

377.5
015
33

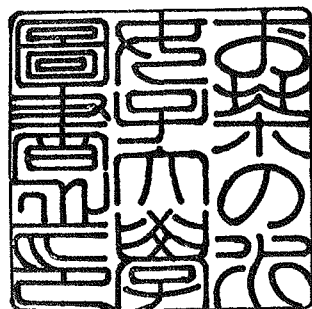
20053

あ
12

重いマヨラナニュートリノの検証 —W ボゾン対生成過程の輻射補正を介して—

お茶の水女子大学
人間文化研究科 人間環境学専攻
丸井 美保

1993 年 11 月 12 日



目次

1	序論	2
2	シーソー機構が働く 4 世代ニュートリノ	5
2.1	シーソー機構	6
2.2	4 世代マヨラナニュートリノの可能性	10
2.3	モデル – シーソー機構が働く 4 世代ニュートリノ	14
3	e^+e^- 衝突過程に於ける “標準模型を越える理論” に起因する輻射補正	18
3.1	Kennedy と Lynn によるくりこみ処方	19
3.2	ゲージ場の自己エネルギーについて	23
3.3	ゲージ場の 3 点 vertex の補正について	25
3.4	$e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積	27
4	結果	29
4.1	解析的結果	30
4.2	数値計算による結果	33
4.3	結論	39
5	まとめと今後の課題	41
A	くりこみ処方	45
B	S, T パラメータに対する 4 世代レプトンからの寄与	50
C	3 点 vertex の $U(1)_{\text{em}}$ 対称性	52
D	解析的結果	54

Chapter 1

序論

素粒子論に於ける標準模型はこれまでの加速器実験により高い精度で検証されてきた。しかし、この模型は原理的に与える事ができない未定パラメータを多く含む。例えば、物質に質量を与える湯川相互作用の結合定数等である。これらを与えるより原理的な理論、即ち、“標準模型を越える理論”が必要である。これに対して、弱い相互作用、電磁相互作用、強い相互作用をより大きな1つの群に埋め込む大統一理論や、それを含む超弦理論など様々なモデルが提唱されてきた。今後、これらの“標準模型を越える理論”は現象論的要請（実験的制限）との整合性に基付き議論されねばならない。

標準模型に於ける未定パラメータの1つにニュートリノの質量が挙げられるが、これは他の物質と異なり0と仮定される。これはニュートリノをディラック粒子として扱う事に関連する。他の物質には右巻きと左巻きの状態がありディラック質量を持つことが出来るのに対し、ニュートリノは純粹に左巻きの状態のみとなり、質量を持てないとされる。これらのニュートリノの特異な性質は“標準模型を越える理論”に残された問題の中でも特に興味深い。ニュートリノの質量が厳密に0である事を実証する実験は存在せず、宇宙の暗黒物質の候補としてニュートリノを考える場合、太陽ニュートリノ問題をニュートリノ振動で解決しようとする場合等、質量を持つと考えるべき場合もある。ニュートリノに右巻きの状態が存在し、質量を持つとした場合、大統一理論等の右巻きニュートリノを含む理論から微小な質量を有するマヨラナニュートリノを実現するシーソー機構 [1] が有効になる。

我々は、このシーソー機構が働く4世代ニュートリノを考える。近年の CERN

(欧州原子核研究機構)の加速器 LEP による高エネルギー実験の結果から軽いニュートリノが3種類である事が明らかにされた。しかし、この結果は必ずしも重い4世代のニュートリノの存在を否定しない。4世代ニュートリノにシーソー機構を適用すると通常の軽い世代に比べ右巻きと左巻きのニュートリノの混合の割合が大きくなる。従って、シーソー機構が働く4世代ニュートリノが存在すれば、この大きな混合の結果、加速器実験が行われる過程にシーソー機構の効果が現われると考えられる。

一方、加速器実験は、“標準模型を越える理論”を検証できる精度、エネルギー領域に到達しはじめている。以下しばらく、加速器実験に於ける現状を述べる。1983年、CERNの $P\bar{P}$ 衝突装置による実験で標準模型で予言されたゲージボゾン Z, W が初めて発見された。以来、種々の e^+e^- 衝突実験、ハドロン衝突実験により標準模型の検証がなされてきた。特に1989年に移動したCERNの電子・陽電子(e^+e^-)衝突型加速器LEPに於ては、最大エネルギーが110 GeVに達し、 Z ボゾンに関する精度よい(ppmレベルの)解析が行われた。標準模型の検証という観点では、未発見のトップクォーク、ヒッグス粒子の探索、 $SU(2)_L$ の結合定数の直接的な測定、 W ボゾンの性質の詳しい解析等が残されている。これに対して、 e^+e^- 衝突実験に関してはKEKのJLC I, CERNのLEP IIが、ハドロン衝突実験に関してはCERNのLHC, アメリカのSSC等が計画されている。その全エネルギー(以下 \sqrt{s} と記す)は従来のものに比べ非常に高くなる。例えば、JLC I, LEP IIは各々300 GeV, 200 GeV以上と予定されている。これらの加速器の目的には、標準模型の検証のみでなく高エネルギー理論で予言される重い粒子の探索も含まれている。特に後者の目的に対しては、以下の様に従来の加速器に比べはるかに有効である。これまでの e^+e^- 衝突型加速器では $\sqrt{s} \sim 100$ GeVであった為、観測される過程の終状態はフェルミオンに限られていた。従って高エネルギー理論で予言される重い粒子は、中間状態のゲージボゾンの自己エネルギー(真空偏極)の部分のみに現れていた。これに対し今後行われる実験の \sqrt{s} は W ボゾン対やその他の重い粒子を生成するのに十分である。従って、高エネルギー理論で予言される重い粒子に関して直接的に検出される可能性、輻射補正を介して得られる情報が増加する。例えばLEP IIでは W ボゾン対生成過程が解析されるが、この場合重い粒子は中間状態のゲージボゾンのみでなく外線の W ボゾンやゲージ場の3点関数の補正を与える。通常、この種のフェルミオンと直接相互作用しない重い粒子の補正はすべて“Oblique”補正[2]と呼ばれる。“Oblique”補正のう

ち $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ場の自己エネルギーの補正は、上記の LEP の精密実験等の結果から解析され、“標準模型を越える理論”への制限が与えられている。

さて、我々が注目するシーソー機構が働く 4 世代ニュートリノからは、既にゲージ場の自己エネルギーへの寄与が評価されている。この結果、上記の LEP の精密実験等から与えられる“標準模型を越える理論”への制限に沿うマヨラナ質量領域がある事が示されている [3, 4]。一方、近い将来測定される $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に現われる 3 点 vertex の補正は議論されていない。

4 世代ニュートリノが存在すれば、今後行われるより高いエネルギー領域の実験に於て、その特徴的な寄与が観測されると考えられる。到達エネルギーが高いハドロン衝突実験や、電子・陽電子衝突に於けるニュートリノが直接生成される過程も興味深い。しかし、本論文では実際に解析が計画されている電子・陽電子衝突による W ボゾン対生成 ($e^+e^- \rightarrow W^+W^-$) 過程に於ける輻射補正として重要な 3 点 vertex への寄与を評価する。その際、ニュートリノがディラック粒子である場合とマヨラナ粒子である場合の相違が顕著なしきい値上での振る舞いに注目する。

次に、本論文の構成を述べる。2 章に於て、シーソー機構を紹介し、4 世代ニュートリノに適用した場合と、通常の軽い世代 (1 ~ 3 世代) の場合の定性的な相違を述べる。3 章では電子・陽電子衝突過程に於ける“標準模型を越える理論”に起因する重い粒子の寄与について述べる。実際の解析の準備として、重い粒子による輻射補正に関するくりこみ処方、3 点 vertex に関する形状因子を明確にする。これをもとに、4 章で $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に於けるシーソー機構が働く 4 世代ニュートリノによる輻射補正を解析する。5 章はまとめにあてる。

Chapter 2

シーソー機構が働く 4 世代ニュートリノ

主に原子核のベータ崩壊を用いたこれまでのニュートリノに関する測定は、その質量が他の物質に比べ非常に小さい事を示している。しかし、厳密に質量が 0 である事を示す実験結果もまた得られていない。一方、太陽ニュートリノ問題をニュートリノ振動で解決しようとする場合や宇宙の暗黒物質の候補としてニュートリノを考える場合など、ニュートリノが質量を持つと考えるべき場合も多い。ニュートリノに質量を与えるのみでなく、その質量の小ささを自然に説明する機構が柳田や Gell-Mann, Ramond, Slansky により提唱されたシーソー機構 [1] である。我々は、このシーソー機構を 4 世代ニュートリノに適用する。近年の加速器実験から軽いニュートリノは 3 種類である事が示されている。従って、我々が考える 4 世代ニュートリノの質量はこの実験の制限に抵触しない程度に重いと考えられる。即ち、同世代の他の粒子に比べ小さいとは言えない。この様な 4 世代ニュートリノに関してはシーソー機構に於ける右巻きニュートリノと左巻きニュートリノの混合の割合が大きくなる [5, 3]。この結果、加速器実験が行われる様な高エネルギーの過程に於て“標準模型を越える理論”に起因すると考えられるマヨラナ質量の効果が観測される可能性が生じる。そこで、我々は、4 章でこの 4 世代マヨラナニュートリノからこれまで評価されていないゲージ場の 3 点 vertex の補正を含む $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程を解析する。この準備として、本章ではシーソー機構を紹介し、4 世代ニュートリノに関して既存の実験、観測から妥当な質量領域を考察する。2.1 節ではシーソー機構を紹介し、4 世代ニュートリノに適用した場合を

通常の軽い世代の場合と比較する。2.2 節では、ニュートリノの質量に関する研究の現状と我々が扱った 4 世代ニュートリノの存在の可能性について概説する。2.3 節では具体的なモデルを紹介する。

2.1 シーソー機構

電氣的に中性であり、質量が 0、又は、微小であるニュートリノの存在は、ベータ崩壊に於けるエネルギー保存則に関連して、1930 年に Pauli によって初めて提唱され、1953 年、Reines と Cowan により実験的にも検証された。更に、1955 年 Davis らがニュートリノと反ニュートリノが異なる粒子である事を実証した。その後、Lee, Yang が仮定した弱い相互作用に於けるパリティ非保存の検証実験として、Wu らが、偏極したコバルト 60 から放出されるベータ線の角分布を測定した。この結果から、ベータ崩壊に伴い現われる反ニュートリノはヘリシティとして +1 のみを持つ事が明らかになった。ヘリシティ h とはスピン角運動量 \mathbf{J} の運動量 (\mathbf{p}) 方向の成分である。

$$h = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$$

ヘリシティ正（負）の粒子を右（左）巻きの粒子と呼ぶ。以後、Lederman らの実験からミューオンニュートリノと電子ニュートリノが異なる粒子である事が示される等、主に原子核実験によりニュートリノの性質が明らかにされてきた。現在に至るまでそれらが質量を持つという実験的証拠は得られていない。

素粒子の標準模型では、上記の実験的事実を反映し、ニュートリノに関して以下の 1. ~ 4. を仮定している。

1. ニュートリノはディラック粒子である。

$$\nu^c \neq \nu$$

2. (反) ニュートリノは純粋に (右) 左巻き粒子である。

$$\begin{aligned} \nu &= P_L \nu = \nu_L, \\ \nu^c &= P_R \nu^c = (\nu^c)_R, \\ P_L &\equiv \frac{1 - \gamma_5}{2}, \quad P_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} \end{aligned}$$

3. ニュートリノの質量は厳密に 0 である。

4. (反)ニュートリノのレプトン数は $(-1) + 1$ である。

$$L_\nu = +1, \quad L_{\nu^c} = -1$$

但し ν はニュートリノ、 ν^c は反ニュートリノをあらわす。

3. に於ける添え字 L, R はカイラル射影演算子 $P_{L,R}$ の固有状態である事を示す。粒子の質量が無視できる極限ではカイラリティ (γ_5 の固有値) はヘリシティの 2 倍に一致する。即ち、3. の仮定よりニュートリノに関しては厳密に L (R) は左 (右) 巻き粒子に対応する。4. に於けるレプトン数の割り振りは標準模型に於ける相互作用に対しレプトン数保存を要求する事から決まるものである。又、ニュートリノは強い相互作用をしないレプトン族に於て、カイラリティ負の荷電レプトンと $SU(2)_L$ 2 重項を構成する。標準模型で扱う物質の構成を表 1 にまとめる。

表 1 に於て、 u は電荷 $Q = (2/3)e$ のアップタイプクォーク、 d は $Q = (-1/3)e$ のダウントypeクォーク、 ν はニュートリノ、 ℓ は電子に代表される $Q = -e$ の荷電レプトンである。但し、 e は電子の電荷の大きさである。 $(u, d)_L, (\nu, \ell)_L$ は $SU(2)_L$ 2 重項を表す。尚、クォーク u, d は上記以外に強い相互作用を表す $SU(3)_c$ に於ける 3 つの色の自由度を持つ事を付記しておく。 i は物質場の世代に関する添え字であるが、標準模型から、 i の範囲、即ち世代数を決定する事は出来ない。実験的には第 1 世代、第 2 世代、第 3 世代に属する殆どの粒子が、確認されている。第 3 世代のアップタイプクォーク、ニュートリノは未発見であるが表 1 の物質構成の世代によるくりかえしという観点からその存在は確実視されている。1 ~ 3 世代のニュートリノは各々 $SU(2)_L$ 2 重項を組む荷電レプトンの名前から電子ニュートリノ、ミューオンニュートリノ、タウオンニュートリノと呼ばれる。

物質場の表 1 の様な構成は標準模型の枠から原理的に与える事は出来ない。これらは何らかの“標準模型を越える理論”から説明されるべきである。特に、ニュートリノに関する特徴的な性質、質量が 0 である事、左巻きニュートリノしか存在しない事等は興味深い。これらは、標準模型に於てはあくまで仮定であった。これまでの実験結果は厳密に質量が 0 である事を意味していない。実際には、ニュートリノが質量を持つと考えるべき場合が多い。例えば、太陽ニュートリノ欠損の問題をニュートリノ振動から解決しようとする場合や宇宙に於ける暗黒物質の候補としてニュートリノを考える場合等である。又、ニュートリノに質量を与える為には、右巻きニュートリノ ν_R を必要とする。 ν_R の導入は標準模型に於ける物質構成の拡張としても、 $SO(10)$ 以上の殆どの大統一理論の帰結としても自然である。

多くの大統一理論では ν_R は ν_L や他の物質とともに大きな群の1つの表現（多重項）に含まれる。

そこで右巻きニュートリノの導入の可能性、ニュートリノが質量を持つ可能性について考えてみる。ニュートリノ以外の物質場にはカイラリティ正（質量0の極限では右巻きに相当する）の状態が存在する為、標準模型のラグランジアン密度に以下の様な湯川相互作用から生じるディラック質量項がある。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{mass}} = & -g^u \overline{(u\ d)_L} \langle \tilde{\phi} \rangle u_R - g^d \overline{(u\ d)_L} \langle \phi \rangle d_R - g^e \overline{(\nu\ \ell)_L} \langle \phi \rangle \ell_R + \text{h.c.}, \\ \phi = & \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \phi^{0\dagger} \\ -\phi^- \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (2.1)$$

ここで $g^{\psi=u,d,\ell}$ は湯川結合定数、 ϕ はヒッグス場、 $\bar{\psi}$ は ψ のディラック共役 $\psi^\dagger \gamma^0$ を表す。又、 $\langle \phi \rangle$ はヒッグス場の真空期待値を表し、 $\langle \phi^+ \rangle = 0$, $\langle \phi^0 \rangle = v/\sqrt{2}$ である。この真空期待値から $\psi = u, d, \ell$ のディラック質量は $g^\psi v$ として与えられる。ニュートリノに関してはカイラリティ正の状態がないと仮定した為、この様なディラック質量項を組む事が出来なかった。しかし、ハイパー電荷が0であり $SU(2)_L$ 1重項である ν_R を導入しても現象論的に問題は生じない。この様に $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の量子数を持たない ν_R に対しては、式(2.1)の様なディラック質量項に加えて、特別に自分自身と組む事によるマヨラナ質量項を与える事が可能である。

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -g^\nu \overline{(\nu\ \ell)_L} \langle \tilde{\phi} \rangle \nu_R - g^M \overline{(\nu_R)^c} \langle \Phi \rangle \nu_R + \text{h.c.}\quad (2.2)$$

ここで、 $\tilde{\phi}$ は式(2.1)と同様 $SU(2)_L$ 2重項であるが、 Φ は1重項であり標準模型には現われなかった新しいヒッグス場である。 ν^c は ν の荷電共役、即ち、反粒子を表す。

$$\begin{aligned}\nu^c & \equiv C \bar{\nu}^T \quad (C = i\gamma^2 \gamma^0 \text{ in Dirac representation}), \\ (\nu_{L(R)})^c & = (\nu^c)_{R(L)}\end{aligned}$$

以下では、第1項に於けるディラック質量 $g^\nu \langle \tilde{\phi} \rangle$ を m_D と、第2項に於けるマヨラナ質量 $g^M \langle \Phi \rangle$ を M_R と記す。 m_D は対となる荷電レプトンの質量 M_ℓ と同程度と考えるのが自然である。この m_D よりも非常に小さいニュートリノの質量を式(2.2)から得られる質量固有状態の一方で実現する為には $m_D \ll M_R$ でなければならない。実際、この近似の下で式(2.2)を質量固有状態で書き改めると以下の様に

なる。

$$\mathcal{L}_{m\nu} = -\frac{1}{2} \overline{(N_1 \ N_2)} \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} N_1 \simeq -c_\theta (\nu_L + (\nu_L)^c), \\ N_2 \simeq +c_\theta (\nu_R + (\nu_R)^c), \end{cases}$$

$$\begin{cases} |M_1| \simeq \frac{m_D^2}{M_R}, \\ |M_2| \simeq M_R, \end{cases}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{M_R}$$

上式より明らかに、 $\cos \theta \simeq 1$ (θ は混合角)、 $M_1 \ll m_D \ll M_2$ である。又、質量固有状態 N_1, N_2 は荷電共役が自分自身に一致するマヨラナ場であり、ヘリシティ $-1, +1$ の状態が混在している。我々は、質量としては M_1 を、ベータ崩壊に伴う $(\nu_L)^c$ と逆ベータ崩壊に伴う ν_L として1つの粒子 N_1 の異なるヘリシティ状態を観測している事になる。

$$\nu_L \sim P_L N_1,$$

$$(\nu_L)^c \sim P_R N_1$$

すべての観測は上記のヘリシティから説明でき、この場合レプトン数保存は要求されない。

以上、ニュートリノの質量の小ささが観測と無矛盾に自然に説明された。この様に ν_R を含むより一般的な質量項から出発し、非常に大きい質量と0に近い質量を導入する機構をシーソー機構と言う。シーソー機構は柳田や Gell-Mann, Ramond, Slansky により1980年前後に提唱されたものである [1]。上記の様にシーソー機構は“標準模型を越える理論”に起因する ν_R のマヨラナ質量 M_R を含んでいる。従って、ニュートリノに関する観測、実験は M_R を介して高エネルギーの理論(“標準模型を越える理論”)に関する情報を与える可能性がある。

我々は、4世代目のニュートリノにこの機構を適用し、加速器実験が行われる過程に於ける輻射補正への寄与を調べる事にする。4世代ニュートリノの存在の可能性については2.2節にゆずり、ここではシーソー機構に於ける第1～3世代と第4世代の定性的な違いを述べる。1～3世代に於ては、荷電レプトンの質量に比べニュートリノの質量が非常に小さい為、 $m_D \ll M_R$ の近似を用いた。一方、4世代ニュートリノが存在するならば、CERN (欧州原子核研究機構) の加速器

LEP の実験結果からその質量は 45 GeV 以上でなければならない事がわかっている。(2.2 節で詳しく述べる。) 又、荷電レプトンの質量も同様に 45 GeV 以上と考えられる。更に、これは湯川結合定数が理論が有効なエネルギースケールまで発散しない為の条件 (triviality bound) より高々 $\simeq 10^3$ GeV である [5, 3]。即ち、 $M_1 \simeq m_D \simeq O(m_W)$ である (m_W はゲージボゾン W の質量)。そこで、改めて $m_D \ll M_R$ の近似なしで、式 (2.2) から質量固有値、固有状態を求めると以下のようになる。

$$\begin{aligned} N_1 &= -c_\theta (\nu_L + \nu_L^c) + s_\theta (\nu_R + \nu_R^c), \\ N_2 &= +s_\theta (\nu_L + \nu_L^c) + c_\theta (\nu_R + \nu_R^c), \\ M_{1,2} &= \frac{1}{2} \left(M_R \mp \sqrt{M_R^2 + 4m_D^2} \right), \\ \tan 2\theta &= \frac{2m_D}{M_R} \end{aligned}$$

これより、 m_D 程度の M_1 を実現する為には M_R も $\sim O(m_W)$ でなければならず、2 つの質量固有値 M_1, M_2 には 1 ～ 3 世代ほどの差は現われない。即ち、重い世代に於ては殆ど釣り合ったシーソー機構が働いていると言える。混合角で言えば 1 ～ 3 世代では $s_\theta \simeq 0$ であったのに対し、ここでは $s_\theta \simeq c_\theta$ であり、弱電相互作用に関わる ν_L には 2 つの質量固有状態 M_1, M_2 が同程度に混合している。従って、弱電相互作用による過程に対する M_R の寄与がこの大きな混合角を介して、観測される可能性がある。実際、ゲージ場の自己エネルギーは 4 世代マヨラナニュートリノから評価されている [3, 4]。これは、従来の加速器実験に於ける 4-フェルミオン ($e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$) 過程に現われる輻射補正である。この結果、実験的に好ましい寄与を与えるマヨラナ質量領域がある事が示されている。

以上の様に加速器実験が行われる高エネルギーの過程に於て、ニュートリノがマヨラナ粒子である場合、その自明でない寄与は重い世代を通じて観測されると予想される。これまで、ゲージ場の 3 点 vertex に関する補正は 4 世代マヨラナニュートリノから評価されていない。我々は、これを行いディラックニュートリノとの違いを考察したい。

2.2 4 世代マヨラナニュートリノの可能性

前節で、ニュートリノの質量が厳密に 0 であることを示す実験結果はなく、シーソー機構によりニュートリノが質量を持つとした方が都合がよい場合が多い事に

触れた。この節では、この点に関してもう少し詳しく述べ、4世代マヨラナニュートリノの可能性を検討したい。ニュートリノに関する既存の実験、観測のうち主なものは以下の1.～5.である。

1. ニュートリノの質量の直接測定

電子ニュートリノ ν_e 、ミューオンニュートリノ ν_μ 、タウオンニュートリノ ν_τ の質量は、各々次の反応過程に代表される種々の過程を用いて測定されている。

$$\nu_e; n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\nu_\mu; \pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$$

$$\nu_\tau; e^+e^- \rightarrow \tau\bar{\tau}$$

$$\tau \rightarrow 5\pi^\pm + \nu_\tau$$

複数の実験データから総合的に得られる質量の上限値 [6] を示しておく。

$$m_{\nu_e} \leq 7.3 \text{ eV} \quad (90\% \text{ C.L.})$$

$$m_{\nu_\mu} \leq 0.27 \text{ MeV} \quad (90\% \text{ C.L.})$$

$$m_{\nu_\tau} \leq 35 \text{ MeV} \quad (95\% \text{ C.L.})$$

2. ニュートリノの種類

現在、与えられているニュートリノの種類に関する最も強い条件はLEPの e^+e^- 衝突実験からのものである。この過程は $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$ 過程を含み、全断面積の形は軽いニュートリノの種類 N_ν が以下である事を示している [6]

$$N_\nu = 2.99 \pm 0.04$$

3. マヨラナニュートリノの可能性

ニュートリノがディラック粒子であるか、マヨラナ粒子であるかを明確にすべく行われている実験の代表的なものに二重ベータ崩壊の測定がある。二重ベータ崩壊に寄与する主な過程は図1(a),(b)の2つである。放出されるニュートリノの数から(a)は 2ν 二重ベータ崩壊、(b)は 0ν 二重ベータ崩壊と呼ばれる。 0ν 二重ベータ崩壊はニュートリノがディラック粒子である場合起こらない。従って、電子のエネルギースペクトルに 0ν モードによる線スペクトルが見られれば、ニュートリノがマヨラナ粒子である事が実証さ

れる。残念ながら今の所 0 ν モードは見つかっていない。この実験からはニュートリノの質量の上限値は 6 eV 程度と与えられている [7]。

4. 太陽ニュートリノ問題

太陽中心での核融合反応により放出され、地球に到達する（電子）ニュートリノに関して、標準太陽模型からの予想値に比べ、観測値が少ないというのが太陽ニュートリノ問題である。これを解決すべく種々のモデルが提唱されたが、最も有力とされているのが MSW (Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein) [8] 効果である。これは、太陽物質中での $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ 振動により観測される ν_e が減少するとしたものである。ニュートリノ振動は 2 種のニュートリノ間に質量差がなければ起こらない。近年の神岡実験を含む世界各地での観測結果と無矛盾な MSW 解から、 ν_μ の質量は 0.003 eV 程度であるとされている [9]。もちろん、この問題に関しては MSW 効果のようなニュートリノの素粒子論的な性質からではなく、標準太陽模型の修正や観測値の修正により解決される可能性も残されており、現段階でニュートリノが質量を持つ証拠と断言する事はできない。

5. 宇宙論的制限

宇宙論の標準モデル (big-bang model) はニュートリノの数密度に制限を与える。宇宙の温度が 1 MeV の時期に他の素粒子とニュートリノの反応がほぼ凍結する。安定なニュートリノに限ると、この温度より軽いものは現在まで残存し、数密度は高くなる。これに対し、1 MeV より重いニュートリノはその後も Z ボゾンとの相互作用を介し崩壊する為、数密度は低くなる。一方、現在の宇宙年齢 τ_U 、宇宙の膨張速度の観測からニュートリノの質量密度の上限が与えられる。これらより、安定なニュートリノに関する質量制限が下記のように与えられる [10, 11]。又、不安定なニュートリノについても、2.7 K 輻射を含む宇宙の背景輻射や、元素合成等の観点からその寿命 τ に応じた制限が与えられており、寿命が長い程きつい制限が与えられている。ここでは、最も厳しい制限が与えられている宇宙年齢程度の寿命のニュートリノについて記しておく [10, 5, 11, 12]。

安定な場合

$$\begin{cases} m_\nu \leq 100 \text{ eV} \\ m_\nu \geq 2 \text{ GeV} \end{cases}$$

不安定な場合

$$\begin{cases} m_\nu \leq \sim 10^{-6} \text{ eV} \\ m_\nu \geq \sim 10^3 \text{ GeV} \end{cases} \quad \text{for } \tau \geq \tau_U$$

$$\begin{cases} m_\nu \leq \sim 10^{-2} \text{ eV} \\ m_\nu \geq \sim 10^2 \text{ GeV} \end{cases} \quad \text{for } \tau \leq \tau_U$$

1. 2. 3. に代表されるすべての実験、観測結果はニュートリノが質量を有する事、マヨラナ粒子である事を完全に否定できるものではない。むしろ質量を持つとした方が4. の太陽ニュートリノ問題の解決等に都合がよいだけでなく2.1 節でも記した様に、標準模型では説明出来ないニュートリノの特異な性質、質量が非常に小さい事、左巻きの状態のみである事が、シーソー機構により自然に説明される。シーソー機構を一旦認めれば、これは世代に依らず働いていると考えざるを得ない。一方、物質の世代数に関して制限を与える2. はZボゾン交換過程により生成されるニュートリノに対する制限を与えており、これは、4世代以上の存在を必ずしも否定しない。2. は4世代ニュートリノが存在すればその質量が45 GeV (Zボゾンの質量の1/2) 以上である事を示唆している。この4世代ニュートリノの質量がシーソー機構により生じると考えた場合、2.1 節で記した様に2つのマヨラナニュートリノの質量 M_1, M_2 は共に m_W のオーダーであった。電子、ミューオン等に関わる過程を用いた低エネルギーの既存の実験はこの様な重いニュートリノに制限を与えるものではない。世代に依らず制限を与えるものとして考えられるのは5. の宇宙論的制限であろう。5. より4世代ニュートリノが安定であれば宇宙論的制限に全く抵触しない。しかし、実際には不安定粒子である事が予想される。ニュートリノが質量を持てば、レプトンに関してもクォークに於ける小林・益川行列に対応するものが導入され世代間混合が起こる可能性がある。この場合、4世代ニュートリノはより軽い世代に崩壊する。又、マヨラナ質量を与えるヒッグス粒子重から生じるゴールドストーンボゾン (マヨロンと呼ばれる) 等への崩壊も考えられる。この様に4世代ニュートリノが不安定粒子であるとする5. よりその寿命 τ に以下のゆるい制限がつく。

$$\tau < 3 \times 10^{17} \text{ sec} \quad (2.3)$$

二重ベータ崩壊の実験から軽い世代のマヨラナニュートリノの寿命に制限が与えられているが4世代マヨラナニュートリノに関する式(2.3)を否定する実験はな

い。最終的に、4 世代ニュートリノはそれが安定であるか不安定であるかに依らず、非常に重い為、宇宙論的制限に殆ど抵触しないと言ってよい。

以上、我々は4 世代ニュートリノに関してシーソー機構から可能な質量領域を1 節で与え、これが既存の実験、観測から否定されない事をこの節で確認した。シーソー機構に於けるマヨラナ質量を与える高エネルギーでの力学が明確でなく、実験的にも4 世代粒子に関する直接的な測定がない現状から、これらは非常に低いオーダーでの評価であった。むしろ、我々の解析を含む今後の研究から、より強い制限が与えられるものと期待される。高エネルギーでの力学に立ち入らない立場ではシーソー機構に於ける自由なパラメータは基本的に2 つである。我々は、ディラック質量 m_D と混合角 $\tan \theta$ で4 世代ニュートリノに関する上述のオーダー評価をまとめ、以後は、次の領域で議論することにする。

$$\begin{cases} m_D \simeq 10^{2\sim 3} \text{ GeV} \\ \tan \theta \simeq 0.1 \end{cases} \quad (2.4)$$

更に、対となる荷電レプトンの質量 M_E と上記のディラック質量 m_D の関係は近年の精密実験から得られる ρ パラメータの値に無矛盾に決められなければならない。 ρ パラメータとは Z ボゾン、W ボソンの質量 m_Z, m_W の関係式として以下の様に定義される。

$$\rho \equiv \frac{m_W^2}{c_W^2 m_Z^2}$$

ここで $c_W \equiv \cos \theta_W$ はワインバーグ角であり、tree レベルでは $\rho = 1$ である。この ρ パラメータの1 からのずれ $\Delta\rho \equiv \rho - 1$ は中性カレントと荷電カレント相互作用による補正の差を表す。重いレプトンからの寄与は、 $\Delta m^2 \equiv M_E^2 - m_D^2$ とすると

$$\Delta\rho = \frac{e^2 \Delta m^2}{4 s_W^2 c_W^2 m_Z^2}$$

と書ける。一方、近年の精密実験は、“標準模型を越える理論”に起因する $\Delta\rho$ として ~ 0.005 を与えている [6]。以上より、質量差 Δm^2 は高々 m_Z^2 程度と考えられるので、我々は主に $M_E = m_D$ の場合を扱う。

2.3 モデル — シーソー機構が働く4 世代ニュートリノ

本節では、シーソー機構が働く4 世代ニュートリノモデルについて記号を明確にしつつ、もう一度詳しく述べる。

我々は、標準模型の持つ対称性の下で許される最も一般的な湯川型相互作用から得られる次の質量項から出発する。

$$\mathcal{L}_{m\nu} = -\frac{1}{2} \overline{(\nu_L \ \nu_R^c)} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (2.5)$$

ここで $\nu^c \equiv C\bar{\nu}^T$ はニュートリノ ν の荷電共役な場である。添字 L, R はカイラル射影演算子 P_L, P_R の固有状態である事を示す。 m_D はディラック質量、 M_R はマヨラナ質量であるがこれらの起源には立ち入らず、2.2 節で示した、現象論的に許される適当な値を与える事にする。

