= j\omega(\epsilon - j\sigma/\omega) E = j\omega\epsilon_c E \end{aligned}$$

となり，この

$$\sigma_c = \sigma' + j\sigma'' \quad (3)$$

$$\epsilon_c = \epsilon' - j\epsilon''$$

をそれぞれ複素導電率，複素誘電率という．したがってそれぞれの虚部は相手の実部と互いに

$$\sigma'' = \omega\epsilon \quad (4)$$

$$\epsilon'' = \sigma/\omega$$

の関係がある．複素誘電率の虚部（実部の誘電率 ϵ' に対して，この虚部 ϵ'' を誘電損率という）の符号が負であるのは，上記の様に ϵ'' を正に取るためである．このため複素誘電率を Gauss 平面上で表わすときは，一般にはその共軛複素数で示す習慣になっている（そうすると第1象限で表わされる）．また

$$\tan\delta = \epsilon''/\epsilon' = \sigma/\omega\epsilon = \omega_c/\omega \quad (5)$$

をタンデルタといい， δ を誘電損角 loss angle と言う．これを Los Angeles と言う人もいるが，勿論間違いである．

誘電率 ϵ は電界により空間（単位体積当り）に貯蔵されているエネルギーの指標であり，導電率 σ はその空間から単位時間に散逸していくエネルギーの指標である．したがって $\tau = \epsilon/\sigma$ は貯蔵エネルギーがなくなる時間の指標となっている．これを緩和時間という．また，誘電損率 $\epsilon'' = \sigma/\omega$ は1周期の間に散逸するエネルギーの指標である．さらにタンデルタは1周期損失分の貯蔵分に対する割合である．

4. 余効函数

いま，瞬时分極および遅延分極，それぞれ1種類ずつの2つの分極特性を示す物質を考えてみよう．

この物質を電極で挟んでこれに階段電圧を印加すると，まづ直ちに真空分極（幾何分極） D_0 と瞬时分極 D_e とに基づく電気変位が生じ一定値 $D_0 + D_e$ となる．ついで遅延分極 D_d が段々と起こる．時間とともに次第に生ずる分極なのでこれを

$$D_d(t) = D_d f(t) \quad (6)$$

と表わそう．ここで $f(t)$ は， $t=0$ で 0， $t=\infty$ で 1 となる函数である．したがって電界を加えてから十分な時間をおけば， $D_0 + D_e + D_d$ の電気変位が完成する（Fig. 1）．

この状態で今度は突然に電界をなくせば，まづ瞬時に真空分極と瞬时分極とが消え，それから徐々に遅延分極が消えていく．その消えていく過程は先程とは逆で， $1-f(t)$ の時間依存性を示す．

電気変位 D は電束密度そのものであり，これは電極板の電荷密度に等しいので，この D に電極板面積 S を掛ければ電極板にある電荷 Q となり，これを時間で微分すれば電極板に流れ込む電流 $I = dQ/dt$ になる．

したがって，充電時（分極時）の電流は

$$I = (Q_0 + Q_e) \delta(t) + Q_d \varphi(t) \quad (7)$$

となる．ここで $\delta(t)$ は階段函数を微分したデルタ函数であり， $\varphi(t) = df(t)/dt$ は $f(t)$ の微分であり，余効函数という．いずれも時間で積分すれば 1 となる．

$$\int_0^\infty \varphi(t) dt = 1 \quad (8)$$

加電時には瞬時に積分値 $Q_0 + Q_e$ の電流が流れ，やがて積分値 Q_d の遅延電流が $\varphi(t)$ の時間依存性で減衰していく．

同様に放電時（解分極時）の電流は，充電

電流を完全に逆にした

$$I = -(Q_0 + Q_c) \delta(t) - Q_d \varphi(t)$$

の放電電流が流れる.

