

## 論文要旨

### 母関数法を用いた量子ウォークの解析

遠藤 (渡邊) 隆子

近年、様々な量子ウォークに対して解析的に厳密な極限定理が導出され、その漸近挙動の様子が次第に明らかにされてきている。量子ウォークには離散時間と連続時間のモデルがあるが、本論文では一次元系の離散時間量子ウォークを扱う。古典ランダムウォークの量子化とも考えられる量子ウォークは、量子系において古典ランダムウォークと同様の役割を担うことが非常に期待されている。量子ウォークには、古典ランダムウォークには見られない顕著な性質がある。それは、量子ウォーカーが出発点付近で高い確率で見つかる「局在化」と量子ウォーカーが線形的に遠くへ拡散することが同時に起こり得る、というものである。また、確率分布は逆釣鐘型に複雑に振動する。典型的な一次元離散時間量子ウォークの漸近挙動は、局在化に対応する時間平均極限測度と拡散に対応する弱収束極限測度の2つの測度によって記述される。本論文では、局在化の数学的表現に着目する。

他方、量子ウォークからはいろいろな測度を構成出来ることが最近の研究で分かってきた[5]。その一つに「定常測度」がある。また、いくつかの典型的な一次元離散時間量子ウォークに対しては時間平均極限測度と定常測度が深く関係している[5]。量子ウォークの研究が活発に行われるようになった現在でも、一次元系において局在化に関して厳密な結果が得られているのは、量子ウォーカーの挙動が空間に依存しない量子ウォーク、原点のみユニタリ行列が異なり原点对称性を持つ量子ウォーク、そして3状態グローヴァーウォークに対するみである。従って、これらとは異なるタイプの量子ウォークの局在化を数学的に厳密に解析することは、量子ウォークの理論研究において非常に重要な意義がある。現在、場所に関して非一様ないくつかの量子ウォークに対しても適用可能であることが分かっている「時空間母関数法」という時間平均極限測度を導出する手法、および「分離型母関数法」という固有値問題の解法がある。これらはある種の母関数を用いる解析方法であるが、共に適用可能であることが分かっている量子ウォークの種類は限られていた。

本論文では、量子ウォーカーの挙動が場所に依存する2種類の量子ウォークに対して以下の2つの研究を行った。これら2種類の量子ウォークは2つの母関数による方法が適用可能か否か明らかにされていないモデルである。

#### (1) Wojcik モデルの極限定理

Wojcik *et al.* [4] は、原点に不純物がおかれたある一次元離散時間量子ウォークに対して漸化式を用いて固有値問題を解き、シミュレーションによってこのモデルが顕著に局在化を起こすことを示した。本論文では、この量子ウォークを「Wojcik モデル」と呼ぶ。

本研究では、Wojcik モデルに対してはじめに時空間母関数法を用いて時間平均極限測度を導出した[2]。続いて分離型母関数法を用いて Wojcik モデルの固有方程式を解き、定常測度を求めた[1]。固有方程式の解は、Wojcik *et al.* [4]と矛盾しない結果であり解析はより容易である。本研究により、Wojcik モデルの局在化現象を時間平均極限測度や定常測度を用いて説明することができ、局在化を数学的に解析することが出来た。さらに、パスの方法や CGMV 法からも原点における時間平均極限測度を得たが、これらは全て一致した。このことにより、分離型母関数法と時空間母関数法の適用範囲の一端を明らかにすることができた。

## (2)二相系量子ウォークの極限定理

本研究では、原点に関して非対称な次元離散時間量子ウォークを扱った。ここで、「非対称」とは原点に関して量子ウォーカーが正と負の領域で異なる挙動をすることをいう。このようなモデルの特殊な場合を本論文では「二相系量子ウォーク」と呼ぶことにする。

はじめに時空間母関数法を用いて時間平均極限測度を導出した[3]。続いて分離型母関数法を用いて二相系量子ウォークの固有方程式を解き、定常測度を求め2つの測度の関係を明らかにした[3]。また、二相系モデルの確率分布とその時間平均のシミュレーションも行い、数学的な結果を確認した。このことにより、分離型母関数法と時空間母関数法の適用範囲に一定の示唆を与えることが可能となり、非一様量子ウォークの厳密な解析手法の構築につなげることが出来た。

本研究は非一様量子ウォークの解析手法の構築に寄与すると共に、測度論の視点から量子ウォークを深く理解することができる。また、将来的に量子コンピュータや量子系の解析に応用されることが期待される。

## 【参考文献】

1. N. Konno and T. Watanabe: The stationary measure of a space-inhomogeneous quantum walk on the line, YMJ [accepted] (2013).
2. N. Konno and T. Watanabe: The time-averaged limit measure of the Wojcik model, arXiv: 1401.3070 .
3. T. Endo, N. Konno, E. Segawa, and M. Takei: Localization of a two-phase quantum walk with one-defect [in preparation].
4. A. Wojcik, T. Luczak, P. Kurzynski, A. Grudka, T. Gdala, M. Bednarska-Bzdega: Trapping a particle of a quantum walk on the line, Phys. Rev. A **85**, 012329 (2012)
5. N. Konno, T. Luczak, and E. Segawa: Limit measures of inhomogeneous discrete-time quantum walks in one dimension, Quantum Information Processing **12**, 3353 (2013).