観測にかかる質量固有状態に移る為に、式 (2.5) に於ける質量行列を対角化する。この際、単純な回転をほどこすと質量固有値の一方が負になる。フェルミオンの質量は負であってもよいが、ここでは回転と同時に $\nu_L (\nu_L)^c$ のみにカイラル変換を行い、2つの質量固有値を正にする。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{m\nu} &= -\frac{1}{2} \overline{(N_1 \ N_2)} \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} i\gamma_5 c_\theta & -i\gamma_5 s_\theta \\ s_\theta & c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L + \nu_L^c \\ \nu_R + \nu_R^c \end{pmatrix}, \\ M_{1,2} &= \frac{1}{2} (\sqrt{M_R^2 + 4m_D^2} \mp M_R), \\ \tan \theta &= \frac{M_1}{m_D} = \left(\frac{M_2}{m_D} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

上式中の混合角 $\tan \theta$ は 2.2 節で示したように 4 世代ニュートリノの場合 $\sim O(0.1)$ の量であり、2つの質量固有状態 N_1, N_2 はヘリシティ $-1, +1$ の状態を同程度に含む事になる。ここで、式 (2.5) の質量行列は対称な複素行列であったので1つのユニタリ行列で実数の対角行列に書き直せた事を注意しておく。即ち、単一世代の質量行列の対角化からは CP 対称性を破る位相は現われない。 C は荷電共役変換、 P は空間反転を表す。

ここで式 (2.6) に於て $\tan \theta = 1$ 、即ち $M_R = 0$ の場合について考える。この時、2つの質量固有値は m_D に縮退しており、2つのマヨラナ場 N_1, N_2 は互いに混ざりあい、1つのディラック場を与える。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{m\nu} &= -\frac{1}{2} m_D (\bar{N}_1 N_1 + \bar{N}_2 N_2) = -m_D \bar{\nu} \nu \\ \nu &= \nu_L + \nu_R \end{aligned}$$

これより、 $\tan \theta = 1$ はディラック極限と呼ばれる。

次に、4 世代マヨラナニュートリノ N_1, N_2 と弱電理論のゲージボゾン、即ち、光子 (A), Z ボゾン (Z), W ボゾン (W^\pm) との相互作用を考える。一般に、弱電カレント相互作用は以下の様に書ける。

$$\mathcal{L} = e_0 A^\mu J_\mu^Q + \frac{e_0}{s_0 c_0} Z^\mu (J_\mu^3 - s_0^2 J_\mu^Q) + \frac{e_0}{\sqrt{2} s_0} (W_+^\mu J_\mu^+ + W_-^\mu J_\mu^-) \quad (2.7)$$

ここで、 e_0 は $U(1)_{\text{em}}$ の結合定数、 $s_0 \equiv \sin \theta_0$ (θ_0) は弱電理論の混合角 (ワインバーグ角) である。添字 0 は 3 章の記述と無矛盾になる様につけたもので、裸のパラメータであることを示す。 J^Q 及び $J^3, J^\pm \equiv (J^1 \pm iJ^2)/\sqrt{2}$ は各々 $U(1)_{\text{em}}, SU(2)_L$ のカレントであり、ニュートリノを含むレプトンからの寄与は以下である。

$$\begin{aligned} J_\mu^Q &= Q^e \bar{E} \gamma_\mu E, \\ J_\mu^3 &= I_3^{\text{eL}} \bar{E}_L \gamma_\mu E_L + I_3^{\nu\text{L}} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L, \\ J_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L \gamma_\mu E_L, \quad J_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{E}_L \gamma_\mu \nu_L \end{aligned} \quad (2.8)$$

Q^ψ, I_3^ψ は各々 ψ の電荷及びアイソスピンである。上式中 ν_L は式 (2.6) より 2 つのマヨラナ場 N_1, N_2 からなる。一般に $N_i^c = N_i$ であるマヨラナ場について以下が成り立つ。

$$\begin{aligned} \bar{N}_i N_j &= \bar{N}_j N_i, \\ \bar{N}_i \gamma_\mu N_j &= -\bar{N}_j \gamma_\mu N_i, \\ \bar{N}_i \gamma_5 N_j &= \bar{N}_j \gamma_5 N_i, \\ \bar{N}_i \gamma_\mu \gamma_5 N_j &= \bar{N}_j \gamma_\mu \gamma_5 N_i \end{aligned}$$

これを用いカレントを質量固有状態で書き改めると以下の様になる。

$$\begin{aligned} J_\mu^Q &= Q^e \bar{E} \gamma_\mu E, \\ J_\mu^3 &= I_3^{\text{eL}} \bar{E} \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} E \\ &\quad + I_3^{\nu\text{L}} \left(-\frac{1}{2} c_\theta^2 \bar{N}_1 \gamma_\mu \gamma_5 N_1 - \frac{1}{2} s_\theta^2 \bar{N}_2 \gamma_\mu \gamma_5 N_2 + i s_\theta c_\theta \bar{N}_2 \gamma_\mu N_1 \right), \\ J_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-i c_\theta \bar{N}_1 + s_\theta \bar{N}_2) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} E \\ J_\mu^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{E} \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} (i c_\theta N_1 + s_\theta N_2) \end{aligned} \quad (2.9)$$

上式中でマヨラナニュートリノに特徴的な点は Z ボゾンとの相互作用に於ける以下である。Z ボゾンとの相互作用を通じて重いマヨラナニュートリノと軽いマヨラナニュートリノが混合する場合、その相互作用は純粋に vector 型 ($Z^\mu \overline{N_1} \gamma_\mu N_2$) である。これに対して Z ボゾンと同じ質量のニュートリノが相互作用する場合は純粋に axial vector 型 ($Z^\mu \overline{N_1} \gamma_\mu \gamma_5 N_1$, $Z^\mu \overline{N_2} \gamma_\mu \gamma_5 N_2$) である。もしも、質量行列の対角化の際、カイラル変換を行わず一方の質量を負にとれば共に axial vector 型になる。又、重い方のマヨラナニュートリノ N_2 が関わる相互作用はその結合定数が混合角 s_θ を含む。軽い世代に於ては、 $s_\theta \simeq 0$ であり N_2 が関わる相互作用は抑制される。これに対して我々が扱う 4 世代では N_1 と N_2 が同程度に寄与する事を付記しておく。

ゲージボゾン以外の粒子とニュートリノの相互作用も同様に質量固有状態で書き直す事ができる。しかし、我々は $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程への 4 世代ニュートリノの輻射補正としての寄与を評価したいので、式 (2.9) で十分である。4 章で、実際に式 (2.9) を用いて輻射補正の計算を行う。その際、世代間の混合は考えない。

Chapter 3

e^+e^- 衝突過程に於ける “標準模型を越える理論” に起因する輻射補正

本章では、電子・陽電子の衝突による過程に於ける “標準模型を越える理論” に起因する重い粒子の効果について述べる。前章で扱ったシーソー機構が働く 4 世代ニュートリノもこの範疇にある。

従来の加速器実験（電子・陽電子衝突装置）の到達エネルギーは高々 100 GeV であり、観測されるのは図 2(a) の 4-フェルミオン過程 $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ (f は軽いフェルミオン) に限られていた。通常、外線のフェルミオンとこの様な重い粒子の直接的な相互作用は、その結合定数の小ささから抑制され、重い粒子の効果は主に図 2(b) に示したゲージ場の自己エネルギーに現われると考えられる。これは、標準理論中のトップクォークやヒッグスボゾンの様な重い粒子がフェルミオンの自己エネルギーやゲージ場との vertex の補正に殆ど寄与しない事から類推される。トップクォーク、ヒッグスボゾンと軽いフェルミオンの結合定数は各々小林・益川行列、フェルミオンの質量を含む為非常に小さい。一方、今後の実験では全エネルギーが W ボゾン対生成が可能となる 170 GeV 又はそれ以上の領域に到達し、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程 (図 3(a)) の測定が行われる。この場合、ゲージ場の自己エネルギーに加え、3 点 vertex も補正を受ける (図 3(b))。図 2(b), 図 3(b) の様な外線のフェルミオンと直接相互作用しない重い粒子による補正を “oblique” 補正と呼ぶ。“oblique” 補正のみを扱うくりこみ処方として実際の散乱振幅上での処方が Kennedy と Lynn によって提唱された [2]。3.1 節で我々が解析する $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に拡張された [20] この処方を紹介する。4-フェルミオン過程にこのくりこみ処方を用いる

と、重い粒子によるゲージ場の自己エネルギーを観測量と直接関係付けられるパラメータで表す事が容易になる。この様なパラメータの導入は、実験データから系統的に“標準模型を越える理論”を検証する為に必要であり、Kennedy と Lynn, Kennedy と Langacker, Altarelli と Barbieri, Peskin と Takeuchi によって別々に行われている [2, 13, 14, 15, 16]。3.2 節ではこれらのパラメータのうち Peskin と Takeuchi にいよる S, T, U パラメータを紹介する。一方、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に於てはゲージ場の 3 点 vertex の補正が含まれ、これを介して“標準模型を越える理論”に新しい情報が得られる可能性がある。3 点 vertex の補正に関しては Lorentz 構造による分類が萩原らによってなされている [17, 18]。3.3 節ではこれを基に議論する。3.4 節では我々が実際に解析する $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に関して、この構造を基に表された微分散乱断面積を示す。

3.1 Kennedy と Lynn によるくりこみ処方

通常、輻射補正に現われる発散は出発点とした裸のラグランジアンに含まれるパラメータが ill-defined であった為生じたものと解釈され、裸のラグランジアンをくりこまれた項と相殺項に分ける事で処理する。この分け方はくりこみ条件に依存する。理論がくりこみ条件に依存しない事はくりこみ群不変性により原理的には保証されている。しかし、実際の輻射補正の計算では摂動のあるオーダーまでの近似を行うため評価すべき物理量にくりこみ依存性が残る可能性がある [19]。理論がくりこみ条件に依らない事を示したり物理量（パラメータ）のエネルギー依存性を正しく評価する為にはくりこみ群方程式を解かなければならない。これは、補正を与える粒子の質量が考察したいエネルギースケールに近い場合、技術的に困難である。これに対し、Kennedy と Lynn は扱う補正を“oblique”補正に限り、相殺項を作る必要がないくりこみ処方を提案した。

彼らは物理過程に於て“oblique”補正は、必ず決まった裸のパラメータとの組み合わせで現われる為、これらの組み合わせが有限であると解釈でき、対応する有限かつ運動量依存性を持つパラメータを導入出来る事、その方法が一意的である事を指摘し、4-フェルミオン過程について 1-loop レベルでこれを行っている。この方法で定義されるパラメータは通常*をつけて表されるので、以下では“starred”パラメータと呼ぶ。彼らは、“starred”パラメータが裸の量のみから定義できる為、この処方がくりこみ条件に依存しないと主張している。この処方による結果が質

量殻上のくりこみと厳密に一致するか、2-loop 以上を扱う場合に拡張できるかという問題は非常に興味深いがここでは立ち入らない事にする。我々はシーソー機構が働くニュートリノが寄与する補正を定性的に議論したいので、この処方十分である。既に、評価したいゲージ場の 3 点 vertex の補正を含む $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に対してこの方法が拡張されており [20]、以下これを簡単に紹介する。詳しくは付録 A で述べる。

e^-, e^+, W^-, W^+ の運動量を r, \bar{r}, q, \bar{q} 、ヘリシティを $\sigma, \bar{\sigma}, \lambda, \bar{\lambda}$ とする (図 4)。tree レベルで可能なダイアグラムは図 5(a),(b),(c) の 3 つであり、高エネルギーでのユニタリティーはこれらの相互の間で保証されている。我々は、W ボゾン対生成が起こるエネルギー領域を考えており電子の質量は無視できる為、ヒッグス粒子交換過程は考えない。又、s-channel で交換されるゲージボゾンのスカラー成分 (propagator の $P^\mu P^\nu$ 項) は無視できる。我々が、評価したい輻射補正は式 (2.7) の弱電カレント相互作用に起因するものである。

$$\mathcal{L} = e_0 A^\mu J_\mu^Q + \frac{e_0}{s_0 c_0} Z^\mu (J_\mu^3 - s_0^2 J_\mu^Q) + \frac{e_0}{\sqrt{2} s_0} (W_+^\mu J_\mu^+ + W_-^\mu J_\mu^-) \quad (3.1)$$

このカレントからゲージ場の自己エネルギー $\Pi_{ij}^{\mu\nu}$ 、3 点 vertex の補正 $\Sigma_{ijk}^{\mu\alpha\beta}$ は

$$\begin{aligned} \Pi_{ij}^{\mu\nu}(P^2) &= \int dx e^{-ipx} \langle J_i^\mu(x) J_j^\nu(0) \rangle \\ \Sigma_{ijk}^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}) &= \int dx dy e^{-iqx} e^{-i\bar{q}y} \langle J_i^\mu(x) J_j^\alpha(y) J_k^\beta(0) \rangle \\ i, j, k &= Q, 3, \pm \end{aligned}$$

で与えられる。これより、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に於て 1-loop レベルで可能な補正は s-channel で交換される A, Z ボゾンの自己エネルギー、AZ 混合 $\Pi_{AA}^{\mu\nu}, \Pi_{ZZ}^{\mu\nu}, \Pi_{AZ}^{\mu\nu}$ ($= \Pi_{ZA}^{\mu\nu}$)、ゲージ場の 3 点 vertex、即ち、AWW vertex, ZWW vertex の補正 $\Sigma_{AWW}^{\mu\alpha\beta}, \Sigma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta}$ 、及び、s-channel, t-channel 交換過程に共通な外線の W ボゾンの自己エネルギー Π_{WW} である (図 6)。但し、自己エネルギーに関してはゲージボゾンのスカラー成分が無視できる為、 $g^{\mu\nu}$ 比例項を扱えば十分であり以下の Π はこの項を表す。

$$\Pi_{AA} = e_0^2 \Pi_{QQ}, \quad \Pi_{AZ} = \frac{e_0^2}{s_0 c_0} (\Pi_{3Q} - s_0^2 \Pi_{QQ}), \quad (3.2)$$

$$\Pi_{ZZ} = \left(\frac{e_0}{s_0 c_0} \right)^2 (\Pi_{33} - 2s_0^2 \Pi_{3Q} + s_0^4 \Pi_{QQ}), \quad (3.3)$$

$$\Pi_{WW} = \left(\frac{e_0}{s_0} \right)^2 \Pi_{+-} = \left(\frac{e_0}{s_0} \right)^2 \Pi_{11}, \quad (3.4)$$

$$\Sigma_{\text{AWW}}^{\mu\alpha\beta} = e_0 g_0^2 \Sigma_{Q+-}^{\mu\alpha\beta}, \quad (3.5)$$

$$\Sigma_{\text{ZWW}}^{\mu\alpha\beta} = \frac{e_0}{s_0 c_0} g_0^2 \left(\Sigma_{3+-}^{\mu\alpha\beta} - s_0^2 \Sigma_{Q11}^{\mu\alpha\beta} \right) \quad (3.6)$$

まず s-channel 過程の振幅について述べる。上記の補正のうち内線のゲージ場の自己エネルギーの扱いは、4-フェルミオン過程と同じである。4-フェルミオン過程に於て可能な“oblique”補正はゲージ場の自己エネルギーのみである。この自己エネルギーに関してはゲージ場の propagator として Dyson 方程式の解 (full (corrected) propagator) を用いる事で、全オーダーの効果を考慮できる。振幅に於て、補正を含む full propagator は両端の裸の結合定数とあわせて有限であると解釈される。これに伴い、両端の裸の結合定数の他、full propagator の含む裸の質量、波動関数のくりこみ定数が自己エネルギーに現われていた発散を吸収して“starred”パラメータとして再定義される。A, Z ボゾンに媒介される中性カレント相互作用と W ボゾンに媒介される荷電カレント相互作用の振幅に於て合計 6 つの“starred”パラメータが導入される。結合定数 (e_*)、ワインバーグ角 ($s_* = \sin\theta_*$)、Z, W ボゾンの質量 (M_{Z*}, M_{W*})、及び、Z, W ボゾンの波動関数のくりこみ定数 (Z_{Z*}, Z_{W*}) である。

$$\begin{aligned} \frac{1}{e_*^2}(P^2) &= \frac{1}{e_*^2}(m_Z^2) - [\Pi'_{QQ}(P^2) - \Pi'_{QQ}(m_Z^2)], \\ s_*^2(P^2) &= s_*^2(m_Z^2) - e_*^2 \left[\left\{ \Pi'_{3Q}(P^2) - \Pi'_{3Q}(m_Z^2) \right\} - s_*^2 \left\{ \Pi'_{QQ}(P^2) - \Pi'_{QQ}(m_Z^2) \right\} \right], \\ M_{Z*}^2(P^2) &= m_Z^2 + \left(\frac{e_*}{s_* c_*} \right)^2 \left[\left\{ \Pi_{33}(P^2) - \Pi_{33}(m_Z^2) \right\} - \left\{ \Pi_{3Q}(P^2) - \Pi_{3Q}(m_Z^2) \right\} \right. \\ &\quad \left. + m_Z^2 (c_*^2 - s_*^2) \left\{ \Pi_{3Q}^P(P^2) - \Pi_{3Q}^P(m_Z^2) \right\} \right. \\ &\quad \left. + m_Z^2 s_*^4 \left\{ \Pi_{QQ}^P(P^2) - \Pi_{QQ}^P(m_Z^2) \right\} \right], \\ M_{W*}^2(P^2) &= m_W^2 + g_*^2 \left[\Pi_{11}(P^2) - \Pi_{11}(m_W^2) - (P^2 - m_W^2) \Pi'_{11}(m_W^2) \right], \\ Z_{W*}(P^2) &= 1 - g_*^2 \left[\Pi_{3Q}^P(P^2) - \Pi'_{11}(m_W^2) \right], \\ M_{Z*}(m_Z^2) &= m_Z, \quad M_{W*}(m_W^2) = m_W \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここで、 m_Z, m_W は各々 Z, W の full propagator の pole を与える。又、上記の M_{Z*} の定義は Z_{Z*} を 1 にするものである。但し、上記に於て Π', Π^P は以下の定義による。

$$\begin{aligned} \Pi'_{ij}(P^2) &\equiv \frac{d}{dP^2} \Pi_{ij}(P^2) \\ \Pi_{ij}^P(P^2) &\equiv \frac{\Pi_{ij}(P^2)}{P^2} \end{aligned}$$

$e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ 過程の 1-loop レベルの振幅は tree レベルの振幅に於て裸のパラメータをこれらの “starred” パラメータで置き換えたものに一致する。

一方、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に対しては外線である W ボゾンの自己エネルギーは full propagator 中の波動関数のくりこみ定数 Z_W を介して寄与する。3 点 vertex の補正はこの Z_W と関係付けられており (Ward-高橋恒等式)、それぞれの発散は相殺する。最終的に、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に於ける s-channel ダイアグラムによる振幅は 1-loop で以下の様にまとまる (付録 A 参照)。

$$\mathcal{M}_s^{(1\text{-loop})} = -\frac{ie_*^2}{P^2} Z_{W*} \bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma}) \gamma_\mu u(r, \sigma) \Gamma^{\mu\alpha\beta} \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}),$$

$$\Gamma^{\mu\alpha\beta} = \sum_i \left(Q f_i^A + \frac{I_3 - s_*^2 Q}{s_*^2} \frac{P^2}{P^2 - m_Z^2} f_i^Z \right) T_i^{\mu\alpha\beta}, \quad (3.8)$$

ここで $u(r, \sigma)$, $v(\bar{r}, \bar{\sigma})$ は入射電子、陽電子のスピンル、 $\varepsilon_\alpha(q, \lambda)$, $\varepsilon_\beta(\bar{q}, \bar{\lambda})$ は W^\mp ボゾンの偏極ベクトルであり、 r, \bar{r}, q, \bar{q} 及び $P = q + \bar{q}$ は図 4 に示した運動量である。又、 $\Gamma^{\mu\alpha\beta}$ は AWW vertex と ZWW vertex をあわせた 3 点 vertex であり、独立な 7 つの Lorentz 構造 T_i ($i = 1 \sim 7$) を持つ。この Lorentz 構造 T_i については 3.3 節で述べる。ここでは、tree レベルの構造が $T_0 = T_1 + 2T_3$ である事のみが重要である。 Q, I_3 は入射電子の電荷、アイソスピンである。各形状因子 f_i は tree、自己エネルギー、vertex 補正からの寄与 (各々、 $f_{i(\text{tree})}$, $\Delta f_{i(2)}$, $\Delta f_{i(3)}$) を持ち以下の様に書ける。但し、以下では 3 点 vertex の補正 $\Sigma_{Q+-}^{\mu\alpha\beta}$, $\Sigma_{3+-}^{\mu\alpha\beta}$ の $T_i^{\mu\alpha\beta}$ に関する形状因子を各々 Σ_{Q+-}^i , Σ_{3+-}^i と記す。

$$f_i^{V=A,Z} = f_{i(\text{tree})}^V + \Delta f_{i(2)}^V + \Delta f_{i(3)}^V,$$

$$\begin{aligned} f_{1(\text{tree})}^A &= f_{1(\text{tree})}^Z = \frac{1}{2} f_{3(\text{tree})}^A = \frac{1}{2} f_{3(\text{tree})}^Z = 1, \\ f_{i(\text{tree})}^A &= f_{i(\text{tree})}^Z = 0 \quad (i = \text{others}), \\ \Delta f_{1(2)}^A &= \frac{1}{2} \Delta f_{3(2)}^A = g_*^2 \frac{\Pi_{3Q}}{P^2}, \\ \Delta f_{1(2)}^Z &= \frac{1}{2} \Delta f_{3(2)}^Z = g_*^2 \frac{\Pi_{3Q}}{P^2} + \frac{M_{Z*}^2 - m_Z^2}{P^2 - m_Z^2}, \\ \Delta f_{i(3)}^A &= g_*^2 \Sigma_{Q+-}^i, \\ \Delta f_{i(3)}^Z &= \frac{g_*^2}{c_*^2} \left(\Sigma_{3+-}^i - s_*^2 \Sigma_{Q+-}^i \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

t-channel ダイアグラムは外線の W ボゾンのみが補正を受け (図 6(d))、以下の様になる (付録 A 参照)。

$$\mathcal{M}_t^{(1\text{-loop})} = -\frac{i}{2} g_*^2 Z_{W*} \bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma}) \gamma_\beta \frac{1}{\not{r} - \not{q}} \gamma_\alpha \frac{1 - \gamma_5}{2} u(r, \sigma) \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \quad (3.10)$$

式 (3.8), (3.10) はやはり tree レベルの振幅において裸のパラメータを “starred” パラメータに換えたものに一致する。但し、3 点 vertex 関数 $\Gamma^{\mu\alpha\beta}$ には、tree レベルになかった構造が含まれる。又、自己エネルギーと 3 点 vertex の補正に於ける紫外発散の相殺は T_0 に関する形状因子 f_1, f_3 上で起こる事を注意しておく。

3.2 ゲージ場の自己エネルギーについて

前節で述べた様に、1-loop レベルの “oblique” 補正を取り入れた 4 フェルミオン過程の振幅は、tree レベルの振幅に於て裸のパラメータを “starred” パラメータに置き換えたものに一致する。従って、4 フェルミオン過程を通じて測定される物理量 x に於ても同様の置き換えをする事により “oblique” 補正の効果を含む事が出来る。

$$x^{(1\text{-loop})} = x^{(\text{tree})} \text{ (裸のパラメータ} \rightarrow \text{“starred” パラメータ)}$$

“starred” パラメータは自己エネルギー Π より、式 (3.7) で与えられる。 x としては Z ボゾンの崩壊幅、フェルミオン f の前後方非対称値、ハドロンへの崩壊幅、レプトンへの崩壊幅等がある。この様な観測値 x から “標準模型を越える理論” への情報を系統的に引き出す為のパラメータとして以下で、Peskin と Takeuchi により提唱された S, T, U パラメータ [15, 16] を紹介する。

我々はゲージ場の自己エネルギー Π に関して、従来の実験のエネルギースケールに比べ非常に重い粒子による効果のみを考えている。従って、自己エネルギー Π は以下の様に展開できる。

$$\Pi(P^2) = \Pi(0) + P^2 \Pi'(0) + O\left(\frac{P^2}{M^2} P^2\right) \quad (3.11)$$

ここで M は “標準模型を越える理論” に起因する典型的なエネルギースケール (重い粒子の質量) である。シーソー機構が働く 4 世代ニュートリノではマヨラナ質量 M_R と考えてよい。 Π' は運動量 P に関する導関数を表す。従来の実験のエネルギースケールでは、 Π に於ける $O(P^4/M^2)$ の寄与は無視できる。又、 $U(1)_{\text{em}}$ の対称性、即ち、電磁カレント保存 $\partial^\mu J_\mu^Q = 0$ から以下が成り立つ。

$$\Pi_{QQ}(0) = \Pi_{3Q}(0) = 0 \quad (3.12)$$

従って、“標準模型を越える理論” に起因するゲージ場の自己エネルギーは対数発散を含む $\Pi'_{QQ}(0), \Pi'_{3Q}(0), \Pi'_{33}(0), \Pi'_{11}(0)$ 、及び、2 次発散を含む $\Pi_{33}(0), \Pi_{11}(0)$ の

6つのパラメータで記述される。ゲージ場の自己エネルギーを扱う場合にくりこみを受ける裸のパラメータは結合定数 e_0 、ワインバーグ角 s_0 、Z ボゾンの質量 M_{Z0} の3つである。式 (3.7) では羅列したが結合定数 g_0 、W ボゾンの質量 M_{W0} は標準模型に於てワインバーグ角を介して e_0 、 M_{Z0} と関係付けられており独立ではない。又、波動関数のくりこみ定数は補正を扱う際に現われるパラメータであり、理論、即ち、標準模型の基本的パラメータではない。よって、上記の6つの発散のうち3つはくりこみにより裸のパラメータに吸収されている。従って、“starred”パラメータや観測量 x は残りの3つの発散が相殺する様な Π の組み合わせで表されていると考えられる。しかし、式 (3.7) からわかる様に、各観測量はまちまちの Π の組み合わせを含む。これらを系統的に扱う為には、発散が互いに相殺する様な Π の線形結合による3つのパラメータが必要である。ここで線形結合としたのは1-loop レベルで議論している為である。

これに対して Peskin と Takeuchi は以下のパラメータを定義している。

$$\begin{aligned}\frac{1}{4\pi}S &= 4 [\Pi'_{33}(0) - \Pi'_{3Q}(0)] \\ \frac{1}{4\pi}T &= \frac{1}{s^2 c^2 m_Z^2} [\Pi_{11}(0) - \Pi_{33}(0)] \\ \frac{1}{4\pi}U &= 4 [\Pi'_{11}(0) - \Pi'_{33}(0)]\end{aligned}\tag{3.13}$$

上式は標準模型の対称性 ($SU(2) \times U(1)$) より発散が相殺する組み合わせであることがわかる。観測量 x に対する“標準模型を越える理論”からの寄与はこれらのパラメータの線形結合で表される。

$$x^{(1\text{-loop})} = x^{\text{SM}} + aS + bT + cU\tag{3.14}$$

ここで a, b, c は観測量 x に依存して結合定数等から決まる係数である。又、 x^{SM} は標準模型から得られる x の理論値である。以上より“標準模型を越える理論”への制限は精密実験から得られる x の値から式 (3.14) を介して S, T, U への制限という形で与えられる。式 (3.14) より、 S, T, U への制限を与える為には標準模型からの寄与 x^{SM} が明確である事が必要である。この為、実際には未発見のトップクォークとヒッグス粒子の質量の仮定の下にこの制限が与えられる。又、実際の観測値は殆ど中性カレント相互作用を介して得られ、この場合、3つのパラメータのうち S, T のみに依存する事が知られている。トップクォーク、ヒッグス粒子の質量の決定や、観測値 x の修正により変更される可能性は残されているが、近年の精密実験の結果は S, T パラメータが負である事を指示している [15, 16]。

既に多くの“標準模型を超える理論”の候補であるモデルからゲージ場の自己エネルギーが評価されている。標準模型の中性ゲージボゾン A, Z と混合する extra $U(1)$ のゲージボゾン Z' [21]、MSSM(Minimal Supersymmetric Standard Model) に於ける Squark [22] 等から S, T に対し負の寄与を与える可能性が示されている。シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの評価もなされており、 S, T 両パラメータに負の寄与を与えるのは 2 つのマヨラナニュートリノの混合角 $\tan \theta$ が 0.4 付近である事が示されている [3, 4] (付録 B 参照)。以上は従来の 100 GeV 以下の実験に於いて有効な議論である。我々は、 $10^{2\sim 3}$ GeV のマヨラナニュートリノの効果を今後の実験のエネルギースケールで議論するため、式 (3.11) に於て $O(\frac{P^4}{M^2})$ の項も評価しなければならない。しかし、 e^+e^- 衝突過程を扱う為、自己エネルギーに関してはやはり $g^{\mu\nu}$ 比例項を評価すればよい。又、 $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ対称性から得られた条件式 (3.12) も常に成り立つ。

3.3 ゲージ場の 3 点 vertex の補正について

前節に於て、重い粒子の効果がゲージ場の自己エネルギーとして現われる場合、その $g^{\mu\nu}$ 比例項を介して観測される事、及び、 $\Pi_{QQ}(0) = \Pi_{3Q}(0) = 0$ である事を示した。これはゲージ場が軽いフェルミオンと相互作用する過程に於ける観測である点と $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ対称性を考慮した結果であった。この節では、ゲージ場の 3 点 vertex に関して、同様の考察を行い、重い粒子による効果がどのような構造に寄与するかを調べる。即ち、式 (3.8) の T_i として具体的にどのような構造があるかを考える。

3 点 vertex AWW, ZWW の補正 Σ_{VWW} ($V = A, Z$) を考える場合、ゲージ場のスカラー成分は無視できる。

$$\partial_\mu V^\mu = \partial_\mu W_\mp^\mu = 0$$

即ち、図 4、及び、図 9 の運動量について以下が成り立つ。

$$\gamma_\mu P^\mu = 0, \quad \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) q^\alpha = 0, \quad \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \bar{q}^\beta = 0 \quad (3.15)$$

これは、以下の理由による。VWW ($V=A, Z$) Vertex の補正 Σ_{VWW} ($V = A, Z$) は実際には、我々が扱う $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程等に現われる。この場合、中性ベクトルボゾン V は質量を無視できる入射電子と相互作用している為、 $\partial^\mu V_\mu = 0$ と考えてよい。一方、 W ボゾンに関してはそれが on-shell である（質量殻上にある）

場合、厳密に $\partial^\mu W_\mu^\mp = 0$ である。又、off-shell の場合、各々軽いフェルミオンに崩壊すると考えられ、この様な条件の下でやはりスカラー成分を無視できる。よって、観測過程に現われる 3 点 vertex の補正に関しては式 (3.15) を用いてよい。