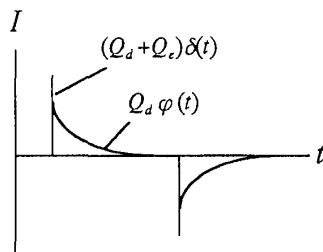


Fig. 3 Charging and discharging currents for linear dielectrics

このような充放電電流の対称性を分極の可逆性といい (熱力学の可逆性とは異なるので注意), 可逆性を示す誘電体を線型誘電体 linear dielectrics という.

線型誘電体に関しては, 充電電流に関する Hopkinson の重ね合わせの原理が成り立つので, 複素誘電率 ε_c は余効函数 $\varphi(t)$ を用いて

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon_\infty + \Delta\varepsilon \int_0^\infty e^{-j\omega t} \varphi(t) dt \quad (9)$$

と表わすことができる. したがって, この ε_c の実部と虚部との間には相互に,

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \varepsilon''(\mu) \frac{\mu}{\mu^2 - \omega^2} d\mu \quad (10)$$

$$\varepsilon'' = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty (\varepsilon'(\mu) - \varepsilon_\infty) \frac{\omega}{\omega^2 - \mu^2} d\mu \quad (11)$$

の関係があることがわかる. これを Kramers-Kronig の式という. 誘電率と誘電損率との間にはこの関係があるので, 一方 (誘電率の分散) が分かれば, 他方 (誘電損率の吸収) が分かることになる. ただしこれは線型誘電体に関してのみ言えることである.

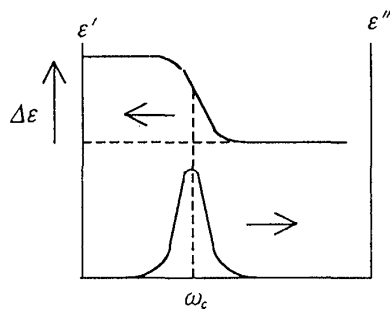


Fig. 4 The relation between ε' and ε'' according to the Kramers-Kronig equation

5. 誘電率の分散と誘電損率の吸収

電界の振動とともに生体を構成する物質もそれぞれに電氣的に振動する. この各物質のそれぞれの電氣的振動がみな誘電率に寄与している. ところが, 振動の周波数 ω を上げていくと, その速さに附いていけない部分が生じてくる. するとその周波数 ω_c (これを特性周波数 $\omega_c = 1/\tau$ という) を境に, それ以上の周波数では, その部分の誘電率への寄与は脱落するので, 誘電率はその部分の量に比例して下がる (Fig. 4). すなわち, 誘電率 ε は周波数 (の対数) が ω_c (の対数) を越えると段階的に $\Delta\varepsilon$ だけ下がる (誘電分散 dispersion). これに対し誘電損率 ε'' は周波数 (の対数) が ω_c (の対数) のところでピークを示す (誘電吸収 absorption).

以下, 生体に特徴的な分散を概観してみよう.

(1) α 分散 (Schwarz-Grosse)

蛋白質などの粒子 (半径 a) は負の電荷を持っている. その周囲には対イオンによるイオン雰囲気 (厚さ $\lambda \approx 1$ nm) が取り巻いている. このイオン雰囲気が加えた電界によって分極することによって, 誘電分散が生ずる. これを α 分散という^{3,4}. 特性周波数は約 100 Hz である. この α 分散の大きさならびに緩和時間はそれぞれ

$$\Delta\varepsilon = (3/4)^2 (a/\lambda)^2 \gamma \varepsilon \quad (12)$$

$$\tau = a^2/D$$

と求められる. ここで D はイオンの拡散定数, γ は粒子の体積分率である.

(2) β 分散 (Pauly-Schwan)

つぎに周波数を上げていくと, β 分散が生ずる^{5,6}. これは生体組織中の細胞 (半径 $a \approx 10$ μ m) の細胞膜の電気容量 (単位面積当り容量 $c_m \approx 1$ μ F/cm²) によるもので, 特性周波数は約 500 kHz である. この β 分散の大きさならびに緩和時間はそれぞれ

$$\Delta\varepsilon = (3/2)^2 a c_m \gamma \varepsilon_0 \quad (13)$$

$$\tau = (3/2) a c_m / \sigma$$

である. ここで σ は細胞内液と細胞外液の導電率の平均であり, γ は, 細胞の組織全体に対する体積分率である. 緩和時間 τ が, 細胞内液の抵抗と細胞膜の容量とから決まっているところに特徴がある.