この様にゲージ場のスカラー成分を無視した場合可能な Lorentz 構造は 7 つである事が萩原らによって示されている [17, 18]。

$$\Sigma_{VWW}^{\mu\alpha\beta} = \sum_{i=1}^7 \Sigma_{VWW}^i T_i^{\mu\alpha\beta},$$

$$\begin{aligned} T_1^{\mu\alpha\beta} &= (q - \bar{q})^\mu g^{\alpha\beta}, & T_2^{\mu\alpha\beta} &= -\frac{1}{m_W^2} (q - \bar{q})^\mu P^\alpha P^\beta, \\ T_3^{\mu\alpha\beta} &= P^\alpha g^{\mu\beta} - P^\beta g^{\mu\alpha}, & T_4^{\mu\alpha\beta} &= i(P^\alpha g^{\mu\beta} + P^\beta g^{\mu\alpha}), \\ T_5^{\mu\alpha\beta} &= i\epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} (q - \bar{q})_\rho, & T_6^{\mu\alpha\beta} &= -\epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} P_\rho, \\ T_7^{\mu\alpha\beta} &= -\frac{i}{m_W^2} (q - \bar{q})^\mu \epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} P_\rho (q - \bar{q})_\sigma \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで Σ_{VWW}^i は次元を待たない形状因子であり、図 6(b) のダイアグラムからの寄与を受ける。更に、 $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ対称性に注目して上式を再考察すると以下を得る。

$$\Sigma_{AWW}^i(p^2 = 0) = 0 \quad (i = 1, 2, 4, 5, 7)$$

このゲージ対称性による条件の導入は付録 C に詳しく記すことにする。

さて、Lorentz 構造に関する一般的な考察から得られた上記の形状因子について物理的な性質を明確にしておく必要がある。ここでは、空間反転 P 、荷電共役変換 C 、及び、時間反転 T を考える。ベクトル場の各々に対する変換は以下である。

$$\begin{aligned} PV_\mu(t, \mathbf{x})P^{-1} &= V^\mu(t, -\mathbf{x}), & PW_\mu^\pm(t, \mathbf{x})P^{-1} &= W^{\pm\mu}(t, -\mathbf{x}), \\ CV_\mu(t, \mathbf{x})C^{-1} &= -V_\mu(t, \mathbf{x}), & CW_\mu^\pm(t, \mathbf{x})C^{-1} &= W_\mu^\mp(t, \mathbf{x}), \\ TV_\mu(t, \mathbf{x})T^{-1} &= V^\mu(-t, \mathbf{x}), & TW_\mu^\pm(t, \mathbf{x})T^{-1} &= W^{\pm\mu}(-t, \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

上式より得られる各形状因子の性質は表 2 にまとめる。3 点 vertex の補正として実際にどの形状因子が寄与するかは扱うモデルに依存する。我々は、シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの寄与を評価する。この際、他の世代との混合は扱わない為、2.3 節で述べた様に CP 不変性を破る位相を含まない。従って、上記の Lorentz 構造のうち、 T_1, T_2, T_3, T_5 が現われる。そこで、次節ではこれに関する形状因子に限って議論する。

3.4 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積

3.1 節で求めた振幅, 式 (3.8)(3.10) より、我々が解析したい $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積を定式化する [20]。弱電理論の相互作用より、入射電子・陽電子のカイラリティは逆である事がわかる。即ち、 $e_L^+ e_R^-$ と $e_R^+ e_L^-$ である。今、電子の質量は無視できるので L はヘリシティ -1 , R は $+1$ として扱ってよい (図 7)。一方、 W^-, W^+ のヘリシティ $\lambda, \bar{\lambda}$ には 0 (縦波成分) と ± 1 (横波成分) がある。ここでは横波成分の 2 種のヘリシティは区別しない立場をとり、終状態として $W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-, W_{\text{trans}}^+ W_{\text{trans}}^-, W_{\text{long}}^+ W_{\text{trans}}^- (= W_{\text{trans}}^+ W_{\text{long}}^-)$ を考える。ここで long は縦波、trans は横波の意味である。又、簡単の為、終状態の W ボゾンは on-shell (質量殻上にある) とする。

入射電子・陽電子の重心系に於てこの様に偏極した電子・陽電子を含む始状態、偏極した W ボゾン対からなる終状態の微分散乱断面積は以下の様になる。但し、 $1R = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} (\alpha = \frac{e^2}{4\pi})$ の単位で記す。尚、 \sqrt{s} はこの過程の全エネルギーである。

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{3}{8}\beta \Sigma_{W^-, W^+}$$

$$\Sigma_{\text{trans, trans}} = 2 \sin^2 \theta \left[|A_1|^2 - (A_1^* A_2 + A_1 A_2^*) \cos \theta + |A_2|^2 (1 + 2 \cos^2 \theta) \right]$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{trans, long}} &= \Sigma_{\text{long, trans}} \\ &= |A_3|^2 (1 + \cos^2 \theta) + (A_3^* A_4 + A_3 A_4^*) \cos \theta \sin^2 \theta + |A_4|^2 \sin^4 \theta \end{aligned}$$

$$\Sigma_{\text{long, long}} = |A_5|^2 \sin^2 \theta \quad (3.18)$$

ここで θ は図 7 に示した散乱角である。又、 Σ の 2 つの添字は W^+, W^- の偏極状態を表す。 $A_i (i = 1 \sim 5)$ は入射電子の偏極状態によって決まり以下の様に形状因子で表される。

$$A_1 = \beta F_1, \quad A_2 = 0,$$

$$A_3 = \frac{\beta\sqrt{s}}{m_W} \left[\frac{1}{2} F_3 + \frac{1}{2} \beta \cos \theta F_5 \right],$$

$$A_4 = \frac{\beta^2 \sqrt{s}}{2m_W} F_5,$$

$$A_5 = \beta \frac{s}{m_W^2} \left[\frac{1}{2} F_3 - \left(\frac{1}{2} - \frac{m_W^2}{s} \right) F_1 + \frac{1}{4} \beta^2 \frac{s}{m_W^2} F_2 \right] \quad \text{for } e_R^- e_L^+$$

$$A_1 = \beta F_1 + \frac{\beta}{2s_*^2 \mathcal{D}}, \quad A_2 = \frac{1}{2s_*^2 \mathcal{D}},$$

$$\begin{aligned}
A_3 &= \frac{\beta\sqrt{s}}{m_W} \left[\frac{1}{2}F_3 - \frac{1}{2}\beta \cos\theta F_5 + \frac{1}{2s_*^2} + \frac{m_W^2}{s_*^2\beta^2 s} \left(1 - \frac{2m_W^2}{s\mathcal{D}} \right) \right], \\
A_4 &= -\frac{\beta^2\sqrt{s}}{2m_W} F_5 + \frac{m_W}{s_*^2\sqrt{s}\mathcal{D}}, \\
A_5 &= \beta \frac{s}{m_W^2} \left[\frac{1}{2}F_3 - \left(\frac{1}{2} - \frac{m_W^2}{s} \right) F_1 + \frac{1}{4}\beta^2 \frac{s}{m_W^2} F_2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{4s_*^2} + \frac{1}{\beta^2 s_*^2} \frac{m_W^2}{s} \left(1 - \frac{2m_W^2}{s\mathcal{D}} \right) \right] \quad \text{for } e_L^- e_R^+ \\
F_i &= Qf_i^A + \frac{I_3 - s_*^2 Q}{s_*^2} \frac{s}{s - m_Z^2} f_i^Z \quad (3.19)
\end{aligned}$$

但し、我々の解析に必要なでない CP 不変性を破る形状因子は省いた。 Q, I_3 は入射電子の電荷、アイソスピンであり e_L^- に関しては各々 $-1, -\frac{1}{2}$ 、 e_R^- に関しては $-1, 0$ である。又、上式中 β は W^- ボゾンの相対論的速度であり、 $\frac{1}{\mathcal{D}}$ は t -channel ダイアグラムによる前方散乱の peak を与える因子である。

$$\begin{aligned}
\beta &= \left[1 - \frac{4m_W^2}{s} \right]^{1/2}, \\
\mathcal{D} &= \frac{1}{2} (1 + \beta^2 - 2\beta \cos\theta) \quad (3.20)
\end{aligned}$$

始状態が $e_L^+ e_R^-$ である微分散乱断面積には第 1 世代に右巻きニュートリノ ν_R が存在しない、又は存在したとしても弱電相互作用をしない為 s -channel ダイアグラムのみが寄与する。この場合、角運動量の保存則から終状態 $W_{\text{trans}}^+ W_{\text{trans}}^-$ には角運動量が 2 となるヘリシティ $(\lambda, \bar{\lambda}) = (1, -1), (-1, 1)$ の状態は含まれていない事がわかる。又、無偏極の場合の微分散乱断面積も、始状態についてはヘリシティの平均を、終状態についてはヘリシティの和をとることで式 (3.18) (3.19) (3.20) より求められる。

Chapter 4

結果

本章では $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に於ける 1-loop レベルの輻射補正に対する 4 世代マヨラナニュートリノからの寄与を評価する。この過程は、1995 年稼働予定の CERN の加速器 LEP II で行われる実験に於て最も重要な過程であり、全エネルギーとして 170 GeV 以上が予定されている。tree レベルでのこの過程のユニタリティは、可能な 3 つのダイアグラム図 5(a),(b),(c) の間のエネルギー依存性の相殺により保証される。ゲージ場の 3 点 vertex の輻射補正によるずれは 3 つのダイアグラムの間の関係、即ち、ユニタリティの為の相殺を損なう為、観測され易い。又、従来の電子陽電子衝突装置に比べ高いエネルギー領域での実験であるという点と相まって、“標準理論を越える理論”に敏感な過程であると言える。我々は、この過程に輻射補正として寄与する“標準理論を越える理論”の 1 つとしてシーソー機構が働く 4 世代ニュートリノを扱う。シーソー機構を 4 世代に適用した場合、マヨラナ質量は 2.2 節で記したように $10^{2\sim 3}$ GeV のオーダーであり、この実験のエネルギースケールに非常に近い。従って、もし 4 世代マヨラナニュートリノが存在すれば、この過程に顕著に寄与するものと予想される。シーソー機構が働く 4 世代ニュートリノによるこの過程への寄与は、ゲージ場の自己エネルギーと 3 点 Vertex の補正として現われる。我々はまず 4.1 節で解析的にこの両者を評価する。更に、4 世代マヨラナニュートリノとして妥当と考えられる質量領域 (式 (2.4)) を選び、過程の全エネルギーについて 170GeV \sim 3000GeV の範囲で微分散乱断面積やゲージ場の 3 点 vertex の形状因子を数値的に評価する。これは 4.2 節で行う。4.3 節ではこれらの結果をディラック粒子との比較という観点からまとめる。

4.1 解析的結果

$e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程 (図 5) に対して弱電カレント相互作用、式 (2.5) から 1-loop レベルで可能な寄与は図 6 に示したゲージ場の自己エネルギー Π と 3 点 vertex の補正 Σ であった。弱電カレントとして式 (2.7) をとれば、これらの Π, Σ に対して、シーソー機構が働く 4 世代ニュートリノ、及び、それと対となる荷電レプトンから可能なダイアグラムは図 8 となる事がわかる。

図 8 のダイアグラムからの寄与を式 (2.7) から得られるファイマン則を用いて求める。式 (2.7) はニュートリノ N_1, N_2 についてマヨラナ粒子である条件 (自己共役な場である事) を用いて表されたものである。従ってファイマン則を作る際、ニュートリノの propagator としては $\langle T N(x) \bar{N}(0) \rangle$ のみでなく、 $\langle T N(x) N(0) \rangle$ や $\langle T \bar{N}(x) \bar{N}(0) \rangle$ も可能である事を考慮しなければならない。(T は時間積を表す。) これは自己エネルギー Π_{33} 中のニュートリノが寄与する 3 つのダイアグラム、及び、3 点 vertex Σ_{3+-} 中の中性ベクトルボゾンとニュートリノが相互作用する 4 つのダイアグラムの寄与が 2 倍になる事に相当する。ファイマン則においてマヨラナニュートリノに特徴的な点は、このマヨラナ粒子特有の propagator と、Z ボゾンとニュートリノの相互作用が vector 型 ($Z^\mu \bar{N}_1 \gamma_\mu N_2$) と axial vector 型 ($Z^\mu \bar{N}_1 \gamma_\mu \gamma_5 N_1, Z^\mu \bar{N}_2 \gamma_\mu \gamma_5 N_2$) に別れる点である。図 9 に示した運動量に従い、自己エネルギー、3 点 vertex の補正を表す。但し、自己エネルギーに関しては $g^{\mu\nu}$ 比例項のみを扱えばよい。

$$\begin{aligned}
\Pi_{QQ}(P^2) &= i(Q^e)^2 I_{VV}(P^2; M_E, M_E), \\
\Pi_{3Q}(P^2) &= iQ^e I_3^{\text{el}} \frac{1}{2} I_{VV}(P^2; M_E, M_E), \\
\Pi_{33}(P^2) &= i(I_3)^2 \frac{1}{4} \left[I_{VV}(P^2; M_E, M_E) + I_{AA}(P^2; M_E, M_E) \right. \\
&\quad \left. + 2c_\theta^4 I_{AA}(P^2; M_1, M_1) + 2s_\theta^4 I_{AA}(P^2; M_2, M_2) \right. \\
&\quad \left. + 4c_\theta^2 s_\theta^2 I_{VV}(P^2; M_1, M_2) \right], \\
\Pi_{11}(P^2) &= i \frac{1}{8} \left[c_\theta^2 \left\{ I_{VV}(P^2; M_1, M_E) + I_{AA}(P^2; M_1, M_E) \right\} \right. \\
&\quad \left. + s_\theta^2 \left\{ I_{VV}(P^2; M_2, M_E) + I_{AA}(P^2; M_2, M_E) \right\} \right], \\
I_{VV(AA)}(P^2; m_1, m_2) &= g^{\mu\nu} \text{ part of } I_{VV(AA)}^{\mu\nu}(P^2; m_1, m_2), \\
I_{VV}^{\mu\nu}(P^2; m_1, m_2) &= -i^2 \text{tr} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu [(\not{k} - \not{p}) + m_1] \gamma^\nu [\not{k} + m_2]}{[(k-p)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]},
\end{aligned}$$

$$I_{AA}^{\mu\nu}(P^2; m_1, m_2) = -i^2 \text{tr} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu \gamma_5 [(\not{k} - \not{p}) + m_1] \gamma^\nu \gamma_5 [\not{k} + m_2]}{[(k-p)^2 - m_1^2][k^2 - m_2^2]} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{Q+}^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}) &= -\frac{Q^e}{2} \left[c_\theta^2 I_V^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; M_E, M_E, M_1) + s_\theta^2 I_V^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; M_E, M_E, M_2) \right], \\ \Sigma_{3+-}^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}) &= -\frac{I_3^{\text{eL}}}{4} \left[c_\theta^2 I_{V-A}^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; M_E, M_E, M_1) + s_\theta^2 I_{V-A}^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; M_E, M_E, M_2) \right] \\ &\quad - \frac{I_3^{\nu\text{L}}}{2} \left[c_\theta^4 \tilde{I}_A^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; M_1, M_1, M_E) + s_\theta^4 \tilde{I}_A^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; M_2, M_2, M_E) \right] \\ &\quad - I_3^{\nu\text{L}} s_\theta^2 c_\theta^2 \tilde{I}_V^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; M_1, M_2, M_E), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_V^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3) &= \\ &\quad -i^3 \text{tr} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu [(\not{k} - \not{q}) + m_2] \gamma^\beta \frac{1-\gamma_5}{2} [\not{k} + m_3] \gamma^\alpha \frac{1-\gamma_5}{2} [(\not{k} + \not{q}) + m_1]}{[(\bar{k} - \bar{q})^2 - m_2^2][k^2 - m_3^2][(k+q)^2 - m_1^2]}, \\ I_A^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3) &= \\ &\quad -i^3 \text{tr} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\gamma^\mu \gamma_5 [(\not{k} - \not{q}) + m_2] \gamma^\beta \frac{1-\gamma_5}{2} [\not{k} + m_3] \gamma^\alpha \frac{1-\gamma_5}{2} [(\not{k} + \not{q}) + m_1]}{[(\bar{k} - \bar{q})^2 - m_2^2][k^2 - m_3^2][(k+q)^2 - m_1^2]}, \\ I_{V-A}^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3) &= I_V^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3) - I_A^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3), \\ \tilde{I}_V^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3) &= I_V^{\mu\alpha\beta}(m_1 \leftrightarrow m_2, q \leftrightarrow \bar{q}, \alpha \leftrightarrow \beta) \\ \tilde{I}_A^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3) &= I_A^{\mu\alpha\beta}(m_1 \leftrightarrow m_2, q \leftrightarrow \bar{q}, \alpha \leftrightarrow \beta) \end{aligned} \quad (4.2)$$

上式で $\int d^4 k$ は内線のループ運動量積分である。我々は全エネルギー \sqrt{s} ($s = P^2$) が輻射補正に寄与する 4 世代レプトンの質量に近い領域で議論したいので、これらを近似なしで計算する。具体的な計算に於て、紫外発散を含むループ運動量積分の正則化としては次元正則化を用いる。

$$\begin{aligned} \int d^4 k &\rightarrow \lim_{D \rightarrow 4} \int d^D k \quad (D = 4 - 2\epsilon), \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2g^{\mu\nu}, \\ g_\mu^\mu &= D, \quad \text{tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] = g^{\mu\nu} \text{tr}[1] = g^{\mu\nu} 2^{D/2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ゲージ場の 3 点 vertex の補正、即ち、図 8(e),(f) のダイアグラムは各々、理論の対称性を破る量子異常項を含んでいる。標準模型では物質の各世代が表 1 に示した構成を有する事がこの量子異常項の相殺の条件となる。我々は、レプトンのみからの寄与を扱っている為、補正 Σ 中でこの異常項を正しく評価し取り除かなければならない。次元正則化を用いた計算ではこの異常項はカイラル演算子 γ_5 を以

下の定義で扱えば正しく評価できる [23, 24]。

$$\begin{aligned}\{\gamma_5, \gamma^\mu\} &= 0 & (\mu = 0, 1, 2, 3) \\ [\gamma_5, \gamma^\mu] &= 0 & (\mu = \text{others})\end{aligned}\tag{4.4}$$

又、3 点 vertex の補正の Lorentz 構造に関しては、萩原らによって与えられた独立な構造 $T_i (i = 1 \sim 7)$ でまとめる事にする。

以上の手法を用いて、特に輻射補正に於けるしきい値 (threshold) 上の振る舞いに注目して解析する。図 8 に示した輻射補正から期待される物理的なしきい値 (normal-threshold) は以下の 4 つである。

- 荷電レプトン E 対生成のしきい値 $\sqrt{s} = 2M_E$,
- 軽いマヨラナニュートリノ N_1 対生成のしきい値 $\sqrt{s} = 2M_1$,
- 重いマヨラナニュートリノ N_2 対生成のしきい値 $\sqrt{s} = 2M_2$,
- 2 つのマヨラナニュートリノ $N_1 - N_2$ 生成のしきい値 $\sqrt{s} = M_1 + M_2$,

ディラック極限に於ては上記のニュートリノに関する 3 つのしきい値が一致し、ディラックニュートリノ $\nu (= \nu_L + \nu_R)$ 対生成のしきい値を与える。

これらのしきい値上の振る舞いを与える具体的な表式は、煩雑になるので付録 D に譲り、以下で解析的に明らかになる点をまとめる。

1. 自己エネルギーと 3 点 vertex の補正に現われる紫外発散は確かに式 (3.9) の形状因子 $f_1^{V=A,Z}, f_3^{V=A,Z}$ に於て相殺する。
2. 自己エネルギーに於けるしきい値じょうの振る舞いについて以下がわかる。Z ボゾンとの相互作用が vector 型と axial vector 型に分れていた為、軽い (又は、重い) マヨラナニュートリノ $N_1, (N_2)$ の対生成によるピークは上記の I_A に、2 つのマヨラナニュートリノ $N_1 - N_2$ 生成によるピークは I_V に含まれる。ピークに関する構造を抜粋すると以下の様になる。

(a) $N_1 (N_2)$ の対生成によるピーク

$$\begin{aligned}P_{11} &\sim P^2 \beta_{11}^3 \ln \frac{-P^2 + 2M_1^2 + P^2 \beta_{11}}{-P^2 + 2M_1^2 - P^2 \beta_{11}}, \\ P_{22} &\sim P^2 \beta_{22}^3 \ln \frac{-P^2 + 2M_2^2 + P^2 \beta_{22}}{-P^2 + 2M_2^2 - P^2 \beta_{22}}\end{aligned}$$

(b) $N_1 - N_2$ 生成によるピーク

$$P_{12} \sim \left[2p^2 + (M_1 + M_2)^2 \right] \left[1 - \frac{(M_1 - M_2)^2}{P^2} \right]^{3/2} \\ \times \beta_{12} \ln \frac{-P^2 + M_1^2 + M_2^2 + P^2 \left[1 - \frac{(M_1 - M_2)^2}{P^2} \right]^{1/2} \beta_{12}}{-P^2 + M_1^2 + M_2^2 - P^2 \left[1 - \frac{(M_1 - M_2)^2}{P^2} \right]^{1/2} \beta_{12}}$$

ここで、 β_{ij} は以下の定義である。

$$\beta_{ij} = \left[1 - \frac{(M_i + M_j)^2}{P^2} \right]^{1/2}$$

この β_{ij} 因子は各しきい値上で0になり、 β_{ij} の冪がピークの振る舞いを決定する。 β_{ij} の冪が3である $P_{11(22)}$ の運動量 P^2 に関する微分係数は0、 β_{ij} の冪が1である P_{12} の微分係数は ∞ となる。即ち、 $P_{11(22)}$ はゆるやかなピークを P_{12} は鋭いピークを表す。一方、ディラック粒子である E の対生成によるピークは、vector 型を含む為、 β_{ij} の鋭いピークを示す。これに対して、スカラー粒子対生成によるピークは β_{ij}^3 の振る舞いを有する。

3. 3点 vertex の補正に関しても2. と同様のしきい値上の振る舞いが期待される。しかし、この場合、2重ファインマンパラメータ積分が残る。この積分はしきい値上の効果を含み、解析的評価は困難である。この為、3点 vertex の補正に関しては次節で数値積分を行い評価する。

4.2 数値計算による結果

ここでは、実際に測定が行われる $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に対する寄与を数值的に解析する。前節で得られた自己エネルギー Π 、3点 vertex の補正 Σ について3.1節で示した Kennedy と Lynn によるくりこみ処方を用いれば、この過程への有限な物理的に意味のある寄与を得る事ができる。具体的には、式 (3.9) (3.18) に従い以下を評価する。

1. 形状因子に対する輻射補正

$$\Delta f_i^{V=A,Z} = \Delta f_{i(2)}^V + \Delta f_{i(3)}^V \quad (i = 1, 2, 3, 5)$$

我々は、単一世代のマヨラナニュートリノを扱っている為、値を持つのは CP を破らない $i = 1, 2, 3, 5$ の因子のみである。又、自己エネルギーからの寄与は tree レベルで存在した Lorentz 構造に対する形状因子 $i = 1, 3$ のみに含まれる。AWW vertex に関する補正 Δf_i^A は図 10~21 に、ZWW vertex に関する補正 Δf_i^Z は図 22~33 に示す。

2. 微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$)

散乱角 $\frac{\pi}{2}$ を考えるのは以下の 2 つの理由による。第一に、輻射補正のしきい値効果を解析できる様に t-channel ν 交換ダイアグラムによる前方散乱 peak を避ける為である。第二に微分散乱断面積に於て上記の 4 つの形状因子すべてがあらわれる角度である為である。式 (3.18) に従い、始状態、終状態の各粒子が偏極している場合、無偏極である場合について微分散乱断面積を評価し、結果は図 34~72 に示す。2. に於ては、しきい値上の振る舞いを明確にする為、 $1R = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} (\alpha = \frac{e^2}{4\pi})$ の単位で評価する。又、オーダー $10^{2\sim3}$ GeV の質量を持つ 4 世代レプトンのしきい値を含む様に過程の全エネルギーは $\sqrt{s} = 170 \sim 3000$ GeV の領域を解析する。

次に、これらの計算を行う際に用いるパラメータについて述べる。まず、4 世代ニュートリノと荷電レプトンの質量であるが、我々は理論からも実験からも確定的な値を持たない。そこで、以下の様にとる事にする。4 世代ニュートリノに対して現象論的に妥当であると考えられるシーソー機構のパラメータ領域は式 (2.4) であった。

$$\begin{cases} m_D \simeq 10^{2\sim3} \text{ GeV} \\ \tan \theta \simeq 0.1 \end{cases}$$

我々は、 ρ パラメータに関する実験的制限に抵触しない様にまず、 $M_E = m_D$ とする。この下で典型的な例として $M_E = 500, 1000$ GeV をとり、各々の M_E に対し、混合角 $\tan \theta$ を 0.2, 0.4, 0.6, 1.0 と変化させて数値計算を行う。又、式 (2.7) より、混合角 $\tan \theta$ が 1 の場合は、ディラック極限であり、質量が m_D に縮退した 2 つのマヨラナニュートリノ N_1, N_2 からの寄与は 1 つのディラックニュートリノ ν からの寄与に一致する。従って、 $\tan \theta = 1$ と他の場合を比較する事によりディラックニュートリノとマヨラナニュートリノの相違を得る事ができる。しかし、この場合ニュートリノの質量 m_D と荷電レプトンの質量 M_E が同じである為、ディラックニュートリノのみの効果を読み取りにくい。そこで、比較の対象として、各々

の M_E に対して $\tan \theta = 1$, $\epsilon = 0.4$ ($m_D = \epsilon M_E$) の場合についても数値計算を行う。この場合のディラックニュートリノの質量は、 $\epsilon = 1$, $\tan \theta = 0.4$ の場合の軽い方のマヨラナニュートリノの質量に一致し、このニュートリノしきい値上でディラック粒子とマヨラナ粒子の比較が可能である。但し、 $\epsilon = 0.4$ の場合は ρ パラメータを大きく 1 からずらし現実的な領域とは言えない。上記の、実際に数値計算を行う領域を表 3 にまとめておく。形状因子に関する図 10~21, 22~33 は各々表 3 の領域 (a)~(l) に対応している。又、微分散乱断面積に関しては、入射電子が左巻きに偏極している場合を図 34~46 に、右巻きに偏極している場合を図 47~59 に、無偏極の場合を図 60~72 に記す。図 34, 47, 60 では、各々について、tree レベルの値を示す。又、その他は、表 3 の (a)~(l) の質量を持つ 4 世代レプトンからの 1 ループレベルの寄与を含む。

最後に、基本的パラメータである結合定数、Z, W ボゾンの質量について述べる。これらは Kennedy と Lynn のくりこみ処方では式 (3.7) の様に運動量依存性を持つ “starred” パラメータとして扱われ、 m_Z での値を初期条件として必要とする。これに関しては、従来の加速器実験のデータから以下の値を与える。

$$\frac{e_*^2(m_Z^2)}{4\pi} = \frac{1}{128.0}, \quad s_*^2(m_Z^2) = 0.223, \\ m_Z = 93.00 \text{ GeV}, \quad m_W = 81.97 \text{ GeV}$$

但し、結合定数 e_* 、ワインバーグ角 s_* の運動量依存性は弱い ($\sim \ln P^2$)。そこで我々は数値計算の際はこの効果を無視する。即ち、 e_* , s_* に関しては上式の値に固定する。

又、我々は 3 点 vertex の補正の評価に於て、2 重ファインマンパラメータ積分を実行する必要がある。式 (4.2) の様な輻射補正に関して、Spence 関数を用いずに直接積分を実行する方法が開発されており [25]、実際にはその方法を用いた。

以下で、各グラフから読み取れる上記 1. 2. に関する定性的な振る舞いをまとめる。

1. 形状因子 Δf_i^V ($V = A, Z$) について (図 10~33 を参照の事)

(a) Δf_2^V ($V = A, Z$) と他の相違

オーダー 10^{-3} の Δf_i^V ($i = 1, 3, 5$) の寄与に比べ、 Δf_2^V の寄与は小さい。これは Lorentz 構造から理解される。 $T_2 = \frac{1}{m_W^2}(q - \bar{q})^\mu P^\alpha P^\beta$ であり、運動量の冪が他に比べ高い。即ち、 Δf_2^V は $\frac{\Delta f_i^V}{P^2}$ ($i = 1, 3, 5$) のオーダーの寄与を持つ。

- (b) Δf_i^A ($i = 1, 3, 5$) に於けるしきい値上の振る舞い (図 10~21 に於てディラック極限と他を比較の事)

Δf_i^A に於ては、光子 (A) とニュートリノの相互作用がない為、荷電レプトン対生成のしきい値 $\sqrt{s} = 2M_E$ 上にのみピークが現われる。 $\epsilon = 1$ の場合、ディラック極限に近づくにつれ、 Δf_3^A のピークの最大値は大きくなる。一方、 Δf_1^A , Δf_5^A に関しては小さくなる。特に、 Δf_1^A はディラック極限において、オーダー 10^{-3} でしきい値上の効果が確認できなくなる。一方、同じディラック極限でも、 $\epsilon = 0.4$ の場合は Δf_1^A のピークが見られる。

- (c) Δf_1^A に於ける低エネルギーでの振る舞い (図 10~21 を参照の事)

Δf_1^A に現われる荷電レプトン対生成によるピークの幅は、 M_E が大きい為、非常に幅が広く、 $\sqrt{s} = 170 \sim 200$ GeV 付近に於て、混合角 $\tan \theta$ による相違が確認できる。

- (d) Δf_i^Z ($i = 1, 3, 5$) に於けるしきい値上の振る舞い (図 22~33 を参照の事)

Δf_i^Z に於ては、 $\sqrt{s} = 2M_E$ のみでなく、Z ボゾンとニュートリノの相互作用により、 $N_1 N_1$, $N_2 N_2$, $N_1 N_2$ 生成のしきい値 $\sqrt{s} = 2M_1$, $2M_2$, $M_1 + M_2$ 上のピークが期待される。しかし、実際にオーダー 10^{-3} で確認されるのは $\sqrt{s} = 2M_1$, $M_1 + M_2$ 上のピークのみである。 $\sqrt{s} = 2M_2$ が解析した領域 (3000 GeV 以下) にあるのは表 3(b),(c),(d),(j) の質量を与えた場合であるが、オーダー 10^{-3} では、そのしきい値上の効果は見られない。これは、Z ボゾンと N_2 の結合定数が混合角 $\sin^2 \theta$ を含み、 $\sqrt{s} = 2M_2$ に物理的しきい値を持つダイアグラムは $\sin^4 \theta$ で抑制されている為と考えられる。

- (e) Δf_i^Z に於ける N_1 対生成によるピークと $N_1 N_2$ 生成によるピークの比較 (図 22~33 を参照の事)

N_1 対生成によるピークは微分係数の不連続性を示す鋭い振る舞いをする。これに、対して $N_1 N_2$ 生成によるピークは微分係数が連続であるなめらかな振る舞いをする。これは、3 点 vertex の補正に於て N_1 対生成によるピークは自己エネルギーの場合と同様、 β_{ij}^3 に、 $N_1 N_2$ 生成によるピークは β_{ij} に比例することを示唆している。

(f) Δf_i^Z の混合角 $\tan \theta$ 依存性 (図 22~33 を参照の事)

$\epsilon = 1$ の場合、ディラック極限に近づくにつれ、 Δf_1^Z に於ける $\sqrt{s} = 2M_1, M_1 + M_2$ 上の 2 つのピークの最大値は小さくなり、ディラック極限では Δf_1^Z はオーダー 10^{-3} で完全に平坦であると言える。 $\Delta f_3^Z, \Delta f_5^Z$ に関しては、ディラック極限に近づくにつれ、 $\sqrt{s} = 2M_1$ 上の効果は小さくなり、 $\sqrt{s} = M_1 + M_2$ での効果は大きくなる。これはディラック極限にむかうと、2 つのしきい値が近づいていく事による。 Δf_1^Z に於ては 2 つのピークの符号が逆であり相殺が起こる。一方、 $\Delta f_3^Z, \Delta f_5^Z$ に関しては $\sqrt{s} = M_1 + M_2$ 上の鋭いピークが $\sqrt{s} = 2M_1$ 上のゆるやかなピークに比べ支配的になると考えられる。

2. 微分散乱断面積について

(a) tree レベルの微分散乱断面積 (図 34,47,60 を参照の事)

低エネルギー領域 ($\sqrt{s} = 200$ GeV 付近) に現われているピークは W ボゾン対生成のしきい値が開けた事によるものである。このピークの為、以下 (f) に記す様に、低エネルギー領域にしきい値を持つ軽いマヨラナニュートリノ N_1 対生成による効果がグラフ上では識別しにくくなる。

(b) 輻射補正の効果を観測できる W ボゾンの偏極状態 (図 34~72 を参照の事)

入射電子・陽電子の偏極状態、輻射補正に寄与する粒子の質量に依らず、輻射補正の効果が tree レベルの値の 1% で現われるのは、 W^\pm ボゾンが共に縦波の状態に偏極している場合に限られる。式 (3.19) より、この過程に寄与する形状因子は Δf_i^V ($i = 1, 2, 3$) であり、 Δf_5^V の効果は、散乱角 $\frac{\pi}{2}$ に於ける微分散乱断面積のみからは、評価できないと言える。

(c) $e_R^+ e_L^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程の振る舞い (図 34~46 を参照の事)

入射電子が左巻きの場合、t-channel ν 交換ダイアグラムからの寄与が大きく、s-channel に於ける 3 点 vertex の補正の効果は現われにくい。質量パラメータによらず、荷電レプトン対生成によるピークは現われるが、この最大値、幅は小さく低エネルギー領域に混合角による相違は現われない。表 3(h),(i),(j) のパラメータ領域に於て $N_1 N_2$ 生成によ

る小さいピークが見られる。このピークは、同じ質量をとった場合の Δf_i^Z に関するグラフから、主に Δf_3^Z からの寄与による事がわかる。

- (d) $e_L^+ e_R^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程の低エネルギーでの振る舞い (図 47~59 を比較の事)

この過程に於て、最も顕著なのは荷電レプトン対生成によるピークである。このピークの形状が混合角に依存して変化し、この効果が低エネルギー領域 ($\sqrt{s} \sim 200 \text{ GeV}$) に於ても tree 値の 1% 程度の差として観測される。

- (e) $e_L^+ e_R^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程に於けるマヨラナニュートリノ $N_1 N_2$ 生成によるピーク (図 49~51, 55~57 を参照の事)

マヨラナニュートリノ $N_1 N_2$ 生成によるピークが確認できる。これは、形状因子 Δf_3^Z と tree レベルの形状因子の干渉による効果である。 Δf_3^Z の微分係数の $\sqrt{s} = M_1 + M_2$ 上の不連続性により、鋭いピークを与えている。

- (f) $e_L^+ e_R^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程に於ける軽いマヨラナニュートリノ N_1 対生成によるピーク (図 47~59 を参照の事)

残念ながら加速器実験 (LEP II) の到達エネルギーに最も近い、軽いマヨラナニュートリノ N_1 のしきい値上のピークはどの質量パラメータについても確認できない。一方、低エネルギー領域にしきい値を持つディラックニュートリノのピークは表 3(f),(l) のパラメータ領域に於て確認できる。よって、この過程の微分散乱断面積におけるピークの有無はニュートリノがディラック粒子であるか、マヨラナ粒子であるかの識別の指標になると考えられる。

- (g) $e_L^+ e_R^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程に於ける重いマヨラナニュートリノ N_2 対生成によるピーク (図 49, 50, 51, 57 を参照の事)

$\sqrt{s} = 2M_2$ が解析した領域 (3000 GeV 以下) にあるのは表 3 (b), (c), (d), (j) の質量を与えた場合であるが、tree の値の 1% のオーダーではしきい値上の効果は見られない。これは、1.(d) と同様の理由による。

- (h) $e^+ e^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程の振る舞い (図 60~72 参照の事)

無偏極の電子・陽電子衝突によるこの過程に於ては、 $e_R^+ e_L^-$ 衝突からの寄与が支配的であり、その振る舞いは (c) に準ずる。

ここでは、具体的なグラフは与えていないが4世代レプトンの質量として式(2.4)の範囲内で異なる値を与えた場合についても、同様の定性的振る舞いが得られている。上記の結果について、次節で、解析的結果と併せてまとめる。

4.3 結論

ゲージ場の自己エネルギーや3点 vertex の補正に於て、軽い(又は、重い)マヨラナニュートリノの対生成のしきい値上の振る舞いと軽いマヨラナニュートリノと重いマヨラナニュートリノが生成されるしきい値上の振る舞いが異なる事が明確になった。前者は、その全エネルギーによる微分係数が連続になるゆるやかなピークを示す。一方、後者は微分係数が不連続な鋭いピークを与える。前者の振る舞いはスカラー粒子が輻射に寄与する場合の振る舞いに、後者の場合はディラックフェルミオンが寄与する場合の振る舞いに一致する。これは、自己エネルギーに関しては解析的に、3点 vertex の補正に関しては数値的に示された。又、これらの振る舞いが $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積において、主に、入射電子が右巻きに偏極し、 W^\pm ボゾンが縦波に偏極している場合に現われる事を確認した。更に、シーソー機構の効果はニュートリノのみでなく、荷電レプトン対生成によるピークの形状にも現われる事が明確にされた。荷電レプトン対生成によるしきい値の効果を与えるダイアグラムは荷電カレント相互作用を通じて、シーソー機構に於ける混合角に依存する為である。この、ピークの形状の混合角依存性は、LEP II の観測領域である $\sqrt{s} \sim 200$ GeV にも影響を与える事も確認された。

特に、低エネルギー ($\sqrt{s} \sim 200$ GeV) 領域に於て $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の輻射補正に現れるディラックニュートリノとマヨラナニュートリノの相違という観点からまとめると以下の1.と2.となる。

1. ニュートリノのしきい値上のピークの形

シーソー機構を仮定したとき、実際の観測が行われるエネルギー領域に近い、最も低い4世代ニュートリノに起因するしきい値は、軽いマヨラナニュートリノ N_1 対生成によるしきい値 $\sqrt{s} = 2M_1$ である。シーソー機構が働いている場合、即ち、ニュートリノがマヨラナ粒子である場合、このしきい値上では、ゲージ場の自己エネルギー、3点 vertex の補正はその微分係数が連続であるゆるやかな振る舞いを示す。一方、シーソー機構が働いておらず、

ニュートリノが同じ値のディラック質量を持つ場合、しきい値上には、微分係数が不連続な鋭いピークが現れる。数値計算による例として、質量 M_1 が 200(400)GeV のニュートリノがマヨラナ粒子である場合とディラック粒子である場合の結果を挙げる。形状因子 $\Delta f_i^Z (i = 1, 3, 5)$ に関する図 23 と図 27(図 29 と図 33) のニュートリノ対生成のしきい値 $\sqrt{s} = 400(800)$ GeV 直上、及び、その前後の振舞いを比較すると、明らかに前者はゆるやかな、後者は鋭いピークを示している。更に、このピークの形状の相違は散乱角 $\frac{\pi}{2}$ の微分散乱断面積に於ても観測される。微分散乱断面積には、軽いマヨラナニュートリノ対生成によるピークは現れにくい。しかし、 $e_L^+ e_R^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程に於て、ディラックニュートリノ対生成による鋭いピークは観測できるので、この過程で、ニュートリノがマヨラナ粒子である場合とディラック粒子である場合の比較は可能である。質量が 200(400)GeV のマヨラナニュートリノとディラックニュートリノが存在する場合の微分散乱断面積の違いは図 49 と図 53(図 55 と図 59) の比較から読み取れる。

2. 荷電レプトン対生成によるピークの混合角依存性

荷電レプトン対生成によるピークの形状が混合角に依存して変わる効果は、実験が行われる領域に於ても tree レベルの値の 1%程度で現われる。この効果は、形状因子に於ては、荷電レプトン対生成によるピークのみが現れる $\Delta f_i^A (i = 1, 3, 5)$ 上で読み取り易い。シーソー機構に於けるディラック質量を 500(1000)GeV に固定し、混合角を順次変化させた図 10 ~ 14(図 16 ~ 20) から、ピークの形状、低エネルギー領域での値の変化が確認される。又、 $e_L^+ e_R^- \rightarrow W_{\text{long}}^+ W_{\text{long}}^-$ 過程の微分散乱断面積に於ても、図 48 ~ 52(図 54 ~ 58) から同様の効果が読み取れる。

上記 1. と 2. により、 $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の輻射補正を介して、ニュートリノがディラック粒子であるかマヨラナ粒子であるかの識別が出来る。更に、各形状因子、微分散乱断面積のエネルギー依存性について、上記の解析と比較可能な実験が行われれば、シーソー機構に於けるマヨラナ質量、即ち、“標準模型を越える理論”に制限を与える事が出来ると考える。

Chapter 5

まとめと今後の課題

この論文では、シーソー機構が働くニュートリノ（マヨラナニュートリノ）を含む 4 世代レプトンから、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に現われる輻射補正を評価した。この過程は、CERN（欧州原子核研究機構）にて計画されている加速器実験（LEP II）で近い将来、実際に観測される過程である。更にゲージ場の 3 点 vertex を含む為、“標準模型を越える理論”による補正に敏感な過程である。一方、4 世代ニュートリノにシーソー機構を適用すると、1, 2, 3 世代の場合に比べ右巻きの状態と左巻きの状態の混合が大きくなる。これは、高エネルギー実験が行われる過程に於てシーソー機構の効果が 4 世代レプトンの輻射補正を介して観測される可能性を示唆していた。以上より、“標準模型を越える理論”に起因するシーソー機構が働く 4 世代レプトンから $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程を評価する事は重要であると考え、具体的に以下を行った。

この過程に 1 ループレベルで現われる補正はゲージ場の自己エネルギーと 3 点 vertex の補正であった。このうち 3 点 vertex の補正は、シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからは未評価であった為、形状因子ごとにその寄与を評価した。又、これより入射電子・陽電子や W ボゾンが偏極した場合の $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積も評価した。これらの評価に際しては、ニュートリノがディラック粒子である場合との比較も行った。具体的な輻射補正の計算は次元正則化を用いて行い、くりこみ処方としては“標準模型を越える理論”の評価に有効な Kennedy と Lynn の提唱した処方を用いた。又、数値計算はファインマンパラメータ積分を直接行う藤本らの方法で行った。この結果、以下の結論を得た。

1. $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の輻射補正に於て、荷電レプトン対生成のピークの形状が混合角によって変化し、その効果が実験が行われるエネルギー領域 (~ 200 GeV) にも現われる。この効果は主に、3 点 vertex AWW の形状因子に現れる。特に、混合角 45 度の場合と他の角度の相違はニュートリノがディラック粒子である場合とマヨラナ粒子である場合の相違を与える。
2. 軽い (又は、重い) マヨラナニュートリノの対生成のしきい値上の振る舞いと軽いマヨラナニュートリノと重いマヨラナニュートリノが生成されるしきい値上の振る舞いは異なる。前者はスカラー粒子の対生成によるピークと同様なめらかなピークである。後者は、通常のディラックフェルミオンと同様の鋭いピークを与える。この相違は、3 点 vertex ZWW の形状因子に於ては顕著に現われる。特に、軽いマヨラナニュートリノ対生成によるピークと同じ質量を持つディラックニュートリノ対生成によるピークの比較は、そのしきい値が実験が行われるエネルギー領域に近い為、重要である。
3. 1. 及び 2. に記したシーソー機構のパラメータ、即ち、混合角、マヨラナニュートリノの質量の変化に対する輻射補正の応答は、微分散乱断面積に於ては、入射電子が右巻きに、 W^\pm ボゾンが縦波方向に各々偏極している場合に現れる。
4. 上記の 1.~3. は 4 世代レプトンの存在を仮定した場合、低エネルギー領域 ($\sqrt{s} \sim 200\text{GeV}$) に於て、ニュートリノがディラック粒子であるかマヨラナ粒子であるかの識別の指標となる。又、1.~3. に記した特徴を含む 3 点 vertex の形状因子、微分散乱断面積のエネルギー依存性を観測と比較出来れば、シーソー機構に於けるマヨラナ質量、及び、それを含む“標準模型を越える理論”に制限を与える事が出来る。

次に今後の課題をまとめる。上記では AWW vertex の形状因子と ZWW vertex の形状因子を別々に解析した。実際には、両者を合わせた形状因子が観測される。又、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に於て偏極した電子・陽電子、W ボゾンに限っても複数の形状因子の効果の重ね合わせが観測される。従って、上記の形状因子についての解析を実験と比較する為には、個々の形状因子の寄与を系統的に引き出す方法が必要であり、この方法を考察したい。又、この論文では 4 世代についてレプトンのしきい値上の振る舞いを明確にする為、クォークの寄与は取り入れずに解析

してきた。世代構造の繰り返しや、量子異常項の相殺という観点からは、クォークと併せた完全な世代を扱うのが現実的である。実験との比較を可能にする為にはクォークの寄与と併せた数値的評価が急務である。その他、ニュートリノが質量を持つことでレプトンについても世代間混合が可能になるが、これらを取り入れた評価も行いたい。この場合、マヨラナニュートリノを扱っている為2世代で CP が破れ、3点 vertex の形状因子として今回現われなかった因子が寄与する可能性があり、興味深い。

最後に、“標準模型を越える理論”への実験的制限という観点から付記する。シーソー機構に於けるマヨラナ質量、混合角は“標準模型を越える理論”に起因するものであり、我々の解析はこれらに制限を与えるものである。但し、現在これら2つのパラメータに対する現象論的情報は少なく、本論文でもこれらを任意に仮定して解析を行っている。これらのパラメータを介して、より強く“標準模型を越える理論”を制限する為には $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に於て2つのパラメータを厳密に制限するのに適した観測量を明確にする必要がある。他方、2つのパラメータ間の関係を与える軽いマヨラナニュートリノの質量等を別の過程から決定し、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に関する本論文の解析と併せて、“標準模型を越える理論”を評価する事も有効であろう。

謝 辞

3点 vertex の補正の評価に際して有用な数値積分のプログラムを提供して下さいった加藤潔氏にまずもって深く御礼申し上げます。香月保彦氏、菅本晶夫氏にはこの論文の内容に関する共同研究のみならず、素粒子論に関する様々なご指導を頂きました事を深く感謝致します。また、別の処方での数値計算を実行し共同研究をして下さった名島隆一氏、斉藤重一氏に感謝致します。最後になりましたが、森川雅博氏、鈴木真美氏に計算機の提供の御礼を申し上げます。

付録 A

くりこみ処方

ここでは、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程に拡張された Kennedy と Lynn が提唱したくりこみ処方 [20] について詳しく述べる。 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程 (図 4) に対する tree レベルの寄与は標準模型より図 5 に記した (a),(b),(c) の 3 つのダイアグラムによるものが考えられる。但し、電子の質量を無視しているのでヒッグス粒子交換過程は考えていない。s-channel 中性ゲージボゾン交換ダイアグラム (a),(b) による振幅 $\mathcal{M}_s^{(\text{tree})}$ 、及び、t-channel ν 交換ダイアグラム (c) による振幅 $\mathcal{M}_t^{(\text{tree})}$ は以下の様にかかる。

$$\mathcal{M}_s^{(\text{tree})} = -\frac{ie_0^2}{P^2} \bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma}) \gamma_\mu u(r, \sigma) \left[Q^e + \frac{I_3^e - s_0^2 Q^e}{s_0^2} \frac{P^2}{P^2 - M_{Z0}^2} \right] T_0^{\mu\alpha\beta} \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}),$$

$$\mathcal{M}_t^{(\text{tree})} = -\frac{ig_0^2}{2} \bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma}) \gamma_\beta \frac{1}{\not{t} - \not{q}} \gamma_\alpha \frac{1 - \gamma_5}{2} u(r, \sigma) \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}),$$

$$T_0^{\mu\alpha\beta} = (T_1 + 2T_3)^{\mu\alpha\beta},$$

$$T_1 = (q - \bar{q})^\mu g^{\alpha\beta}, \quad T_3 = P^\alpha g^{\mu\beta} - P^\beta g^{\mu\alpha}$$

ここで、s-channel で交換されるゲージボゾンの propagator の $P^\mu P^\nu$ 比例項は無視した。これは、ゲージボゾンが質量を無視できる電子と相互作用している為である。上式中、 $u(r, \sigma), v(\bar{r}, \bar{\sigma})$ は電子、陽電子のスピンル、 $\varepsilon_\alpha^*(q, \lambda), \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda})$ は W^\mp ボゾンの偏極ベクトルである。又、 e_0 は $U(1)_{\text{em}}$ の結合定数、 $s_0 = \sin \theta_0$ (θ_0 ; ワインバーグ角)、 M_{Z0} は Z ボゾンの質量である。添字 0 は各々が裸のパラメータである事を示す。 T_0 はゲージ場の 3 点 vertex の tree に於ける Lorentz 構造を表す。

我々は、この過程に対して式 (3.1) 弱電カレント相互作用から 1-loop レベルで可能な重い粒子による輻射補正図 3(b) ("oblique" 補正) を扱う。即ち、ゲージ場の自己エネルギー $\Pi_{AA}^{\mu\nu}, \Pi_{ZZ}^{\mu\nu}, \Pi_{AZ}^{\mu\nu}, \Pi_{WW}^{\mu\nu}$ 、3 点 vertex の補正 $\Sigma_{AWW}^{\mu\alpha\beta}, \Sigma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta}$ である。

自己エネルギーに関しては通常のくりこみ同様、1 粒子非既約 (1 particle irreducible) なダイアグラムの全オーダーの足し上げにより得られる Dyson 方程式を用いる。この方程式の解は full(corrected)propagator を与える。ここでは、質量を無視できる電子、陽電子の対消滅によるゲージ場を考えているのでその $g^{\mu\nu}$ 比例項のみを考えれば十分であった。そこで A, Z, W ボゾン、及び、A-Z 混合に関する full propagator の $g^{\mu\nu}$ 比例項をそれぞれ $G_{AA}, G_{ZZ}, G_{WW}, G_{AZ}(=G_{ZA})$ と記す。もちろん、A-Z 混合は tree レベルでは 0 である。

$$\begin{aligned} G_{ZZ} &= \frac{1}{P^2 - M_{Z0}^2 - \Pi_{ZZ} - \frac{(\Pi_{AZ})^2}{P^2 - \Pi_{AA}}}, \\ G_{AA} &= \frac{1}{P^2 - \Pi_{AA}} + G_{ZZ} \left(\frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}} \right)^2, \\ G_{AZ} &= G_{ZA} = G_{ZZ} \frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}}, \\ G_{WW} &= \frac{1}{P^2 - M_{W0}^2 - \Pi_{WW}} \end{aligned} \quad (A.1)$$

上式中の Π も自己エネルギーの $g^{\mu\nu}$ 比例項である。式 (A.1) に対応して輻射補正を含んだ vertex を $\Gamma_{AWW}^{\mu\alpha\beta}, \Gamma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta}$ と記す。

$$e_0 \Gamma_{AWW}^{\mu\alpha\beta} = e_0 T_0^{\mu\alpha\beta} + \Sigma_{AWW}^{\mu\alpha\beta},$$

$$g_0 c_0 \Gamma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta} = g_0 c_0 T_0^{\mu\alpha\beta} + \Sigma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta} \quad (A.2)$$

ここで 3 点 vertex の補正 $\Sigma_{VWW}^{\mu\alpha\beta}$ ($v = A, Z$) は tree レベルで現われない Lorentz 構造を含む。電子・陽電子衝突過程に於ては可能な構造は、 T_1, T_3 を含めて 7 つで尽くされている事が萩原らによって示されている。この構造については 3.3 節で具体的に与える。ここでは、形式的に以下の様に記しておく。

$$\Sigma_{VWW}^{\mu\alpha\beta} = \sum_{i=1}^7 \Sigma_{VWW}^i T_i^{\mu\alpha\beta},$$

式 (A.1), (A.2) 中の補正は式 (3.6) の様に裸のパラメータで与えられるものである。

これらの輻射補正から振幅に対し意味ある有限な寄与を取り出したい。そこで、上記の full propagator、補正を含んだ3点 Vertex を用い、 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の振幅を書き下し振幅の上でくりこみを行う。s-channel、t-channel ダイアグラムによる振幅 $\mathcal{M}_s, \mathcal{M}_t$ は形式的に次の様に書ける。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_s = & -i\bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma})\gamma_\mu u(r, \sigma)Z_W\varepsilon_\alpha^*(q, \lambda)\varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \\ & \times \left[Q^e e_0 G_{AA} e_0 \Gamma_{AWW}^{\mu\alpha\beta} + Q^e e_0 G_{AZ} g_0 c_0 \Gamma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta} \right. \\ & \left. + \frac{e_0}{s_0 c_0} \left[I_3^e - s_0^2 Q^e \right] G_{ZA} e_0 \Gamma_{AWW}^{\mu\alpha\beta} + \frac{e_0}{s_0 c_0} \left[I_3^e - s_0^2 Q^e \right] G_{ZZ} g_0 c_0 \Gamma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta} \right], \end{aligned}$$

$$\mathcal{M}_t = -\frac{ig_0^2}{2}\bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma})\gamma_\beta \frac{1}{\not{r} - \not{q}}\gamma_\alpha \frac{1 - \gamma_5}{2}u(r, \sigma)Z_W\varepsilon_\alpha^*(q, \lambda)\varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}),$$

ここで Z_W は、外線の W ボゾンに関する波動関数のくりこみ定数である。

$$Z_W^{-1} \equiv \frac{d}{dP^2} G_{WW}^{-1}(P^2) \big|_{P^2=m_W^2} = 1 - \Pi'_{WW}(m_W^2)$$

m_W^2 は G_{WW} の pole の位置である。形式的に書き下した上記の $\mathcal{M}_s, \mathcal{M}_t$ は 2-loop 以上の補正の効果の一部含んでいる。くりこみを行うと同時に正しく 1-loop レベルの補正を抜き出していく。まず \mathcal{M}_s について考える。 G_{AA}, G_{ZZ}, G_{ZA} に具体的な解 (式 (A.1)) を代入する。式 (A.1) 中 G_{AA} の第一項は $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ対称性 ($\Pi_{AA}(P^2=0), \Pi_{AZ}(P^2=0)=0$) の為、 $P^2=0$ で pole を持つ。この項と G_{ZZ} に $P^2=m_Z^2$ で pole を持つ他の項を分けて整理する。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_s = & -i\bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma})\gamma_\mu u(r, \sigma)Z_W\varepsilon_\alpha^*(q, \lambda)\varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \\ & \times \left[Q^e (e_0)^2 \frac{1}{P^2 - \Pi_{AA}} \Gamma_{AWW}^{\mu\alpha\beta} \right. \\ & + \left(\frac{e_0}{s_0 c_0} \right)^2 \left[I_3^e - \left(s_0^2 - s_0 c_0 \frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}} \right) Q^e \right] G_{ZZ} \\ & \times \left[I_3^W - \left(s_0^2 - s_0 c_0 \frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}} \right) Q^W \right] \Gamma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta} \\ & + \left(\frac{e_0}{s_0 c_0} \right)^2 \left[I_3^e - \left(s_0^2 - s_0 c_0 \frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}} \right) Q^e \right] G_{ZZ} \\ & \times \left[s_0 c_0 \frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}} Q^W \right] [\Gamma_{AWW} - \Gamma_{ZWW}]^{\mu\alpha\beta} \Big] \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

物理過程に於て、ゲージ場の自己エネルギーは必ず決まった結合定数と対になって現われる。第 1、2 項に於ける $\frac{e_0^2}{P^2 - \Pi_{AA}}, s_0 - s_0 c_0 \frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}}, \left(\frac{e_0}{s_0 c_0} \right)^2 G_{ZZ}$ は中性ゲー

ジボゾンの交換過程の補正を考えた場合の特徴的な組み合わせである。ここで、我々は、各々の組み合わせの中で自己エネルギーの持つ紫外発散が裸のパラメータに吸収できると解釈し、以下の様な”starred”パラメータを導入する。

$$\begin{aligned}\frac{e_0^2}{P^2 - \Pi_{AA}} &\equiv \frac{e_*^2(P^2)}{P^2}, \\ s_*^2(P^2) &\equiv s_0^2 - s_0 c_0 \frac{\Pi_{ZA}}{P^2 - \Pi_{AA}}, \\ \left(\frac{e_0}{s_0 c_0}\right)^2 G_{ZZ} &\equiv \frac{Z_Z \left(\frac{e_0}{s_0 c_0}\right)^2}{P^2 - M_{Z*}^2(P^2)} \equiv \frac{Z_{Z*} \left(\frac{e_*(P^2)}{s_*(P^2) c_*(P^2)}\right)^2}{P^2 - M_{Z*}^2(P^2)}, \\ Z_Z^{-1} &\equiv \frac{d}{dP^2} G_{ZZ}^{-1}(P^2) \big|_{P^2=m_Z^2}, \quad s_*^2(P^2) + c_*^2(P^2) \equiv 1\end{aligned}\quad (\text{A.4})$$

ここで、 m_Z^2 は G_{ZZ} の pole の位置である。上式に於て、”starred”パラメータは、くりこみ条件を特定せず定義され、運動量依存性を持つ(”running”)パラメータである。上式と式(3.2)~(3.6)から、式(3.7)を示す事ができる。又、 $SU(2)_w$ の結合定数 g_* は以下の関係式から与えられる。

$$g_*^2(P^2) \equiv \frac{e_*^2(P^2)}{s_*^2(P^2)} \quad (\text{A.5})$$

更に、式(A.3)第3項は高次の補正であり、無視出来る。以上より、式(3.7,A.4)による”starred”パラメータを用いて振幅は以下の様に書ける。

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_s &= -i\bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma})\gamma_\mu u(r, \sigma) Z_W \epsilon_\alpha^*(q, \lambda) \epsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \\ &\times \left[Q^e \frac{e_*^2}{P^2} \Gamma_{AWW}^{\mu\alpha\beta} + \left(\frac{e_*}{s_* c_*}\right)^2 \left[I_3^e - s_*^2 Q^e \right] \frac{1}{P^2 - M_{Z*}^2} \left[I_3^W - s_*^2 Q^W \right] \Gamma_{ZWW}^{\mu\alpha\beta} \right] \quad (\text{A.6})\end{aligned}$$

ここではまだ、vertex $\Gamma_{VWW}^{\mu\alpha\beta}$ ($V = A, Z$) と波動関数のくりこみ定数 Z_W は裸の量で表された発散量である。この部分を式(A.2)により書き直すと以下の様になる。

$$\begin{aligned}&[\Gamma_{AWW} + \Gamma_{ZWW}]^{\mu\alpha\beta} Z_W \\ &= \left[\left(\frac{1}{g_0^2} T_0 + \Sigma_{Q+-} \right) + \left(\frac{1}{g_0^2} T_0 + (\Sigma_{3+-} - s_0^2 \Sigma_{Q+-}) \right) \right]^{\mu\alpha\beta} g_0^2 Z_W \\ &= \left[\left(\frac{g_*^2}{g_0^2 g_*^2} T_0 + \Sigma_{Q+-} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{g_*^2}{g_0^2 g_*^2} T_0 + (\Sigma_{3+-} - s_*^2 \Sigma_{Q+-}) + (s_*^2 - s_0^2) \Sigma_{Q+-} \right) \right]^{\mu\alpha\beta} g_0^2 Z_W \quad (\text{A.7})\end{aligned}$$

内線のゲージ場の補正の場合と同様に、 Z_W に於ける発散は g_0 の発散と相殺すると解釈される。

$$g_0^2 Z_W \equiv g_*^2(P^2) Z_{W*}(P^2)$$

この定義から式 (A.5) と無矛盾に決められる Z_{W*} は物理的に意味のある有限の外線の補正を与える。この様な Z_{W*} は具体的には式 (3.7) で与えられる。更に、くりこみ可能な理論では Σ_{VWW} には T_0 の Lorentz 構造を持つ発散が現われ、 $\frac{g_*^2}{g_0^2} \frac{1}{g_*} T_0 = \frac{1}{g_*} \Pi_{3Q}^P T_0$ の発散と相殺する。又、式 (A.7) の最終項は高次の補正でありここでは無視できる。最後に式 (A.6) 中の $\frac{1}{P^2 - M_{Z*}^2}$ を pole m_Z^2 のまわりで展開し、1-loop レベルで意味のある補正を抜き出す。これにより、1-loop レベルの s-channel ダイアグラムによる振幅 \mathcal{M}_s^{1-loop} は以下の様にまとめられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_s^{1-loop} = & -\frac{ie_*^2}{P^2} \bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma}) \gamma_\mu u(r, \sigma) Z_{W*} \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \\ & \times \left[\left[Q^e + \frac{I_3^e - s_*^2 Q^e}{s_*^2} \frac{P^2}{P^2 - m_Z^2} \left(1 + \frac{M_{Z*}^2 - m_Z^2}{P^2 - m_Z^2} \right) \right] T_0^{\mu\alpha\beta} \right. \\ & + Q^e g_*^2 \left(\Sigma_{Q+-} + \Pi_{3Q}^P T_0 \right)^{\mu\alpha\beta} \\ & \left. + \frac{I_3^e - s_*^2 Q^e}{s_*^2 c_*^2} \frac{P^2}{P^2 - m_Z^2} g_*^2 \left(\Sigma_{3+-} - s_*^2 \Sigma_{Q+-} + c_*^2 \Pi_{3Q}^P T_0 \right)^{\mu\alpha\beta} \right] \end{aligned}$$

これを Lorentz 構造 T_i について整理すると式 (3.8) が得られる。又、t-channel ダイアグラムによる振幅は 1-loop レベルで以下となる。

$$\mathcal{M}_t^{1-loop} = -\frac{ig_*^2}{2} \bar{v}(\bar{r}, \bar{\sigma}) \gamma_\beta \frac{1}{\not{f} - \not{q}} \gamma_\alpha \frac{1 - \gamma_5}{2} u(r, \sigma) Z_{W*} \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda})$$

付録 B

S, T パラメータに対する 4 世代レプトンからの寄与

ここでは、 S, T パラメータに対する 4 世代目のレプトンからの寄与についてニュートリノがディラック粒子である場合とマヨラナ粒子である場合を比較する。 S, T パラメータへの寄与があるのは図 8(a)(b)(c) のダイアグラムである。これらのダイアグラムによる輻射補正の計算については、3 点 vertex 等の他のダイアグラムとあわせて 4 章で詳しく述べるのでここでは結果だけを示す。

(i) ニュートリノがディラック粒子である場合

$$S = \frac{1}{6\pi} \left[1 - Y \ln \frac{M_N^2}{M_E^2} \right]$$
$$T = \frac{1}{16\pi s_*^2 c_*^2 M_Z^2} \left[M_N^2 + M_E^2 - \frac{2M_N^2 M_E^2}{M_N^2 - M_E^2} \ln \frac{M_N^2}{M_E^2} \right]$$

ここで M_E, M_N は各々 4 世代目の荷電レプトンとニュートリノの質量である。又、 Y は $SU(2)_L$ 重項を組むフェルミオンのハイパー電荷であり、レプトンの場合 -1 である。 s パラメータにこのハイパー電荷が関係するのは s の定義式 (3.13) に Gell-Mann と西島の関係式 $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$ を用いて変形すると $S \sim \Pi_{3Y}$ となる為である。2.2 節で示した様に ρ パラメータによる制限から荷電レプトンとニュートリノの質量差は小さいと考えられる。即ち $|M_E^2 - M_N^2| \ll M_E^2, M_N^2$ である。この場合 S, T は共に正である。

(ii) ニュートリノがマヨラナ粒子である場合

$$S = \frac{1}{6\pi} \left[\frac{3}{2} - Y \left(c_\theta^2 \ln \frac{M_1^2}{M_E^2} + s_\theta^2 \ln \frac{M_2^2}{M_E^2} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
& -s_\theta^2 c_\theta^2 \left[\frac{8}{3} + \frac{3M_1 M_2^3 + 3M_1^3 M_2 - 4M_1^2 M_2^2}{(M_1^2 - M_2^2)^2} \right. \\
& \quad \left. - \frac{M_1^6 - 3M_1^4 M_2^2 + 6M_1^3 M_2^3 - 3M_1^2 M_2^4 + M_2^6}{(M_1^2 - M_2^2)^3} \ln \frac{M_1^2}{M_2^2} \right] \Bigg] \\
T = & \frac{1}{16\pi s_*^2 c_*^2 M_Z^2} \left[c_\theta^2 \left(M_1^2 + M_E^2 - \frac{2M_1^2 M_E^2}{M_1^2 - M_E^2} \ln \frac{M_1^2}{M_E^2} \right) \right. \\
& + s_\theta^2 \left(M_2^2 + M_E^2 - \frac{2M_2^2 M_E^2}{M_2^2 - M_E^2} \ln \frac{M_2^2}{M_E^2} \right) \\
& \left. - s_\theta^2 c_\theta^2 \left(M_1^2 + M_2^2 - 4M_1 M_2 + 2 \frac{M_1^3 M_2 - M_1^2 M_2^2 + M_1 M_2^3}{M_1^2 - M_2^2} \ln \frac{M_1^2}{M_2^2} \right) \right]
\end{aligned}$$