(3) γ 分散 (Debye)

さらに周波数を上げていくと, γ 分散が生ずる. これは水分子 (半径 a) の双極子配向によ

るもので⁷, その特性周波数は 25 GHz である。ただし水分子が蛋白質などに束縛されると 1 GHz 以下に下がることが知られている。γ分散の大きさならびに緩和時間はそれぞれ

$$\Delta\epsilon = 50\epsilon_0 \quad (14)$$

$$\tau = 4\pi\eta a^3/kT$$

である。ここでηは溶媒（ここでは水）の粘度である。

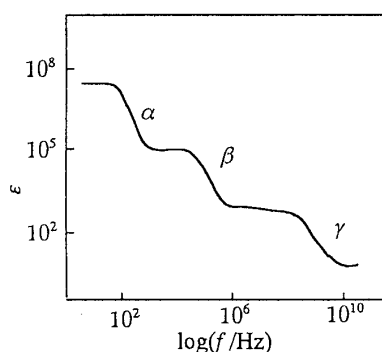


Fig. 5 The three major dispersion regions of permittivity found in typical tissues

以上のα分散, β分散, γ分散の3つの分散はいずれも遅延分極に基づくもので, その分散は緩和型分散

$$\epsilon = \epsilon_{\infty} + \Delta\epsilon / [1 + j(\omega/\omega_c)] \quad (15)$$

を示す。ここで $\omega_c\tau = 1$ である。これを Debye の式という⁷。

これに対し, 電子変位や原子変位などによる瞬时分極に基づく分散は, さらに周波数を上げた赤外線（原子分極）や可視光域（電子分極）で生じ, その分散は共鳴型分散

$$\epsilon = \epsilon_{\infty} + \Delta\epsilon / [1 - (\omega/\omega_c)^2 + j(\omega/\omega_c)(\Delta\omega/\omega_c)] \quad (16)$$

を示す。ここで $\Delta\omega$ は制動による共鳴幅である。

緩和型分散は周波数の対数を, 共鳴型分散は周波数そのものを横軸としてプロットすることが多い。

Table 2 Polarization and dielectric dispersion

分極	例	分散
瞬时分極	変位分極（電子分極）	共鳴分散
遅延分極	配向分極（双極子分極）	緩和分散

6. おわりに

「誘電体と生体」と銘打ちながら, 生体の話には殆ど入らず, 甚だ龍頭蛇尾な結末となってしまった。大いに反省しなければならな

い。

しかし, 生体を電氣的性質の観点から見るとき, 本稿で述べた内容を素通りすることは出来ない。やはりひとたびは十分に考えておく必要があるであろう。

参考文献

1. S. Grimnes, O. G. Martinsen "Bioimpedance & Bioelectricity", Academic Press, 2000
2. R. P. Feynmen, "The Feynmen Lectures on Physics", vol. II, Addison-Wesley Publishing Company, 1965
3. G. Schwarz, "A theory of the low frequency dielectric dispersion of colloidal particles in electrolyte solution", *J. Phys. Chem.*, **66**, 2636 (1962)
4. C. Grosse, K. R. Foster, "Permittivity of a suspension of charged spherical particles in electrolyte solution", *J. Phys. Chem.*, **91**, 3073 (1987)
5. H. Pauly, H. P. Schwan, "Über die Impedanz einer Suspension von kugelförmigen Teilchen mit einer Schale", *Z. Naturforsch.*, **14B**, 125, (1959)
6. H. P. Schwan, G. Schwarz, J. Maczuk, H. Pauly, "On the low frequency dielectric dispersion of colloidal particles in electrolyte solution", *J. Phys. Chem.*, **66**, 2626-2636 (1962)
7. P. Debye, *Polar Molecules*, Chemical Catalog Co., New York, 1929