ここで、 M_1, M_2 は各々2つのマヨラナニュートリノの質量、即ち、シーソー機構に於ける2つの質量固有値である。(i),(ii)の比較から以下がわかる。同じ質量の2つのニュートリノ、即ち、 N_1 のみ、又は、 N_2 のみによるループダイアグラムはディラックニュートリノによるループダイアグラムと同符号の寄与を与える。一方、 N_1 と N_2 によるループダイアグラムは逆符号の寄与を与える。一方、4世代のクォークの S, T パラメータへの寄与は、 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ に関する構造がレプトンと同じである為、(i)に於てハイパー電荷 Y を $\frac{1}{3}$ とし、色の自由度3を考慮すれば評価できる。この場合、アップタイプクォーク、ダウンタイプクォークの質量は各々 M_N, M_E に対応する。 ρ パラメータに於ける実験的制限に抵触しない為には、クォーク間の質量差も小さいと考えられ、 S, T パラメータの双方に負の寄与を与える現実的な質量領域はないと言える。以上より、 S, T パラメータに対し負の寄与を与えるダイアグラムは、フェルミオンに於ては、2つのマヨラナニュートリノによるループダイアグラムのみである事がわかる。又、(ii)をもとに数値的な評価がなされており、 S パラメータ、 T パラメータの両方に対し、レプトン全体からの寄与が負になるのは $\tan \theta \simeq 0.4$ である事が示されている [3, 4]。

付録 C

3 点 vertex の $U(1)_{\text{em}}$ 対称性

ここでは、ゲージ場の 3 点 Vertex の補正に関して $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ対称性に注目し、萩原らによる形状因子 [17, 18] を再考する。実際に観測される過程に於てはゲージ場のスカラー成分は無視できる。

$$\gamma_\mu P^\mu = 0, \quad \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) q^\alpha = 0, \quad \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \bar{q}^\beta = 0$$

しかしゲージ不変性はスカラー成分を含めて議論しなければならない。我々は、 $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ不変性、即ち、電磁カレント保存を考慮したいので以下の条件から出発する。

$$\gamma_\mu P^\mu \neq 0, \quad \varepsilon_\alpha^*(q, \lambda) q^\alpha = 0, \quad \varepsilon_\beta^*(\bar{q}, \bar{\lambda}) \bar{q}^\beta = 0$$

上式の下で可能な Lorentz 構造は次の T_i ($i = 1 \sim 10$) である。

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{VWW}}^{\mu\alpha\beta} &= \sum_{i=1}^{10} \Sigma_{\text{VWW}}^i T_i^{\mu\alpha\beta} \\ T_1^{\mu\alpha\beta} &= (q - \bar{q})^\mu g^{\alpha\beta}, & T_2^{\mu\alpha\beta} &= -\frac{1}{m_W^2} (q - \bar{q})^\mu P^\alpha P^\beta, \\ T_3^{\mu\alpha\beta} &= P^\alpha g^{\mu\beta} - P^\beta g^{\mu\alpha}, & T_4^{\mu\alpha\beta} &= i(P^\alpha g^{\mu\beta} + P^\beta g^{\mu\alpha}), \\ T_5^{\mu\alpha\beta} &= i\epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} (q - \bar{q})_\rho, & T_6^{\mu\alpha\beta} &= -\epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} P_\rho, \\ T_7^{\mu\alpha\beta} &= -\frac{i}{m_W^2} (q - \bar{q})^\mu \epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} P_\rho (q - \bar{q})_\sigma, \\ T_8^{\mu\alpha\beta} &= iP^\mu g^{\alpha\beta}, & T_9^{\mu\alpha\beta} &= \frac{i}{m_W^2} P^\mu P^\alpha P^\beta, \\ T_{10}^{\mu\alpha\beta} &= \frac{i}{m_W^2} P^\mu \epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} P_\rho (q - \bar{q})_\sigma, \end{aligned} \tag{C.1}$$

上式中 Σ_{VWW}^i は次元を持たない形状因子である。又、Lorentz 構造に含まれる虚数単位 i は、形状因子が実数である場合、即ち輻射補正に於けるしきい値以下の場合について、3 点 vertex にエルミート性を課した事に起因する。又、上記 10 個の形状因子の空間反転、荷電共役変換、時間反転に関する性質を求め、表 2 にまとめておく。ここで $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ不変性、即ち $\partial^\mu J_\mu^Q = 0$ を課すと $V = A$ の場合に関して、形状因子の間に以下の関係がつく。

$$\begin{aligned} P(q - \bar{q})\Sigma_{AWW}^1 + iP^2\Sigma_{AWW}^8 &= 0, \\ -P(q - \bar{q})\Sigma_{AWW}^2 + 2im_W^2\Sigma_{AWW}^4 + iP^2\Sigma_{AWW}^9 &= 0, \\ m_W^2\Sigma_{AWW}^5 + iP(q - \bar{q})\Sigma_{AWW}^7 + P^2\Sigma_{AWW}^1 &= 0 \end{aligned}$$

これを用いてゲージ不変な $\Sigma_{AWW}^{\mu\alpha\beta}$ を表す。

$$\begin{aligned} \Sigma_{AWW}^{\mu\nu\alpha} &= \Sigma_{AWW}^1 [T_1 + i\frac{P(q - \bar{q})}{P^2}T_8]^{\mu\alpha\beta} + \Sigma_{AWW}^2 [T_2 - i\frac{P(q - \bar{q})}{P^2}T_9]^{\mu\alpha\beta} \\ &+ \Sigma_{AWW}^3 T_3 + \Sigma_{AWW}^4 [T_4 - \frac{2m_W^2}{P^2}T_9]^{\mu\alpha\beta} + \Sigma_{AWW}^5 [T_5 - \frac{m_W^2}{P^2}T_{10}]^{\mu\alpha\beta} \\ &+ \Sigma_{AWW}^6 T_6 + \Sigma_{AWW}^7 [T_7 - i\frac{P(q - \bar{q})}{P^2}T_{10}]^{\mu\alpha\beta} \end{aligned}$$

上式の $P^2 = 0$ に於ける振る舞いより、 Σ_{AWW}^i ($i = 1, 2, 4, 5, 7$) は P^2 に比例すべきである事がわかる。ここで、 $\gamma_\mu P^\mu = 0$ を課せば萩原らの形式に一致する。但し、 $U(1)_{\text{em}}$ ゲージ対称性の条件はあくまで式 (C.1) に課される事に注意しなければならない。

付録 D

解析的結果

ここでは、シーソー機構が働くニュートリノを含む4世代レプトンに起因する輻射補正の具体的表式を示す。自己エネルギーは、式(4.1)に於ける I_{VV} , I_{AA} の形で、3点 vertex の補正は、式(4.2)に於ける $I_V^{\mu\alpha\beta}$, $I_A^{\mu\alpha\beta}$, $\tilde{I}_V^{\mu\alpha\beta}$, $\tilde{I}_A^{\mu\alpha\beta}$ の形でまとめる。

1. 自己エネルギーについて

式(4.1)で定義した $I_{VV}^{\mu\nu}$, $I_{AA}^{\mu\nu}$ に対して、式(4.3), (4.4)を用い正則化し $g^{\mu\nu}$ 比例項をとると以下の様になる。

$$\begin{aligned}
 -i \frac{(4\pi)^2}{4} I_{(AA)}^{VV}(P^2; m_1, m_2) = & \\
 & \frac{1}{\varepsilon^{-1}} \left[\frac{1}{3} P^2 - \frac{1}{2} \left(m_1 \begin{smallmatrix} - \\ (+) \end{smallmatrix} m_2 \right)^2 \right] \\
 & + \frac{5}{9} P^2 - \frac{1}{3} (m_1^2 + m_2^2) \begin{smallmatrix} + \\ (-) \end{smallmatrix} 2m_1 m_2 - \frac{1}{6} \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{P^2} \\
 & + \left[-\frac{1}{6} + \frac{1}{4} (m_1^2 + m_2^2) \begin{smallmatrix} - \\ (+) \end{smallmatrix} \frac{1}{2} m_1 m_2 \right] \left[\ln \frac{m_1^2}{\mu^2} + \ln \frac{m_2^2}{\mu^2} \right] \\
 & + \left[-\frac{m_1 m_2 (m_1^2 - m_2^2)}{2P^2} + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^3}{12P^4} \right] \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} \\
 & + \frac{1}{12} \left[2P^2 + (m_1 \begin{smallmatrix} + \\ (-) \end{smallmatrix} m_2)^2 \right] \left[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2} \right]^{3/2} \beta_{12}^{(3)} \\
 & \times \ln \frac{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 + P^2 [1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}}{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 - P^2 [1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}} \quad (D.1)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\overline{\varepsilon^{-1}}$ 、及び、 β_{12} は以下の定義に従う。

$$\overline{\varepsilon^{-1}} = \varepsilon^{-1} - \gamma + \ln 2\pi$$

$$\beta_{12} = \left[1 - \frac{(m_1 + m_2)^2}{P^2}\right]^{1/2}$$

γ はオイラー定数である。又、 μ^2 は次元正則化に際し、結合定数を無次元にすべく導入した[質量]²の次元を持つ定数であるが、自己エネルギーと3点Vertexの補正の間などで相殺され物理量には現れない。

2. 3点 vertex について

式(4.2)で定義した $I_V^{\mu\alpha\beta}$, $I_A^{\mu\alpha\beta}$, $\tilde{I}_V^{\mu\alpha\beta}$, $\tilde{I}_A^{\mu\alpha\beta}$ に対して自己エネルギーと同様に正則化を行う。又、式(3.15)とWボゾンのon-shell条件($q^2 = \bar{q}^2 = m_W^2$)を用い P^2 の関数として整理すると以下を得る。

$$I_{(A)}^{\mu\alpha\beta}(q, \bar{q}; m_1, m_2, m_3) = \sum_{i=1,2,3,5} I_{(A)}^i(P^2; m_1, m_2, m_3) T_i^{\mu\alpha\beta},$$

$$\begin{aligned} & \frac{(4\pi)^2}{2} I_{(A)}^1(P^2; m_1, m_2, m_3) = \\ & (-) \left[\frac{1}{3} \overline{\varepsilon^{-1}} + \frac{35}{36} - \frac{1}{6} \left[\ln \frac{m_1^2}{\mu^2} + \ln \frac{m_2^2}{\mu^2} \right] \right. \\ & \quad - \frac{1}{3} \left[\frac{m_1^2 + m_2^2}{P^2} - \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{(P^2)^2} \right] \\ & \quad - \frac{1}{12} \left[3 \frac{m_2^2 - m_1^2}{P^2} - 3 \frac{(m_2^2 - m_1^2)(m_2^2 + m_1^2)}{(P^2)^2} + 2 \frac{(m_2^2 - m_1^2)^3}{(P^2)^3} \right] \ln \frac{m_2^2}{m_1^2} \\ & \quad - \frac{1}{12} \left[-2 + \frac{m_2^2 + m_1^2}{P^2} - 2 \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{(P^2)^2} \right] \left[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2} \right]^{1/2} \beta_{12} \\ & \quad \times \ln \frac{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 + P^2 [1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}}{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 - P^2 [1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}} \\ & \quad + \frac{1}{2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D(P^2; m_1, m_2, m_3)} \\ & \quad \times \left[m_W^2 (x^3 - x^2 y - x y^2 + y^3 - x^2 - y^2 + x + y) \right. \\ & \quad \quad + (P^2 - m_1^2 - m_2^2 + 2m_3^2) x y \\ & \quad \quad \left. - m_3^2 + m_1 m_2 (x + y) \right] \left. \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(4\pi)^2}{2} \Gamma_{(\Lambda)}^2 (P^2; m_1, m_2, m_3) = \\
& \quad \frac{-}{(+)} 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D(P^2; m_1, m_2, m_3)} \left[m_W^2 (x^2 y + xy^2 - xy) \right] \\
& \frac{(4\pi)^2}{2} \Gamma_{(\Lambda)}^3 (P^2; m_1, m_2, m_3) = \\
& \quad \frac{+}{(-)} \left[\frac{2}{3\varepsilon^{-1}} + \frac{55}{36} - \frac{1}{3} \left[\ln \frac{m_1^2}{\mu^2} + \ln \frac{m_2^2}{\mu^2} \right] \right. \\
& \quad + \frac{1}{3} \left[\frac{m_1^2 + m_2^2}{P^2} - \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{(P^2)^2} \right] \\
& \quad - \frac{1}{12} \left[3 \frac{m_2^2 - m_1^2}{P^2} + 3 \frac{(m_2^2 - m_1^2)(m_2^2 + m_1^2)}{(P^2)^2} - 2 \frac{(m_2^2 - m_1^2)^3}{(P^2)^3} \right] \ln \frac{m_2^2}{m_1^2} \\
& \quad - \frac{1}{12} \left[-4 - \frac{m_2^2 + m_1^2}{P^2} + 2 \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{(P^2)^2} \right] \left[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2} \right]^{1/2} \beta_{12} \\
& \quad \times \ln \frac{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 + P^2[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}}{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 - P^2[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}} \\
& \quad + \frac{1}{2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D(P^2; m_1, m_2, m_3)} \\
& \quad \times \left[m_W^2 (-x^3 + x^2 y + xy^2 - y^3 + x^2 + y^2 + x + y) \right. \\
& \quad \quad \left. + (-P^2 + m_1^2 + m_2^2 - 2m_3^2) xy \right. \\
& \quad \quad \left. - m_3^2 \frac{+}{(-)} m_1 m_2 (x + y) \right] \left. \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(4\pi)^2}{2} \Gamma_{(\Lambda)}^5 (P^2; m_1, m_2, m_3) = \\
& \quad \frac{+}{(-)} \left[+ \frac{5}{12} - \left[\frac{m_1^2 + m_2^2}{P^2} - \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{(P^2)^2} \right] \right. \\
& \quad - \frac{1}{4} \left[\frac{m_2^2 - m_1^2}{P^2} - 3 \frac{(m_2^2 - m_1^2)(m_2^2 + m_1^2)}{(P^2)^2} + 2 \frac{(m_2^2 - m_1^2)^3}{(P^2)^3} \right] \ln \frac{m_2^2}{m_1^2} \\
& \quad - \frac{1}{4} \left[\frac{m_2^2 + m_1^2}{P^2} - 2 \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{(P^2)^2} \right] \left[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2} \right]^{1/2} \beta_{12} \\
& \quad \times \ln \frac{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 + P^2[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}}{-P^2 + m_1^2 + m_2^2 - P^2[1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{P^2}]^{1/2} \beta_{12}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{D(P^2; m_1, m_2, m_3)} \\
& \times \left[m_W^2 (x^3 - 9x^2y - 9xy^2 + y^3 - x^2 - y^2 + 4xy + x + y) \right. \\
& \quad + 2P^2 (x^2y + xy^2) + (-P^2 - 3m_1^2 - 3m_2^2 + 6m_3^2) xy \\
& \quad \left. - m_3^2 \begin{matrix} - \\ (+) \end{matrix} m_1 m_2 (x + y) \right] \Bigg] \quad (D.2)
\end{aligned}$$

但し, $D(P^2; m_1, m_2, m_3)$ は以下である。

$$\begin{aligned}
D(P^2; m_1, m_2, m_3) = \\
m_W^2 (x + y)(x + y - 1) - P^2 xy + x m_1^2 + y m_2^2 + (1 - x - y) m_3^2
\end{aligned}$$

以上を基に、自己エネルギー、3点 vertex の補正に於ける4世代ニュートリノの振る舞いを定性的、数値的に議論する。

参考文献

- [1] M.Gell-Mann,P.Ramond and R.Slansky,in *Supergravity,Proceedings of the Workshop*, edited by P.van Nieuwenhuizen and D.Freedman (North Holland, Amsterdam, 1979)
T.Yanagida,in *Proceedings of the Workshop on Unified theories and baryon number in the universe*,
edited by O.Sawada and A.Sugamoto (KEK,Japan,1979)
R.Mohapatra and G.Senjanovic,*Phys.Rev.Lett.***44**(1980)912
and *Phys.Rev***D23**(1981)165
- [2] D.C.Kennedy and B.W.Lynn,*Nucl.Phys.***B322**(1989)1
- [3] S.Bertolini and A.Sirlin,*Phys.Lett.***B257**(1991)179
- [4] E.Gates and J.Terning,*Phys.Rev.Lett.***67**(1991)1840
- [5] C.T.Hill and E.A.Paschos,*Phys.Lett.***B241**(1990)96
- [6] Particle Data Group, K.Hikasa et al.,*Phys.Rev.***D45**(1992)
- [7] H.Ejiri et al.,*Phys.Lett.***B258**(1991)17
- [8] L.Wolfenstein,*Phys.Rev.***D17**(1978)2369;**D20**(1979)2334;
S.P.Mikheyev and A.Yu.Smirnov,*JETP***91**(1986)7
- [9] K.S.Hirata et al.,*Phys.Rev.Lett.***65**(1990)1301
- [10] E.W.Kolb and M.S.Terner, *The Early Univers* (Addison-Wesley, 1990)
- [11] H.Harari and Y.Nir,*Nucl.Phys***B292**(1987)251

- [12] B.W.Lee and S.Weinberg, *Phys.Rev.Lett.***39**(1977)165
- [13] D.C.Kennedy and P.Langaker, *Phys.Rev.Lett.***65**(1990)2967;
66(1991)395; *Phys.Rev.***D44**(1991)1591
- [14] G.Altarelli and R.Barbieri, *Phys.Lett.***B253**(1991)161; G.Altarelli, R.Barbieri
and S.Jadach, *Nucl.Phys.***B269**(1992)3
- [15] M.E.Peskin and T.Takeuchi, *Phys.Rev.Lett.***65**(1990)964;
*Phys.Rev.***D46**(1992)381
- [16] T.Takeuchi, in *Proceedings of the 1991 Nagoya Spring School on Dynamical
Symmetry Breaking*, edited by K.Yamawaki (World Scientific, Singapore,
1991)
- [17] K.J.F.Gaermers and G.J.Gounaris, *Z.Phys.***C1**(1979)259
- [18] K.Hagiwara, R.D.Peccei, D.Zeppenfeld and K.Hikasa,
*Nucl.Phys.***B282**(1987)253
- [19] W.Hollik and H.J.Timme, *Z.Phys.***C33**(1986)125
- [20] C.Ahn, M.E.Peskin, W.Lynn and S.Selipsky, *Nucl.Phys.***B309**(1988)221
- [21] B.Holdom, *Phys.Lett.***B259**(1991)329
- [22] R.Barbieri, M.Frigeni, F.Giulian and H.E.Haber, *Nucl.Phys.***B341**(1990)309
- [23] G.'t Hooft and M.Veltman, *Nucl.Phys.***B44**(1972)189;
- [24] ゲージ場の量子論 II 九後汰一郎著 (培風館, 1989 年)
- [25] J. Fujimoto, Y. Shimizu, K. Kato and Y. Oyanagi, *Progr. Theor. Phys.* **87**
(1992) 1233

	左巻き	右巻き
クォーク	$\begin{pmatrix} u^i \\ d^i \end{pmatrix}_L$	$\begin{matrix} u_R^i \\ d_R^i \end{matrix}$
レプトン	$\begin{pmatrix} \nu^i \\ \ell^i \end{pmatrix}_L$	ℓ_R^i

表 1: 標準模型に於ける物質構成 : i は世代に関する添字

	Σ^1	Σ^2	Σ^3	Σ^4	Σ^5	Σ^6	Σ^7	Σ^8	Σ^9	Σ^{10}
P	+	+	+	+	-	-	-	+	+	-
C	+	+	+	-	-	+	+	-	-	-
T	+	+	+	-	+	-	-	-	-	+

表 2: 3 点 vertex の形状因子 Σ_{VWW}^i ($V = A, Z$) の空間反転 (P)、荷電共役変換 (C)、時間反転 (T) に関する性質 : 但し、 Σ_{VWW}^i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) は本文 3.3 節式 (3.16) に、又、 Σ_{VWW}^i ($i = 8, 9, 10$) は付録 C 式 (C.1) に従う。

	M_E	m_D	$\tan \theta$	M_1	M_2	M_R
a	500	500	0.2	100	2500	2400
b			0.4	200	1250	1050
c			0.6	300	833	533
d			0.8	400	625	225
e			1.0	500	500	0
f		200	1.0	200	200	0
g	1000	1000	0.2	200	5000	4800
h			0.4	400	2500	2100
i			0.6	600	1666	1066
j			0.8	800	1250	450
k			1.0	1000	1000	0
l		400	1.0	400	400	0

表 3: 数値計算を行うパラメータ; M_E …荷電レプトンの質量 : m_D …ディラック質量: $\tan \theta$ …混合角: M_1, M_2 …上記から決められる 2 つのマヨラナニュートリノの質量: M_R …マヨラナ質量 (単位 [GeV])

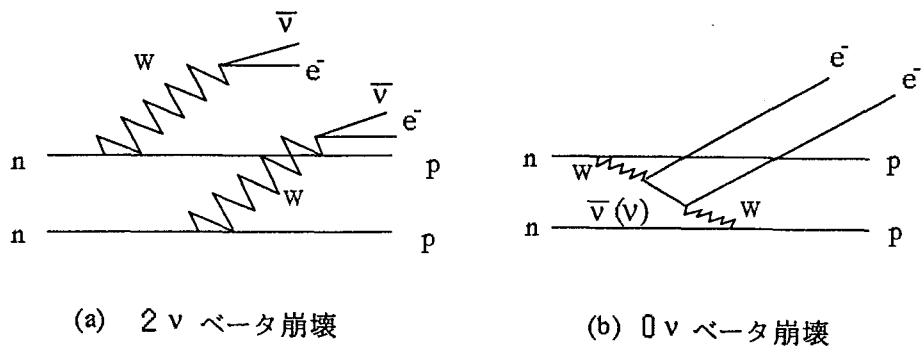


図 1: 2重ベータ崩壊の主な過程; (a) 2ν ベータ崩壊 (b) 0ν ベータ崩壊

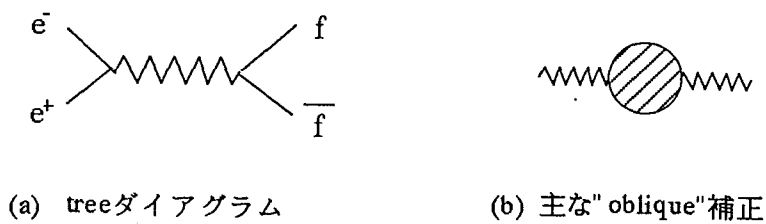


図 2: 4-フェルミオン過程; (a) tree ダイアグラム (b) "oblique"補正

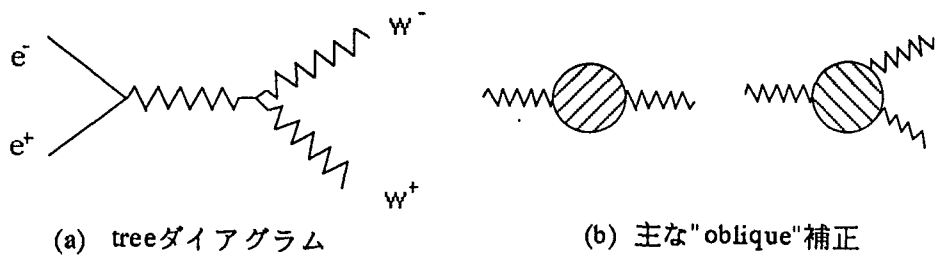


図 3: W ボソン対生成過程; (a) tree ダイアグラム (b) "oblique"補正

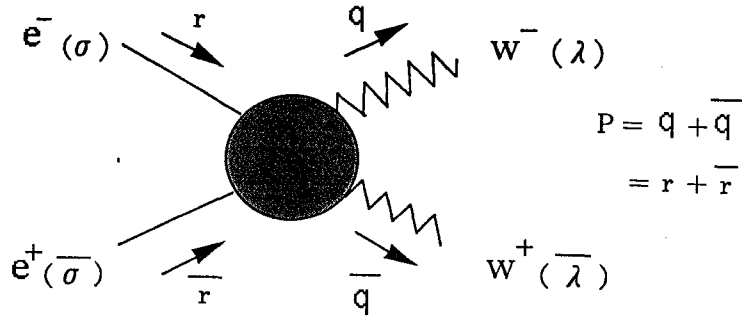


図 4: W ボソン対生成過程に於ける運動量とヘリシティの定義

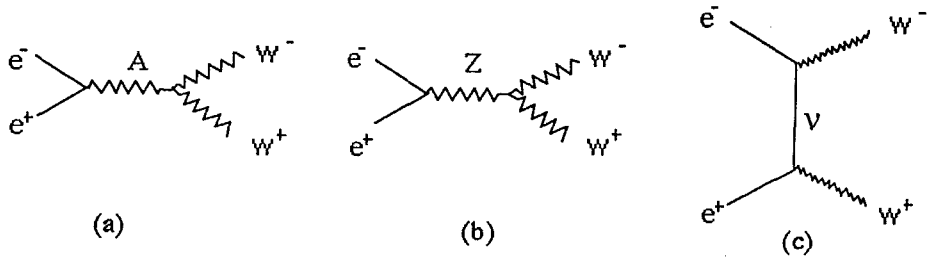


図 5: W ボソン対生成過程に於ける tree レベルのダイアグラム; (a) s-channel A 交換過程 (b) s-channel Z 交換過程 (c) t-channel ν 交換過程

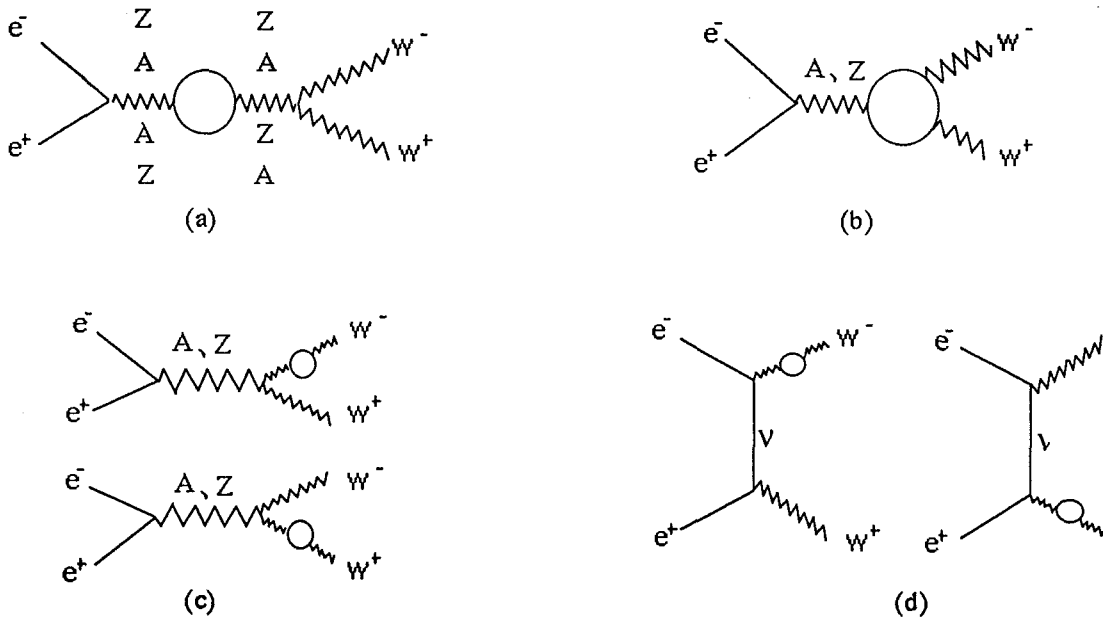


図 6: W ボソン対生成過程に於ける 1-loop レベルで可能な “oblique” 補正; (a) 内線の A, Z の補正 (b) 3 点 vertex の補正 (c) 外線の W の補正 (d) t-channel の補正

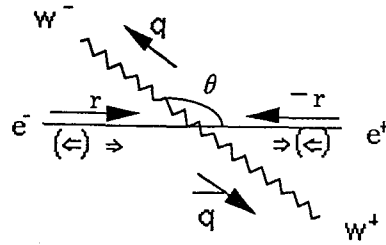


図 7: W ボソン対生成過程電子・陽電子の重心系に於ける散乱角 (θ) と電子・陽電子のスピンの (\Rightarrow)

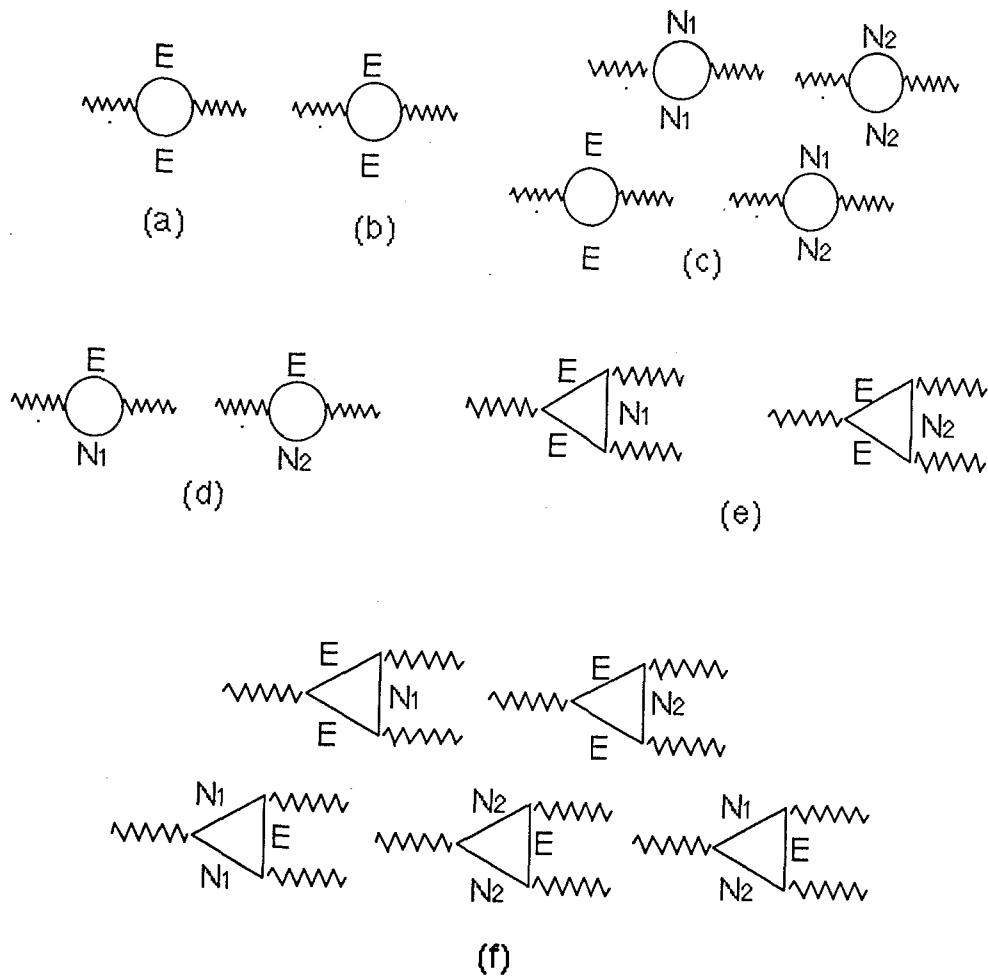


図 8: 4 世代レプトンから可能な W ボソン対生成過程への寄与 (1-ループレベル);

(a) Π_{QQ} (b) Π_{3Q} (c) Π_{33} (d) Π_{11} (e) Σ_{Q+-} (f) Σ_{Q+-}

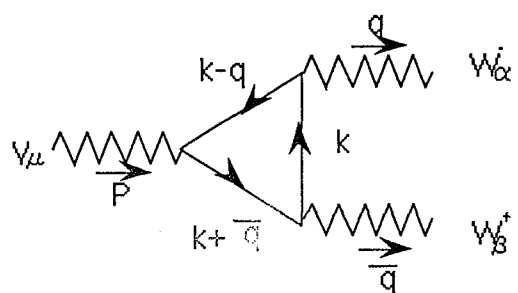
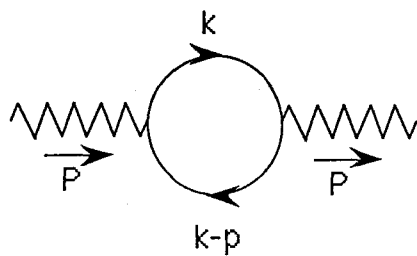


図 9: ループ積分を行う際の運動量の定義 k はループ運動量

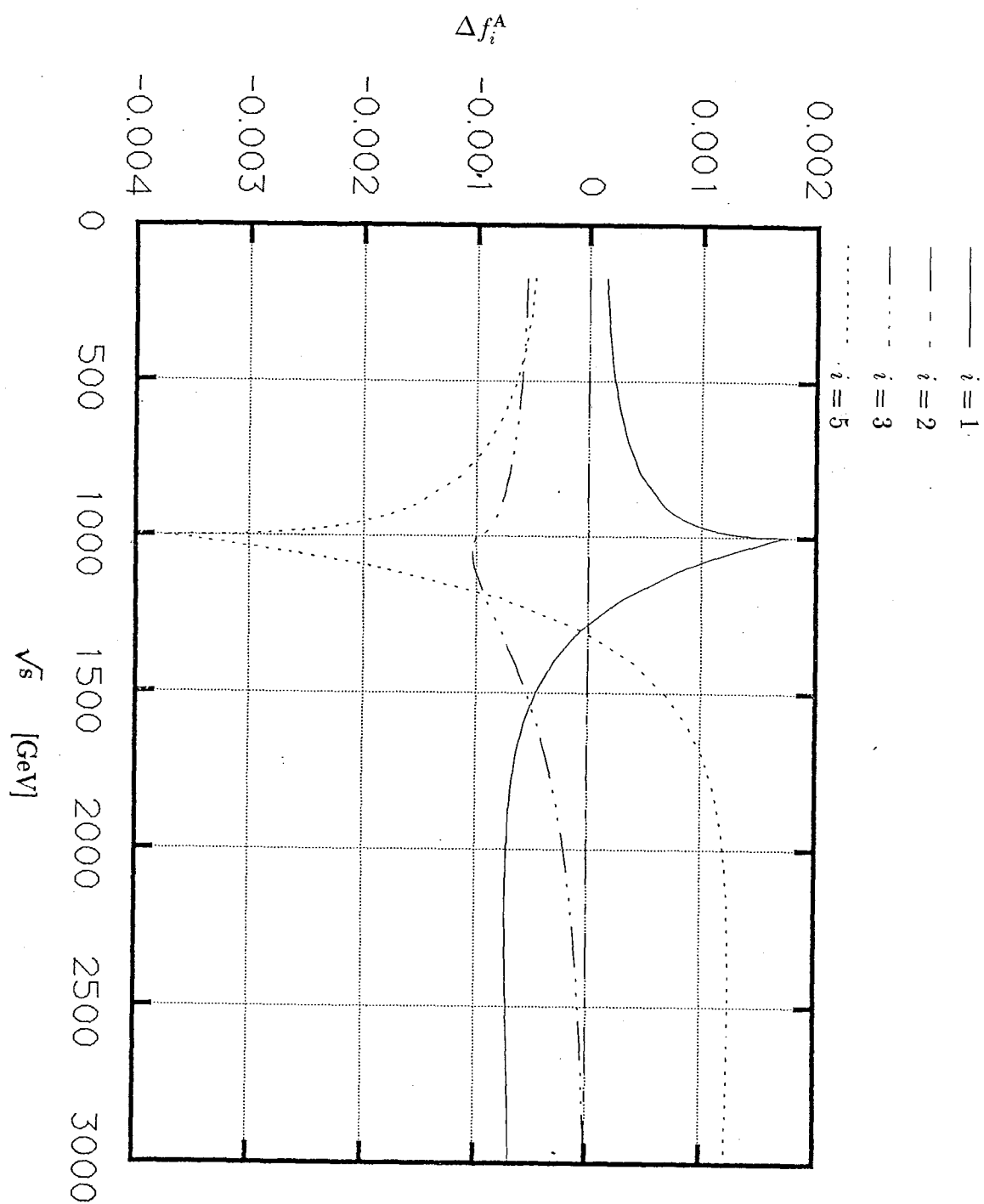


図 10: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(a))

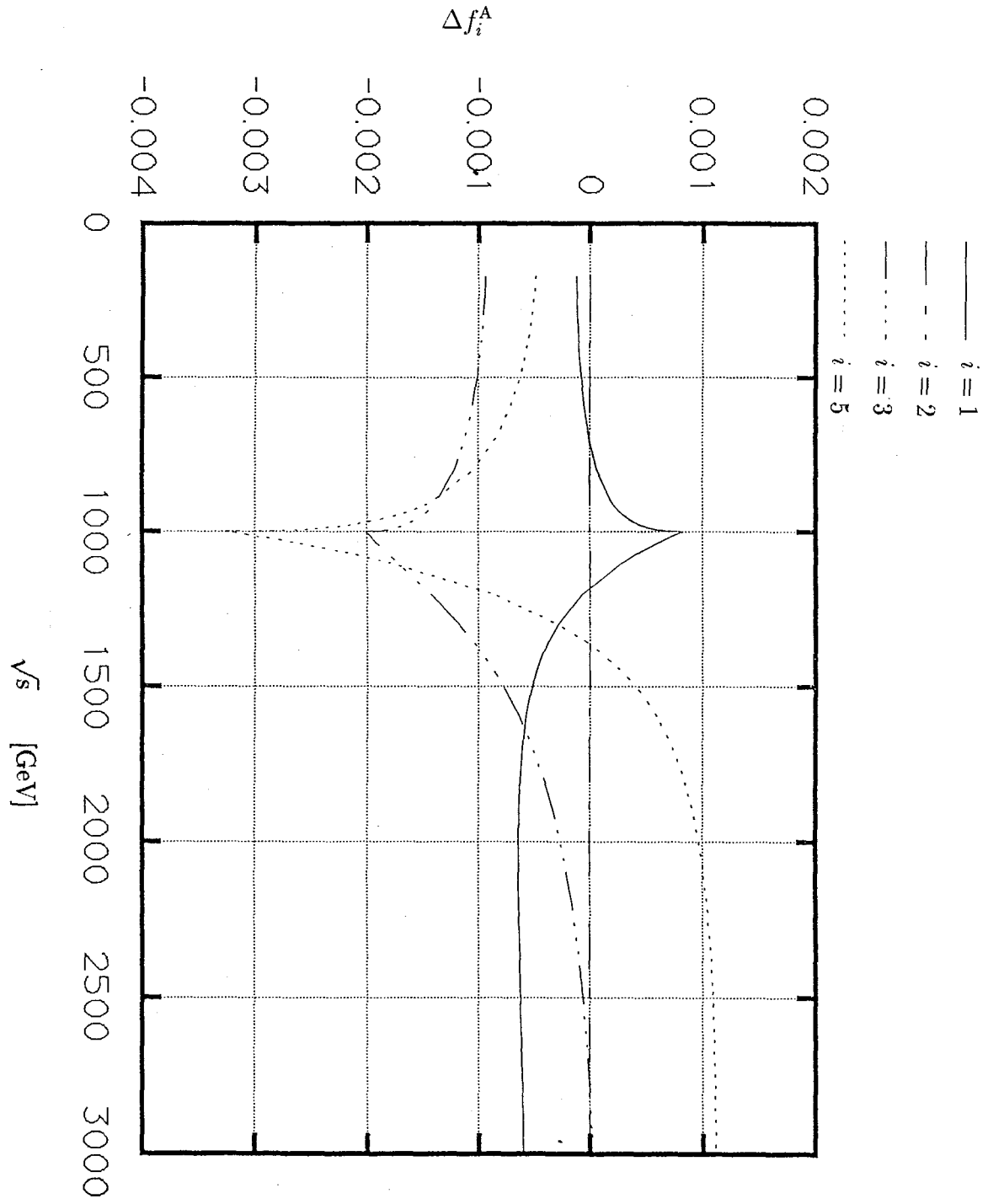


図 11: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(b))

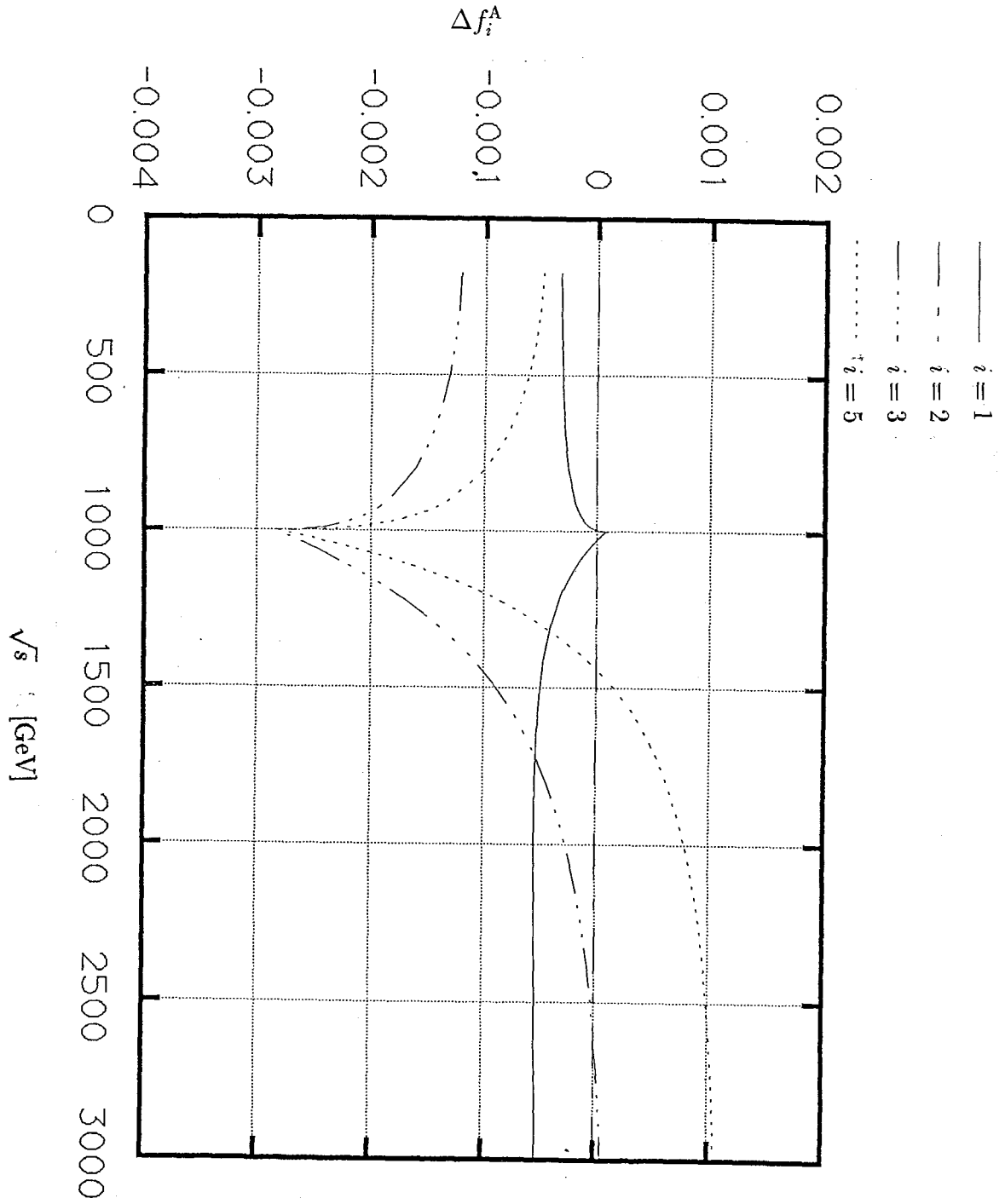


図 12: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(c))

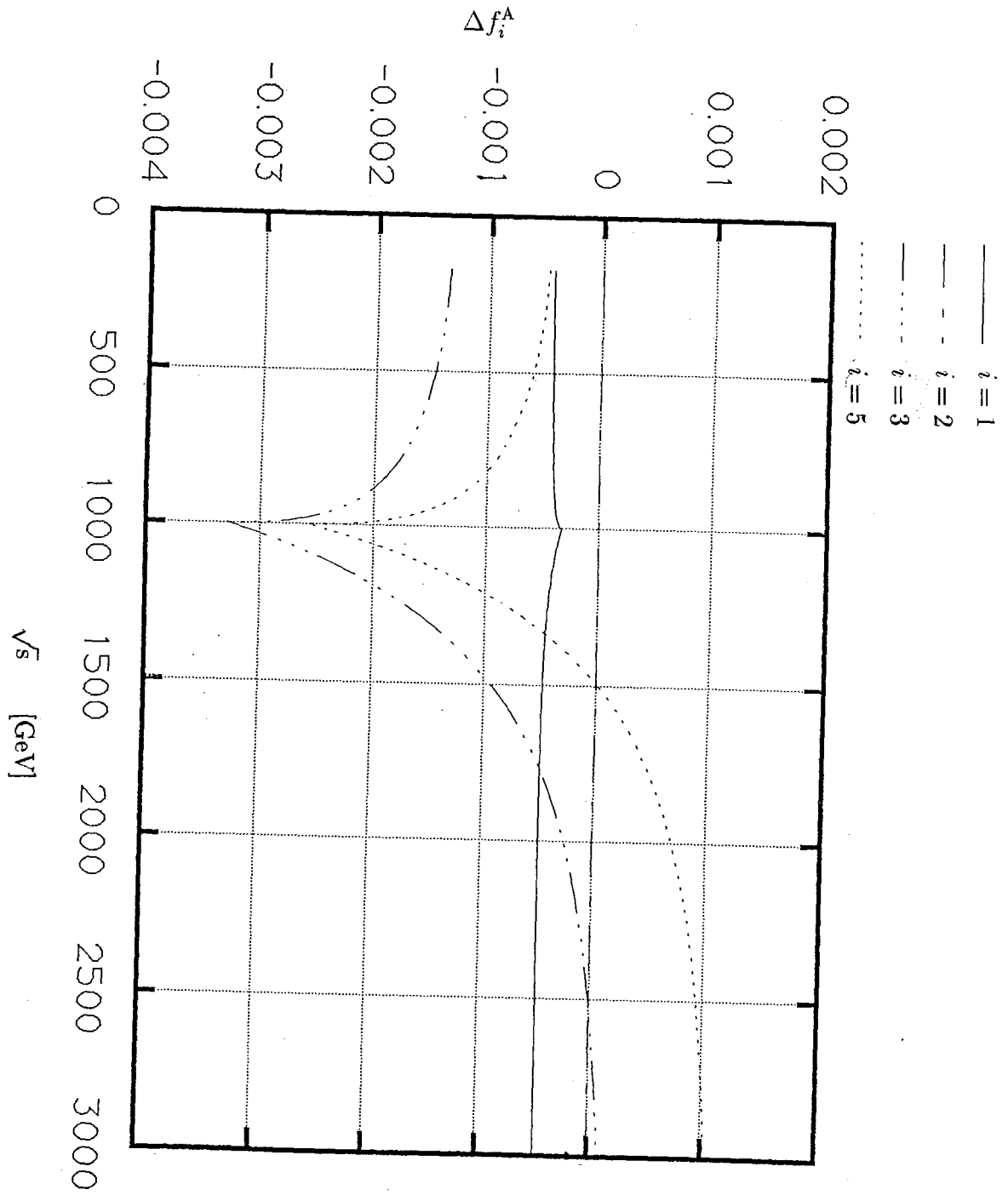


図 13: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(d))

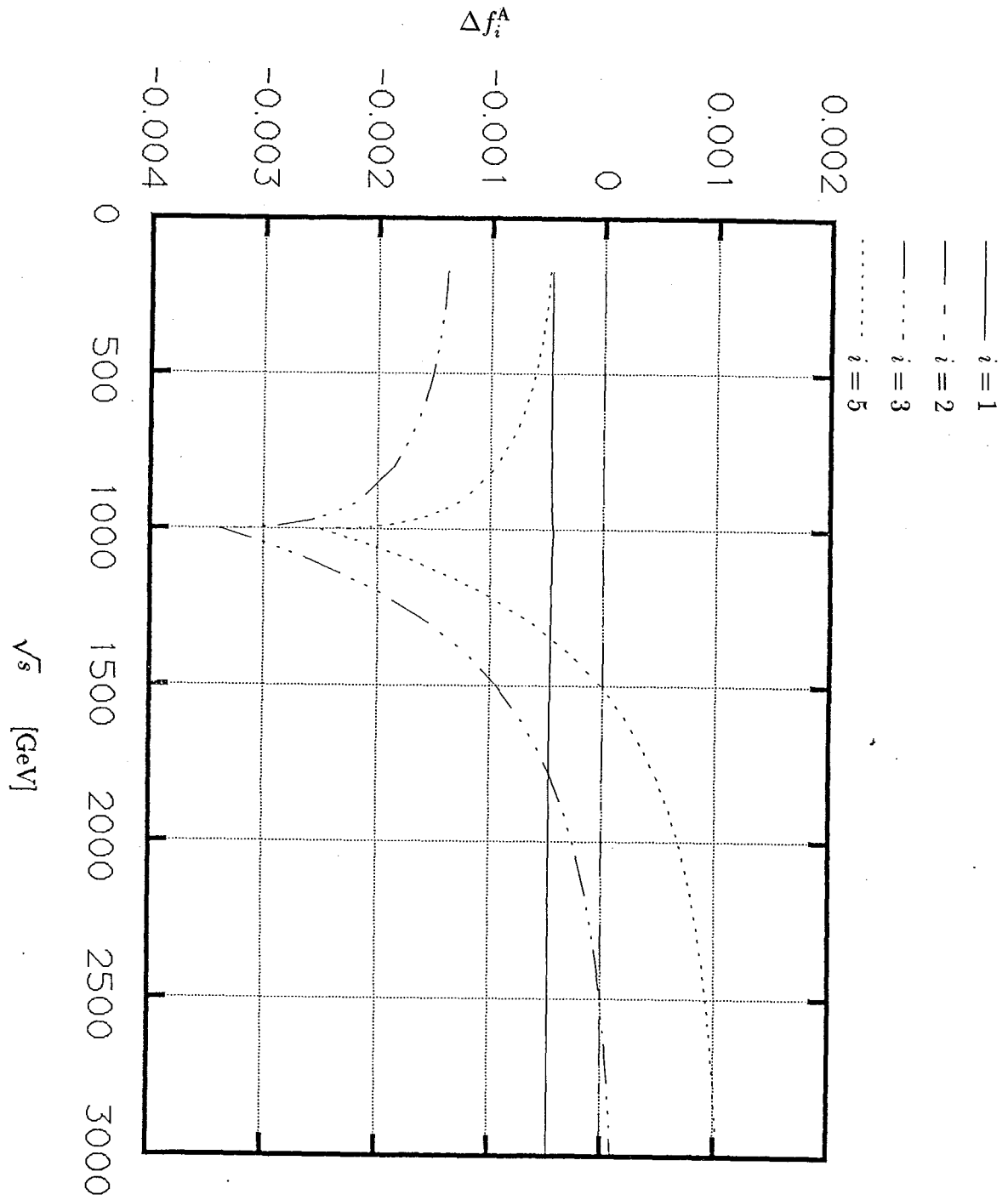


図 14: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(e))

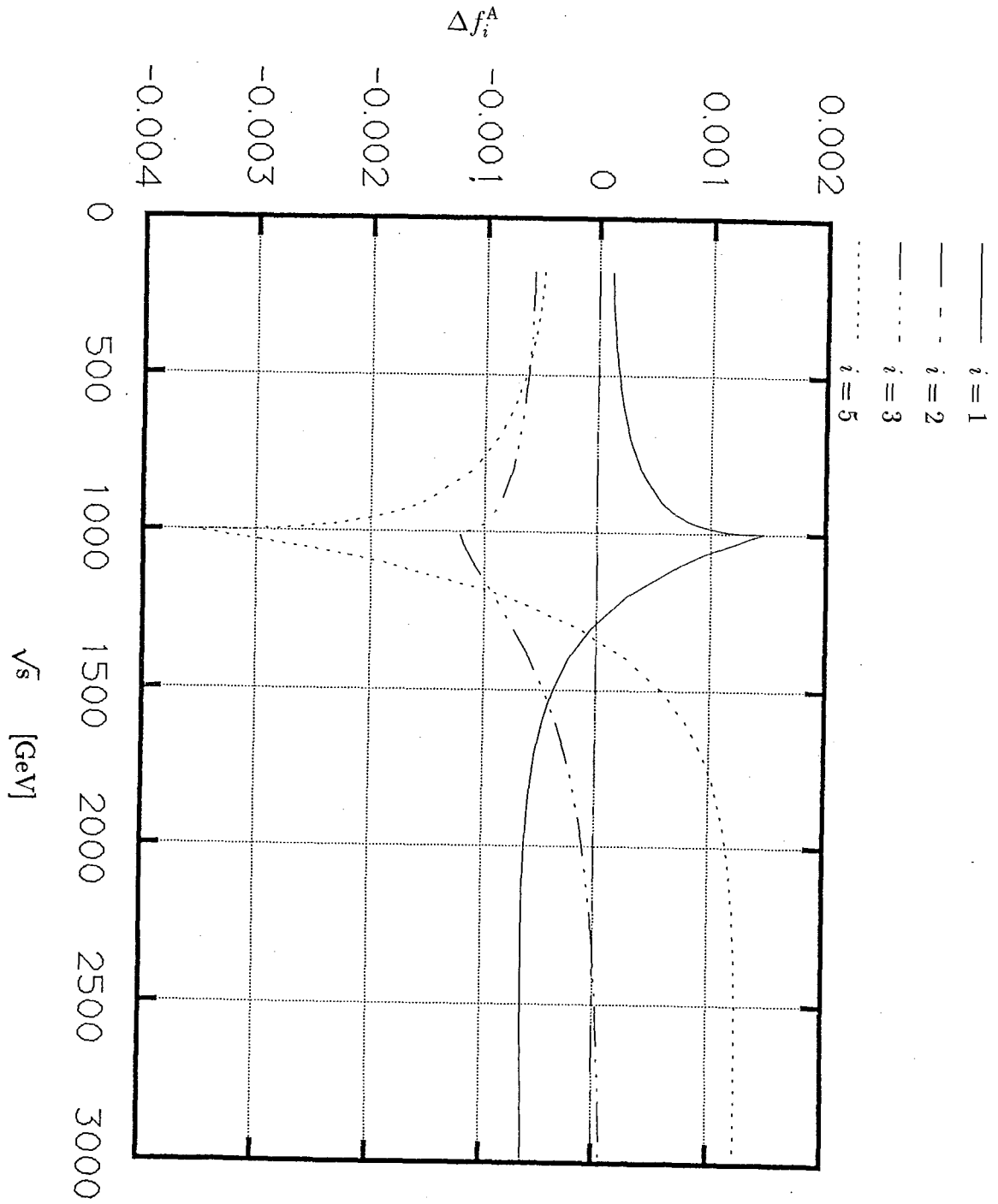


図 15: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(f))

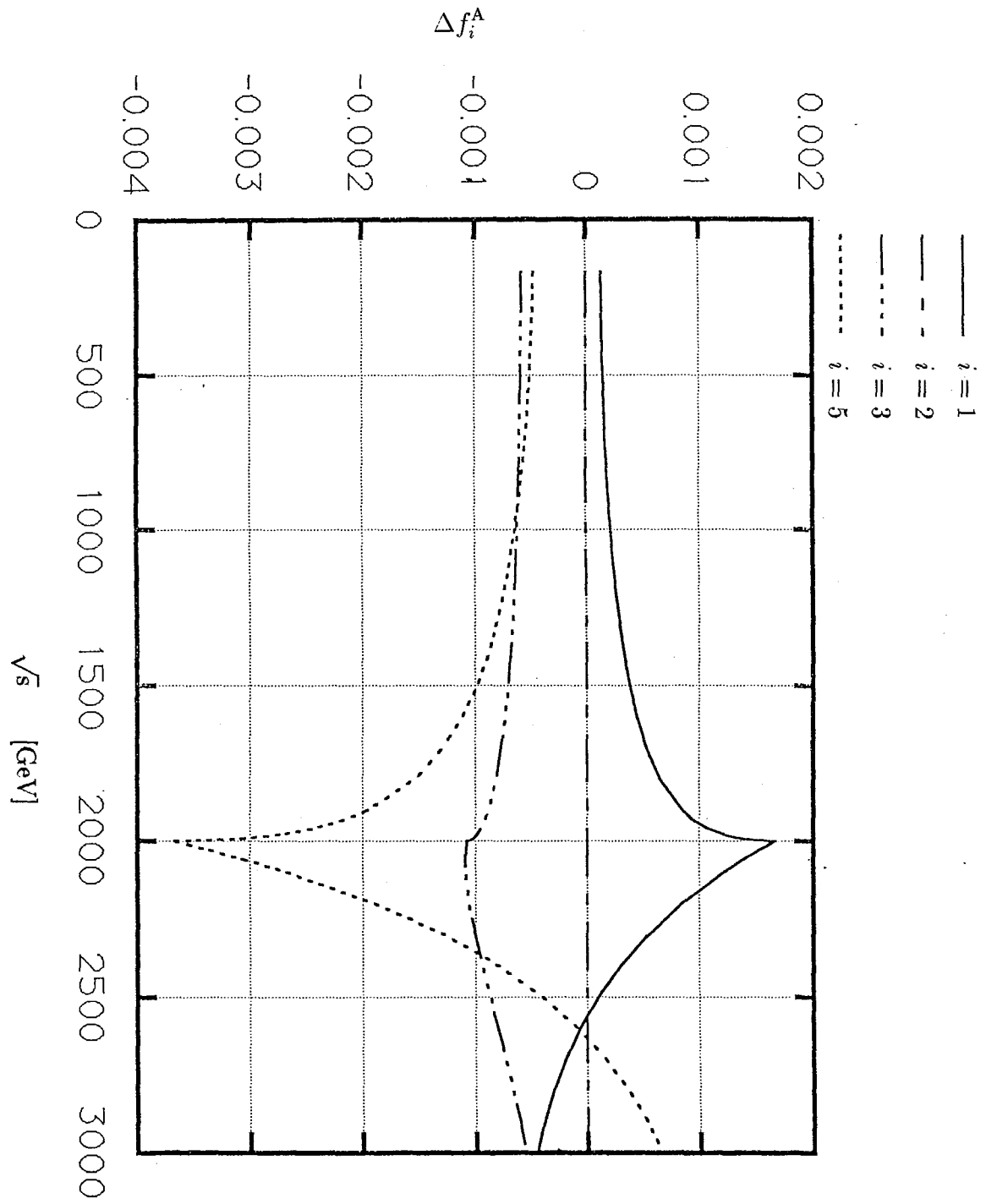


図 16: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(g))

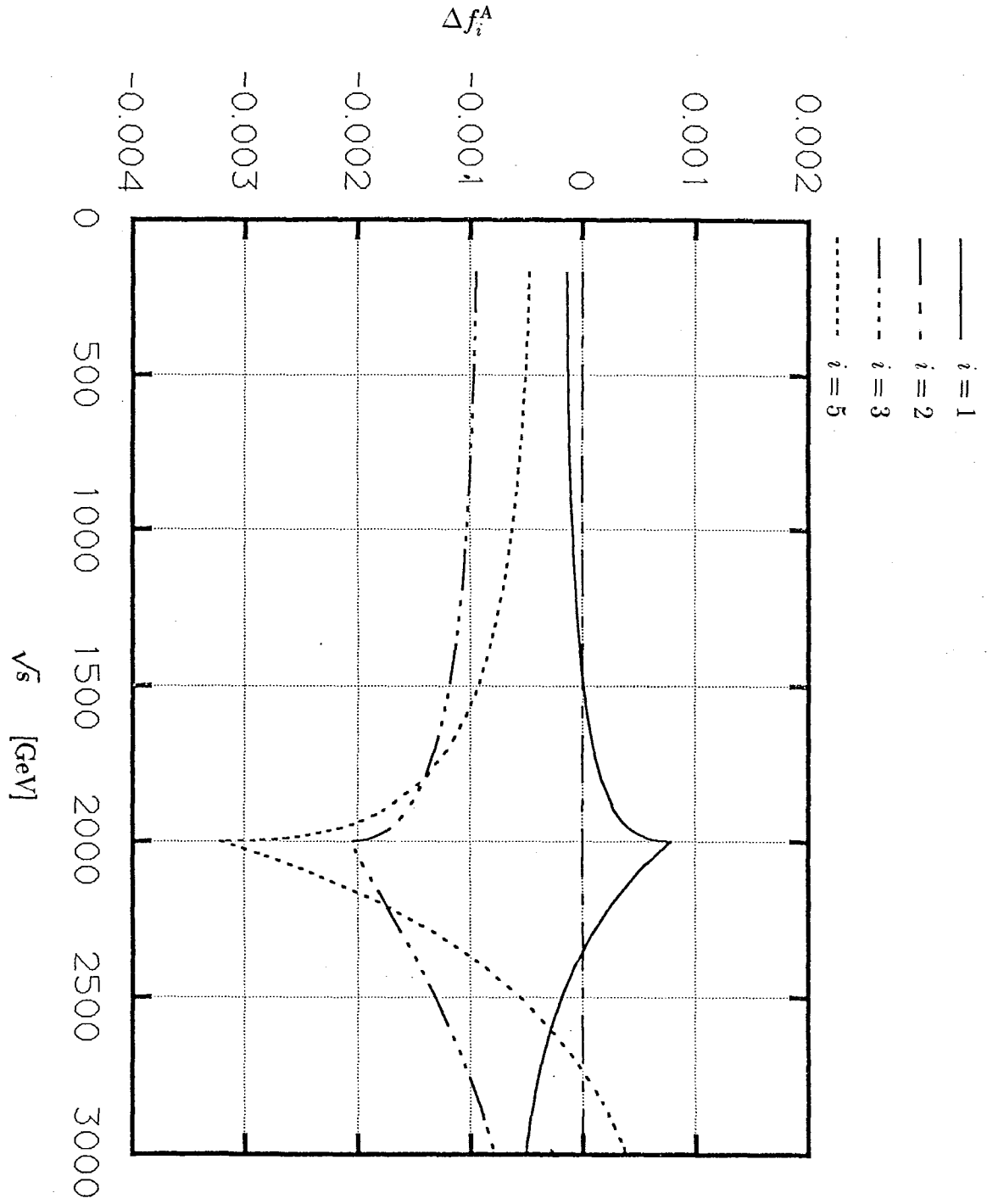


図 17: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(h))

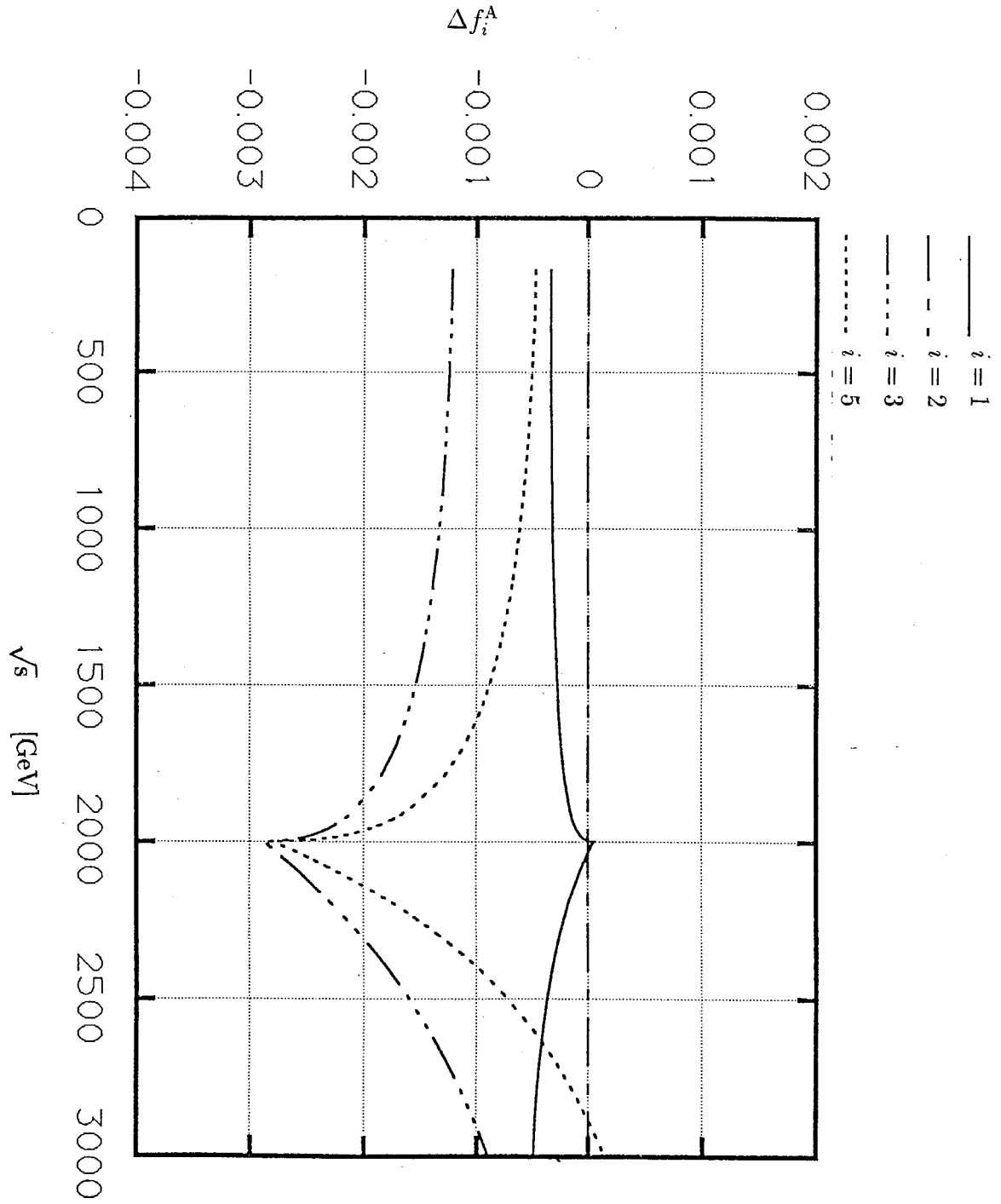


図 18: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(i))

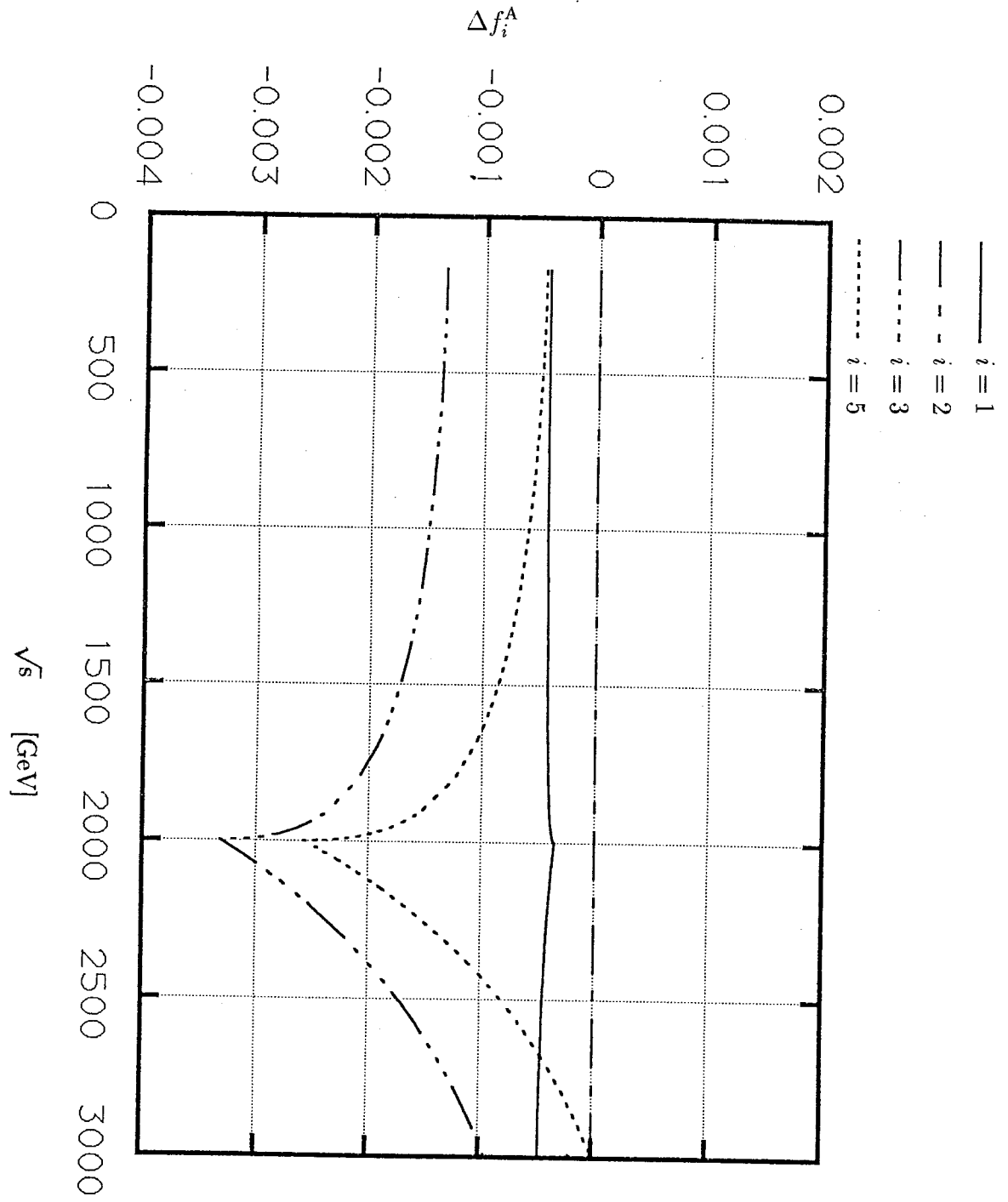


図 19: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(j))

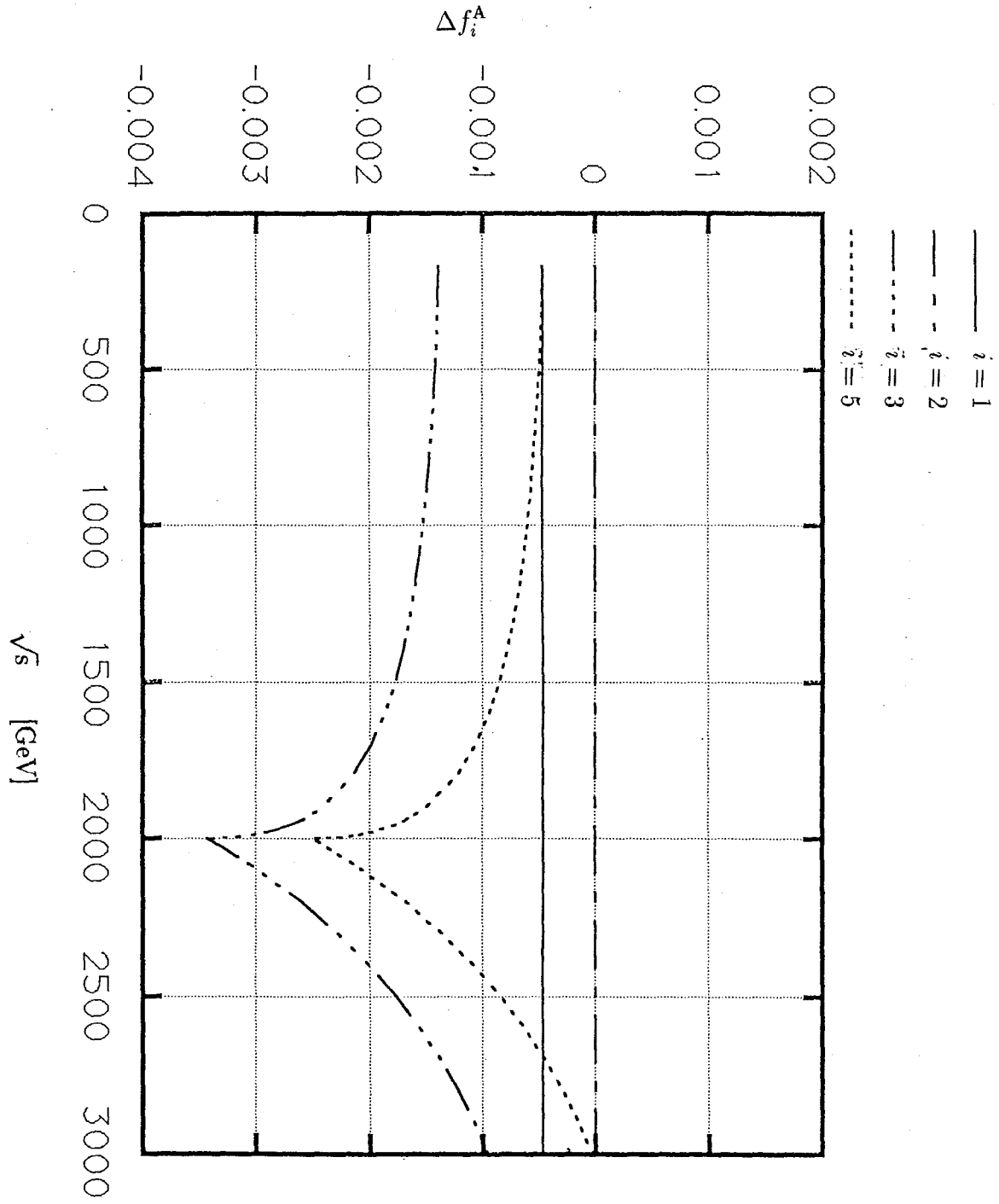


図 20: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(k))

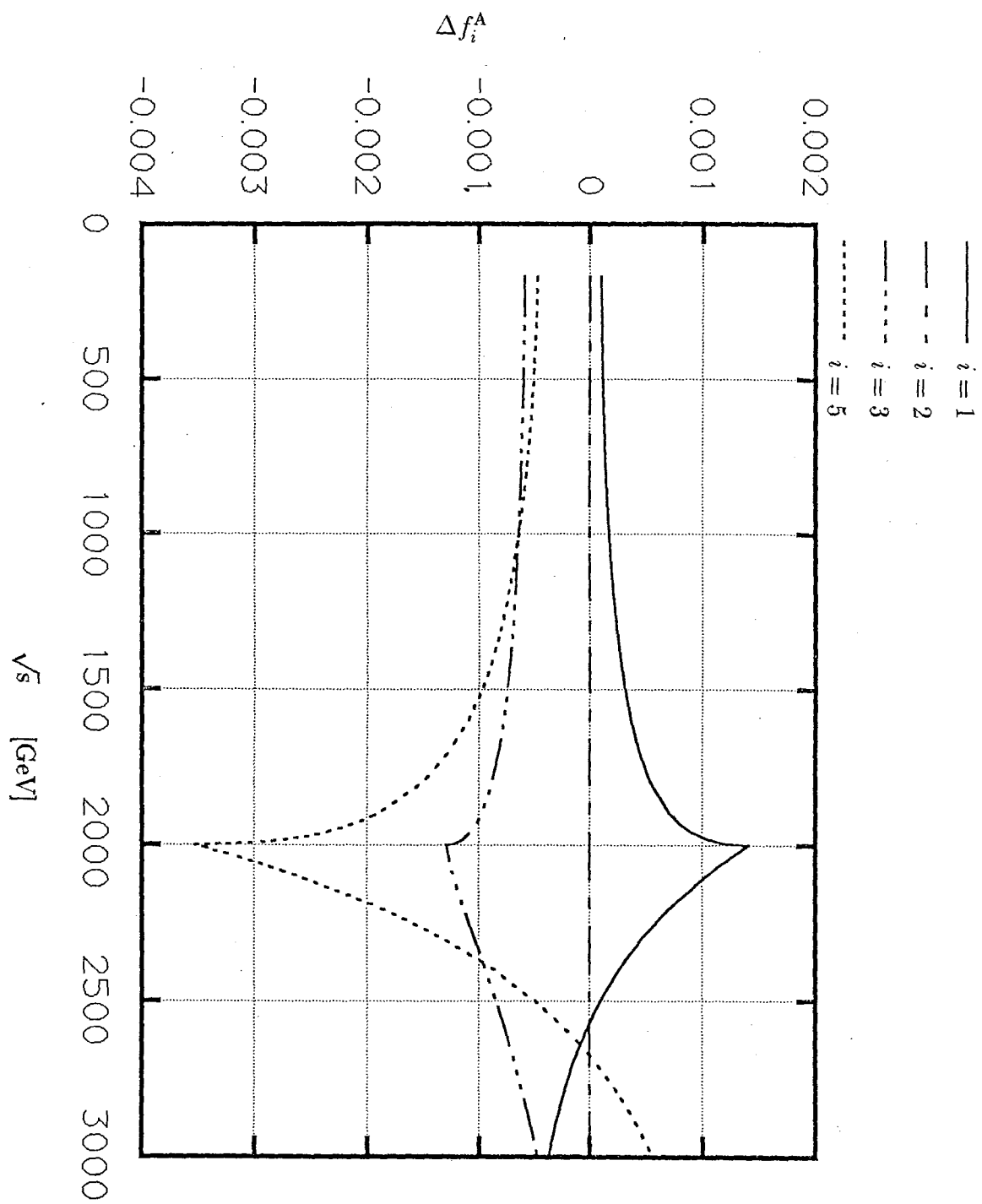


図 21: AWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^A ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(1))

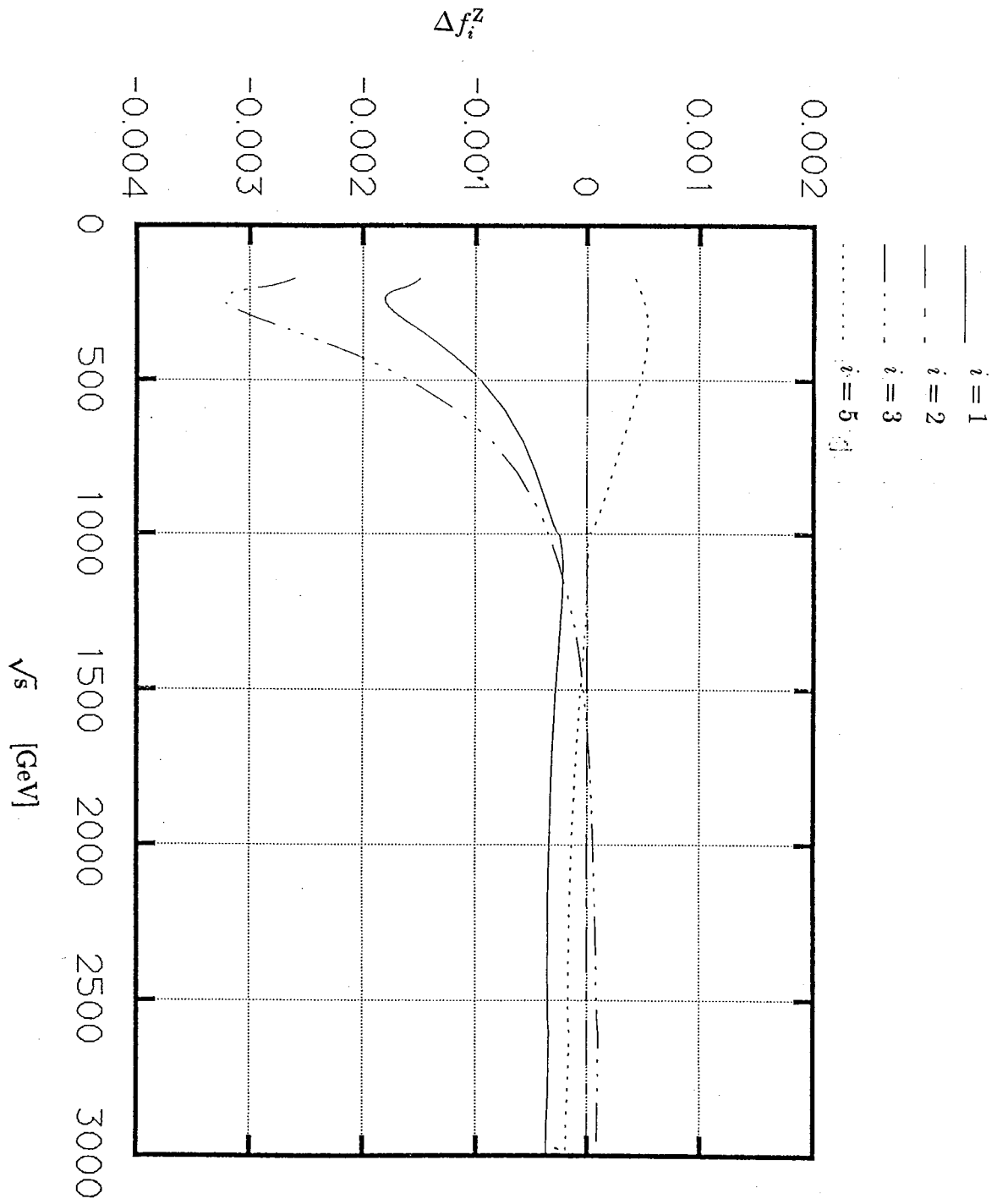


図 22: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(a))

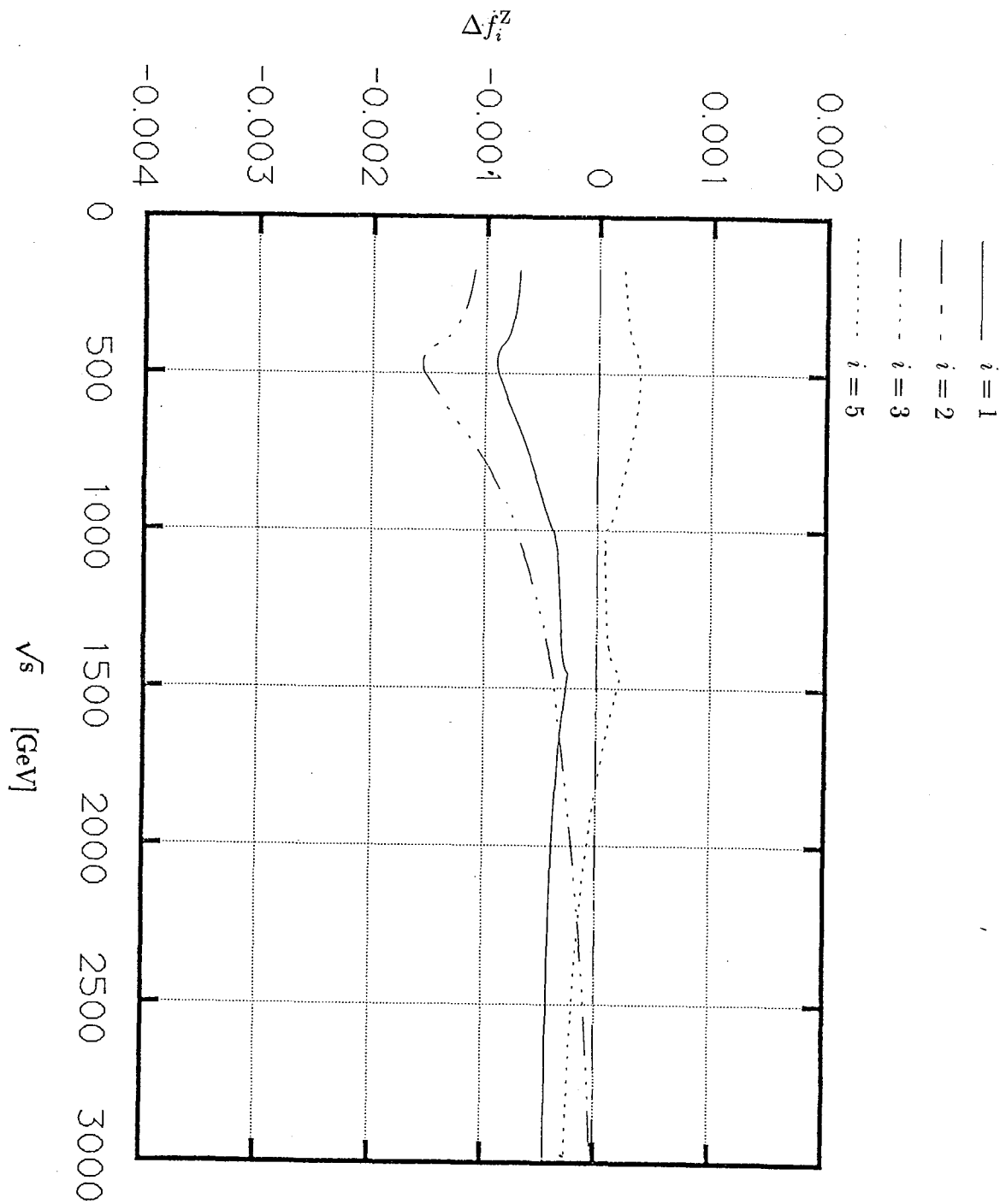


図 23: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(b))

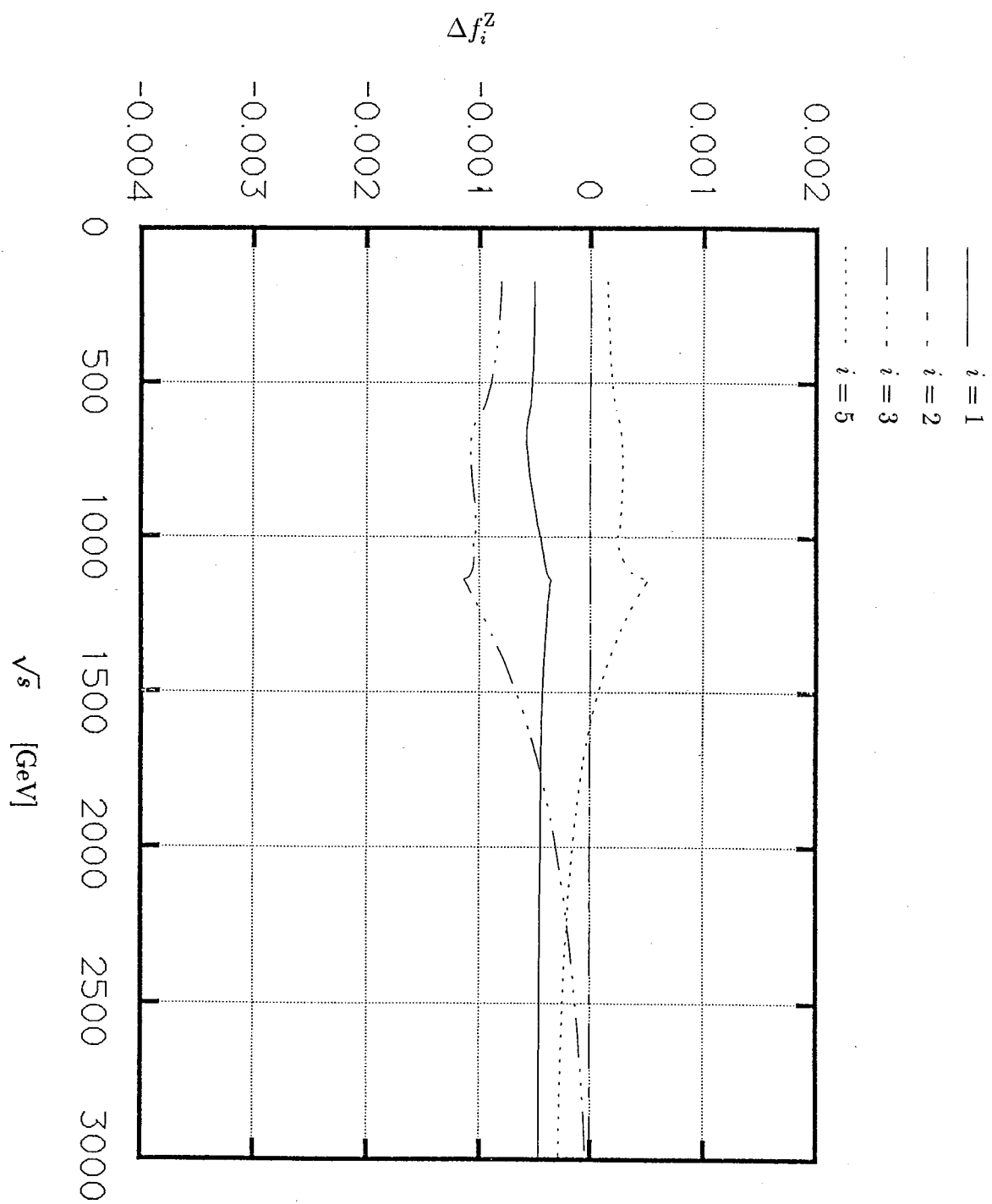


図 24: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(c))

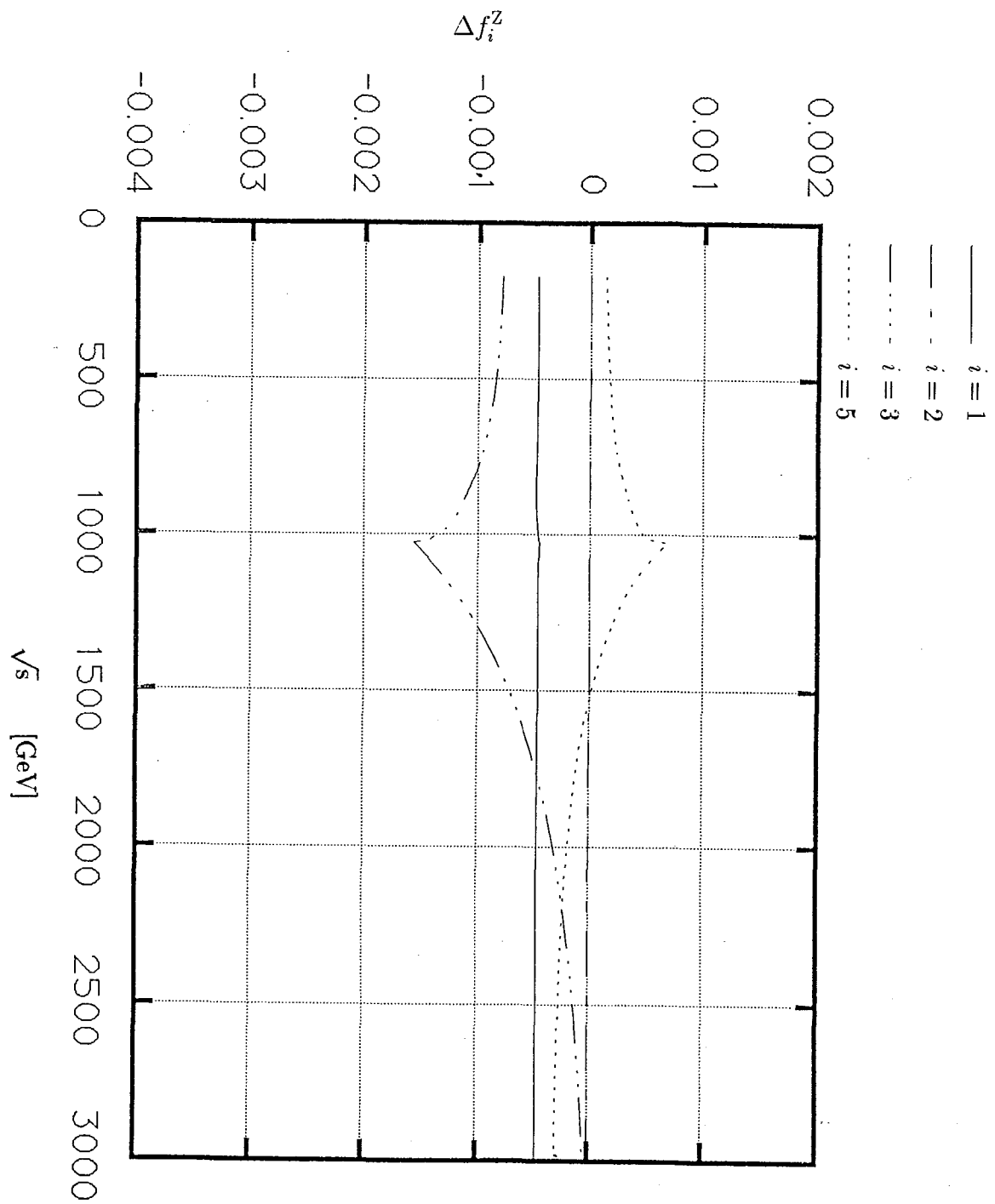


図 25: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(d))

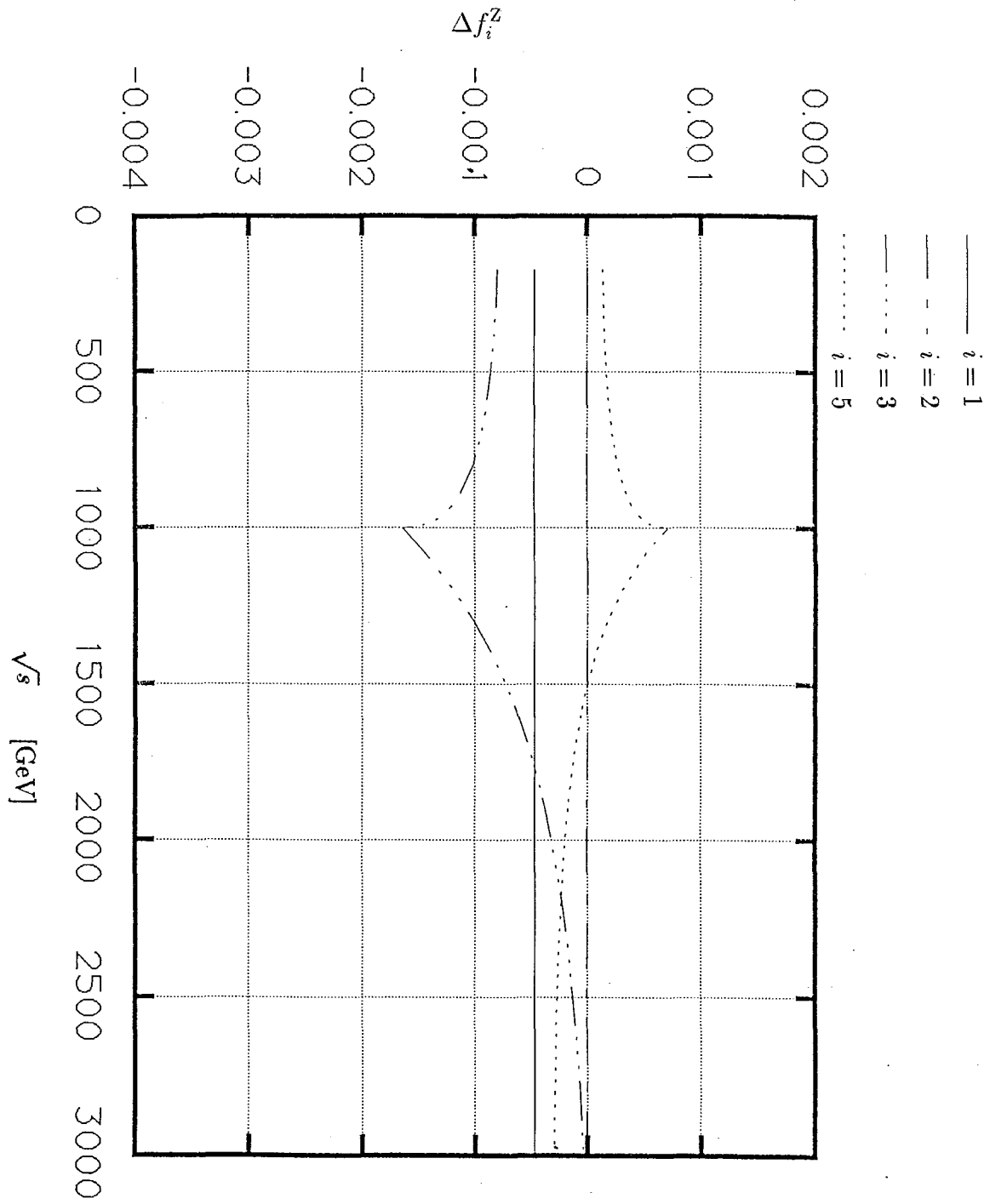


図 26: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(e))

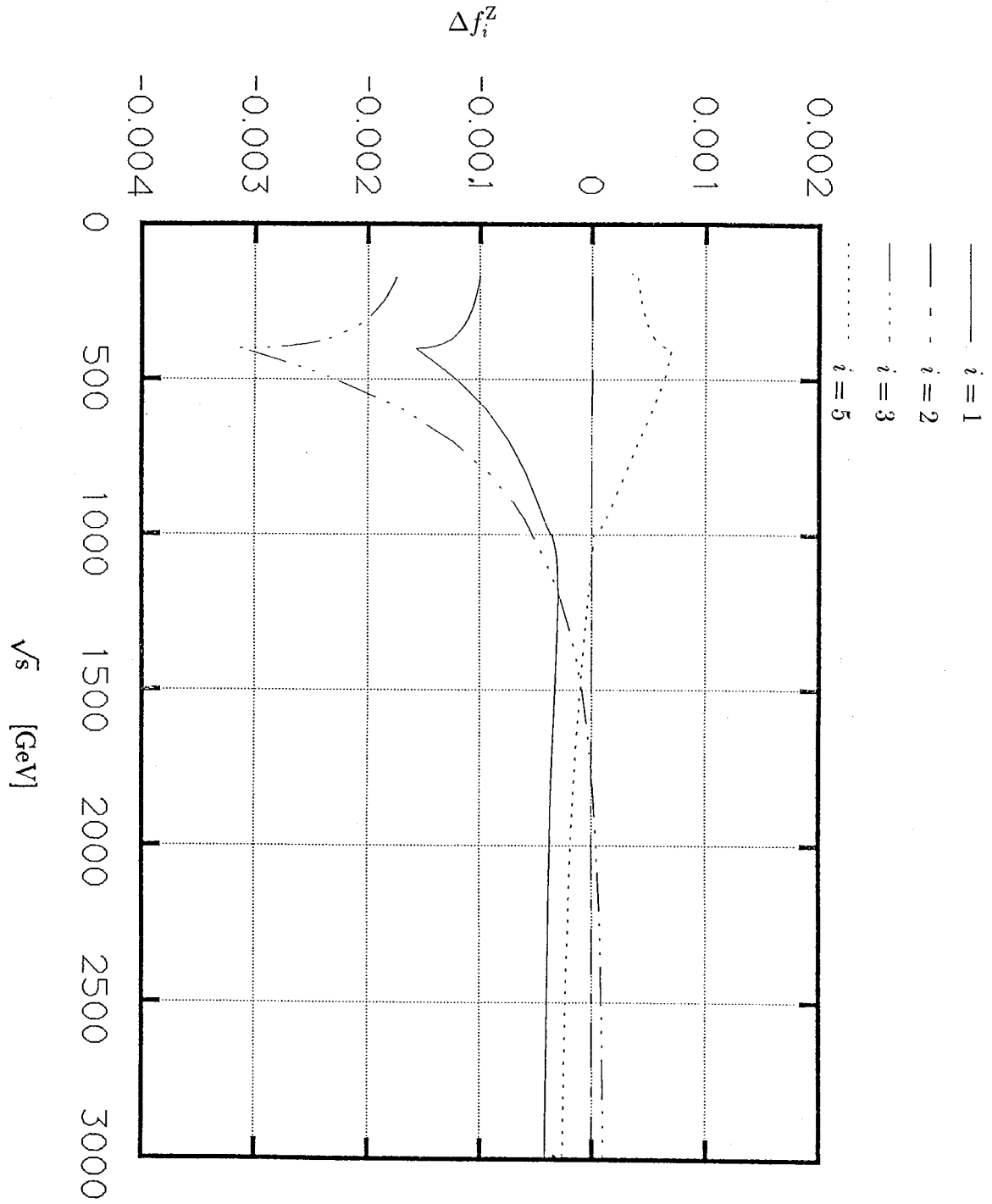


図 27: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(f))

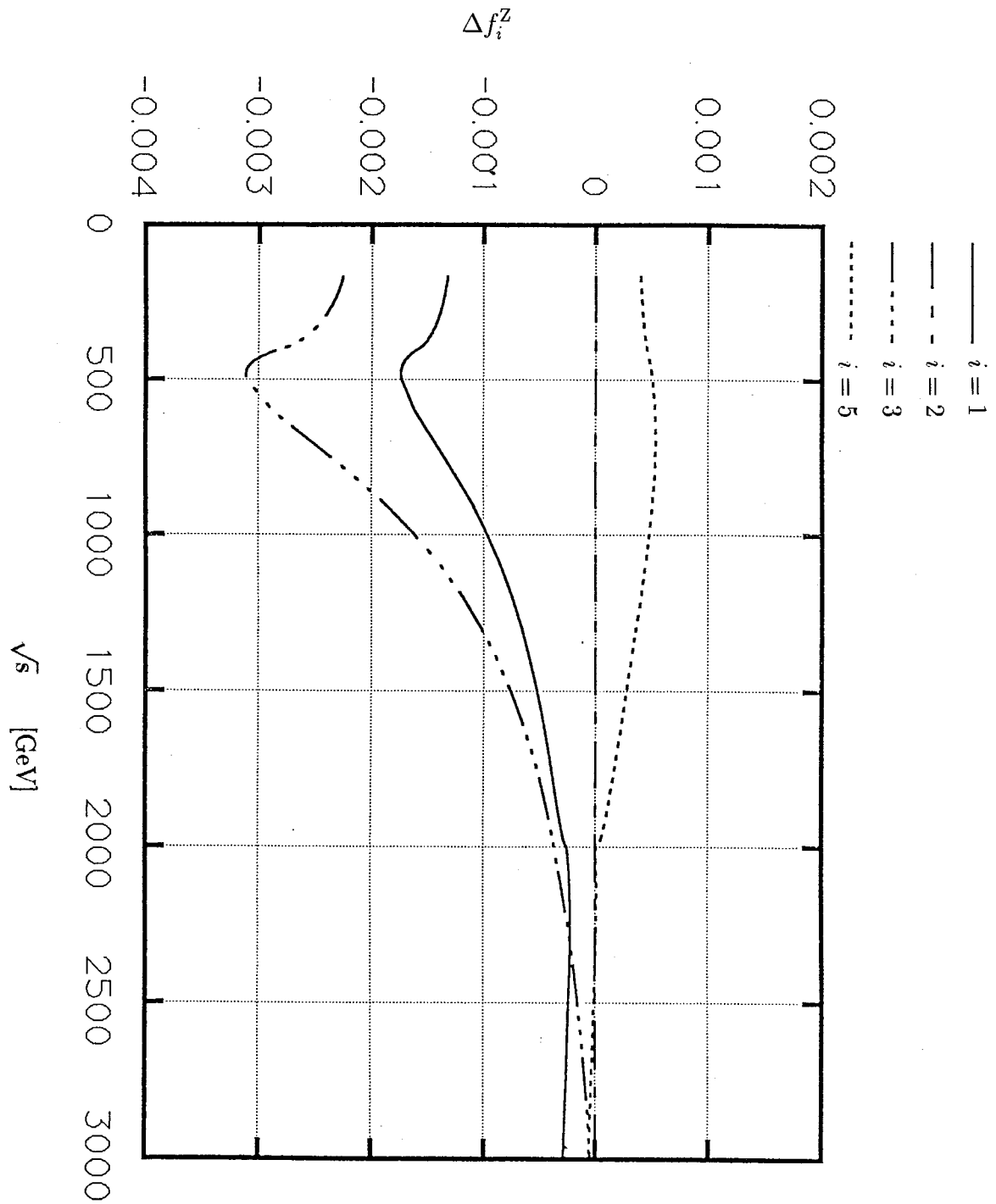


図 28: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(g))

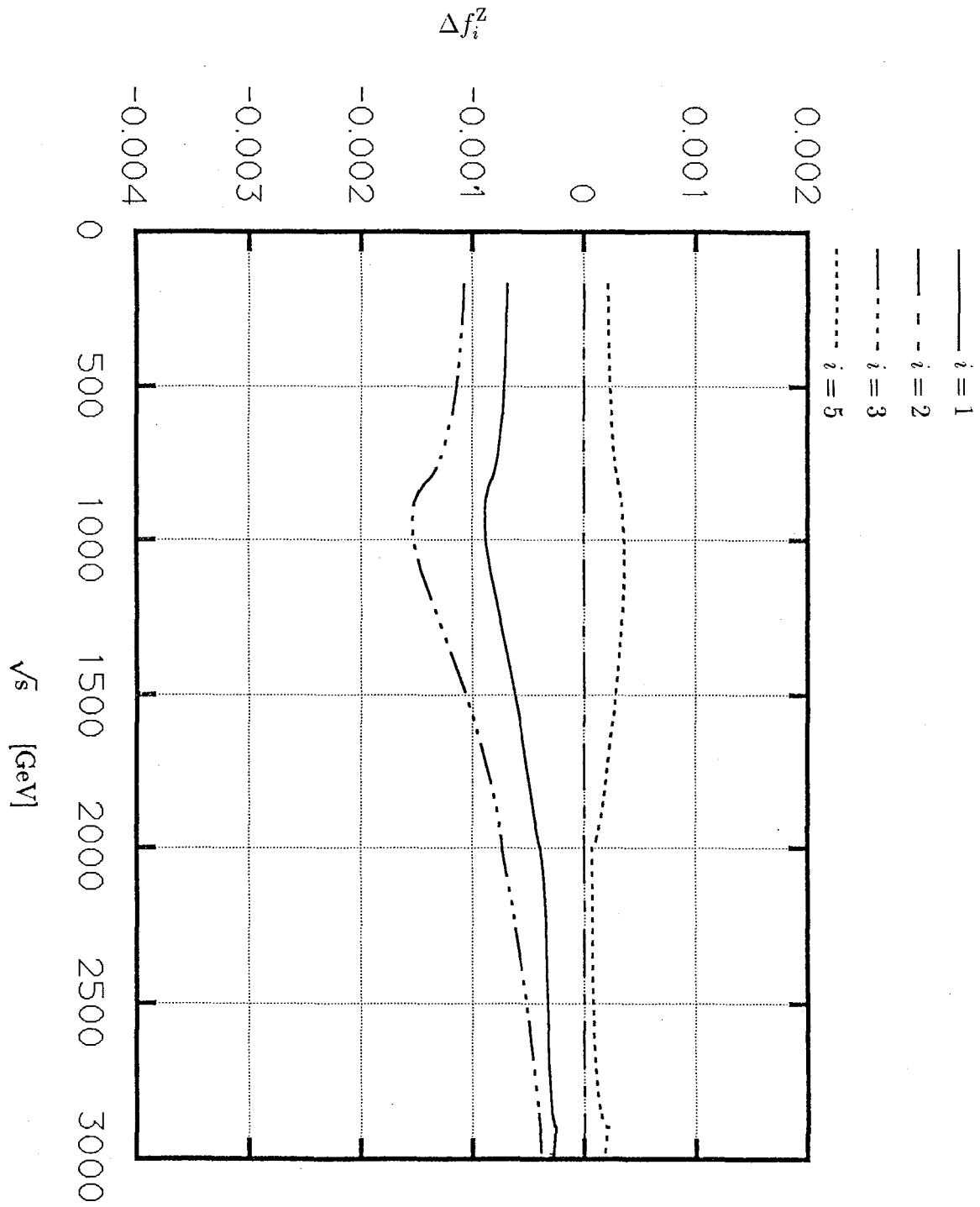


図 29: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む4世代レプトンからの1-loopレベルでの寄与 (4世代レプトンの質量:表 3(h))

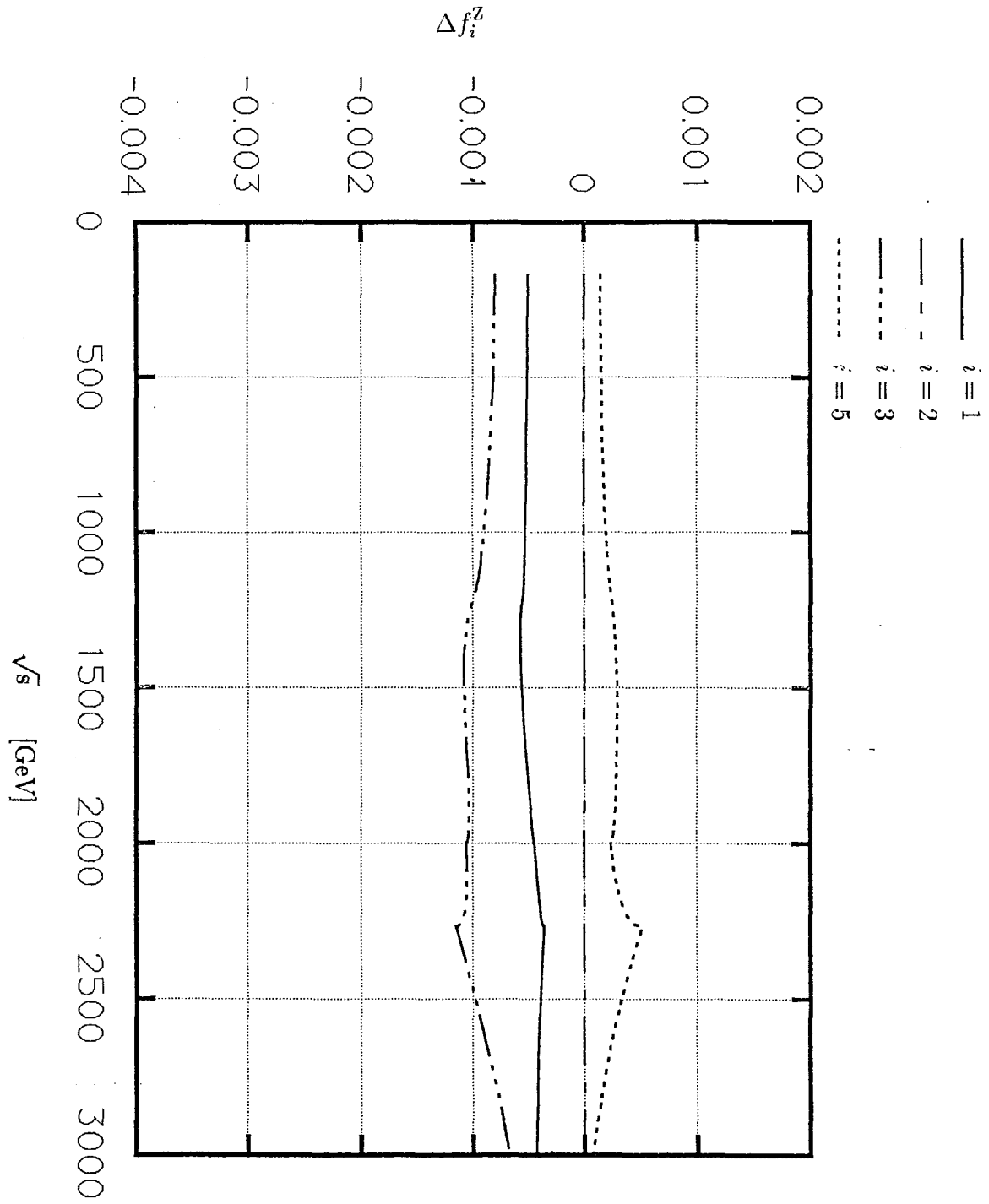


図 30: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(i))

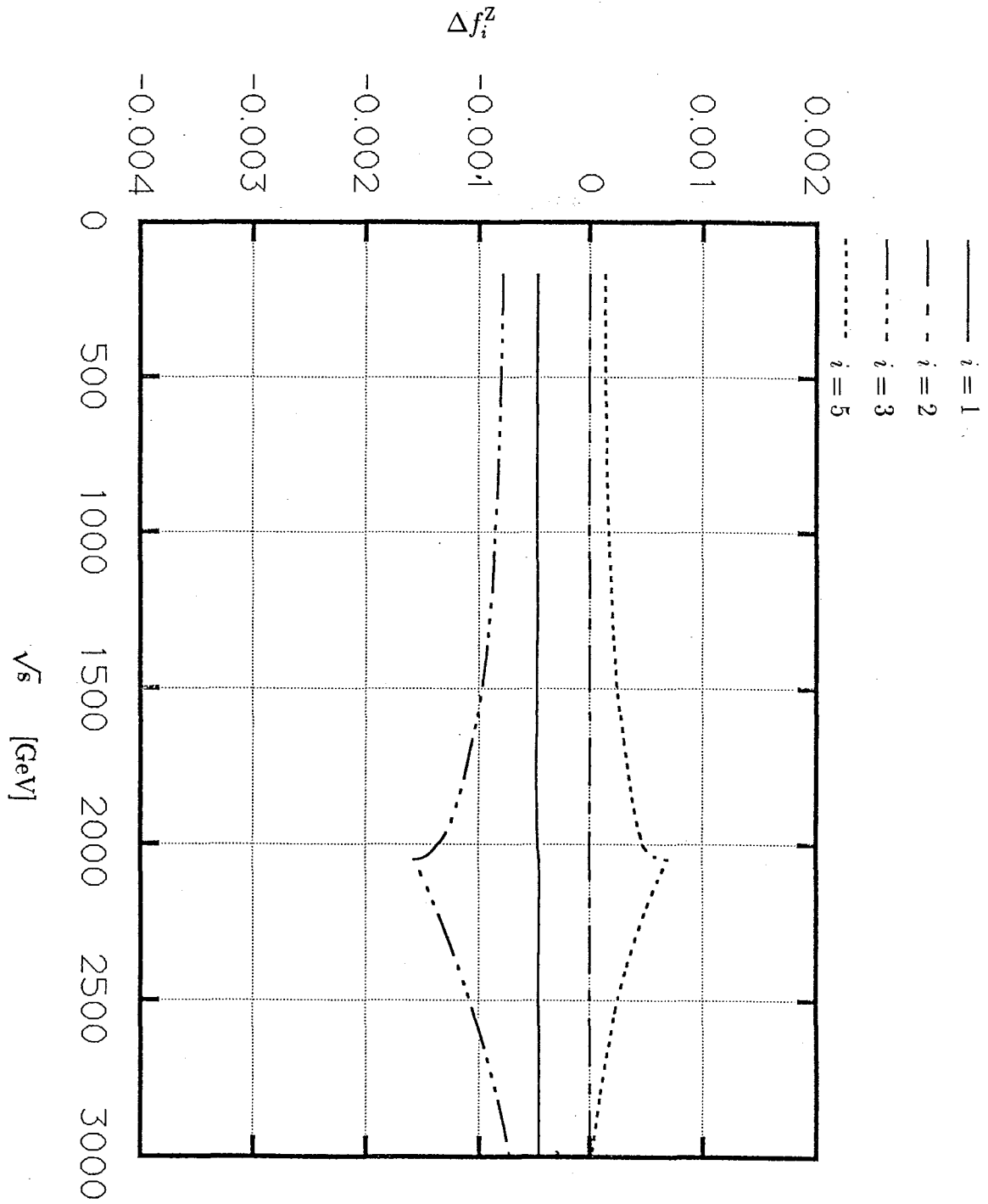


図 31: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(j))

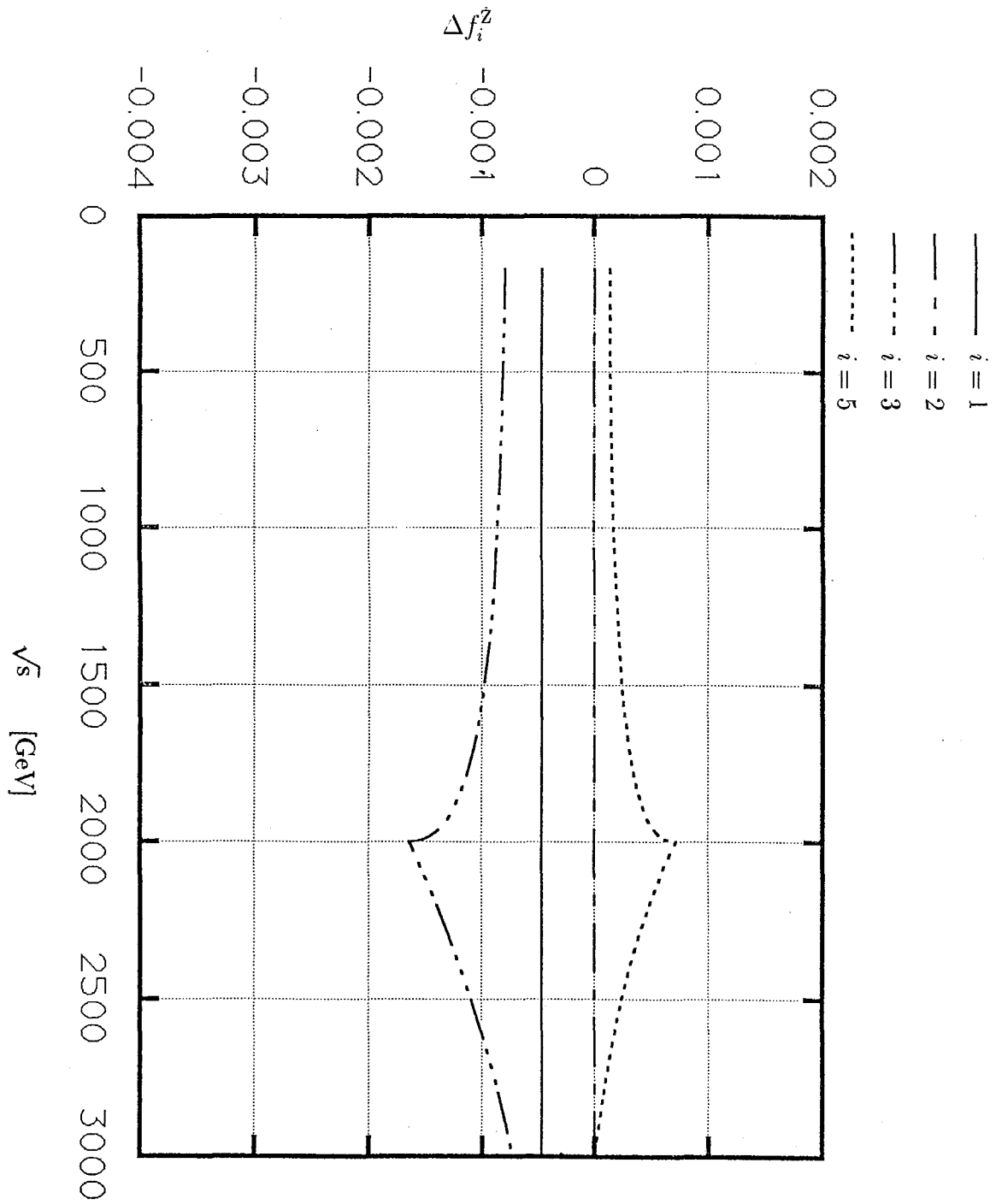


図 32: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(k))

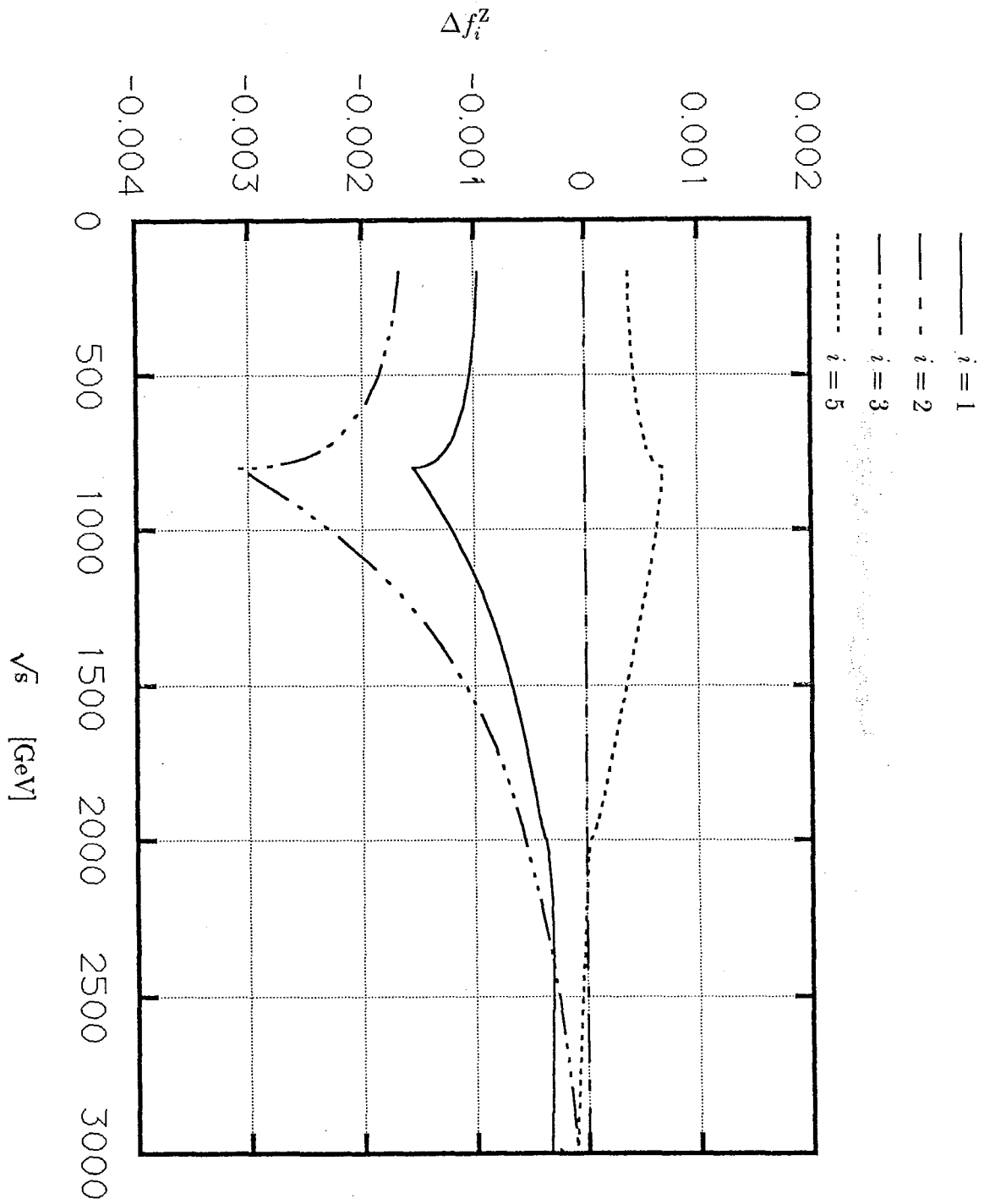


図 33: ZWW vertex の形状因子に関する補正 Δf_i^Z ($i = 1, 2, 3, 5$) (全エネルギー \sqrt{s} 依存性) シーソー機構が働くニュートリノを含む 4 世代レプトンからの 1-loop レベルでの寄与 (4 世代レプトンの質量: 表 3(1))

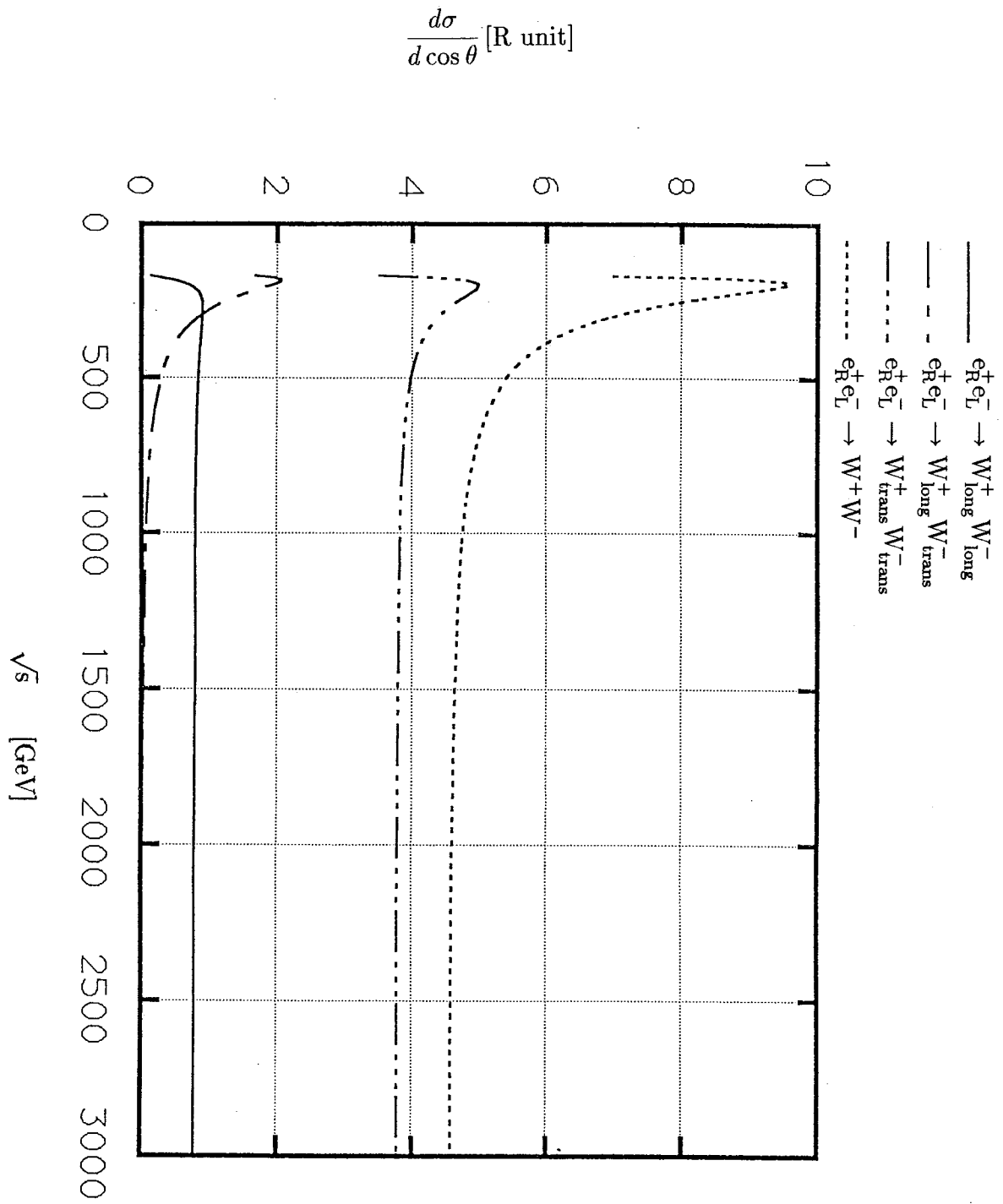


図 34: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (tree レベル)

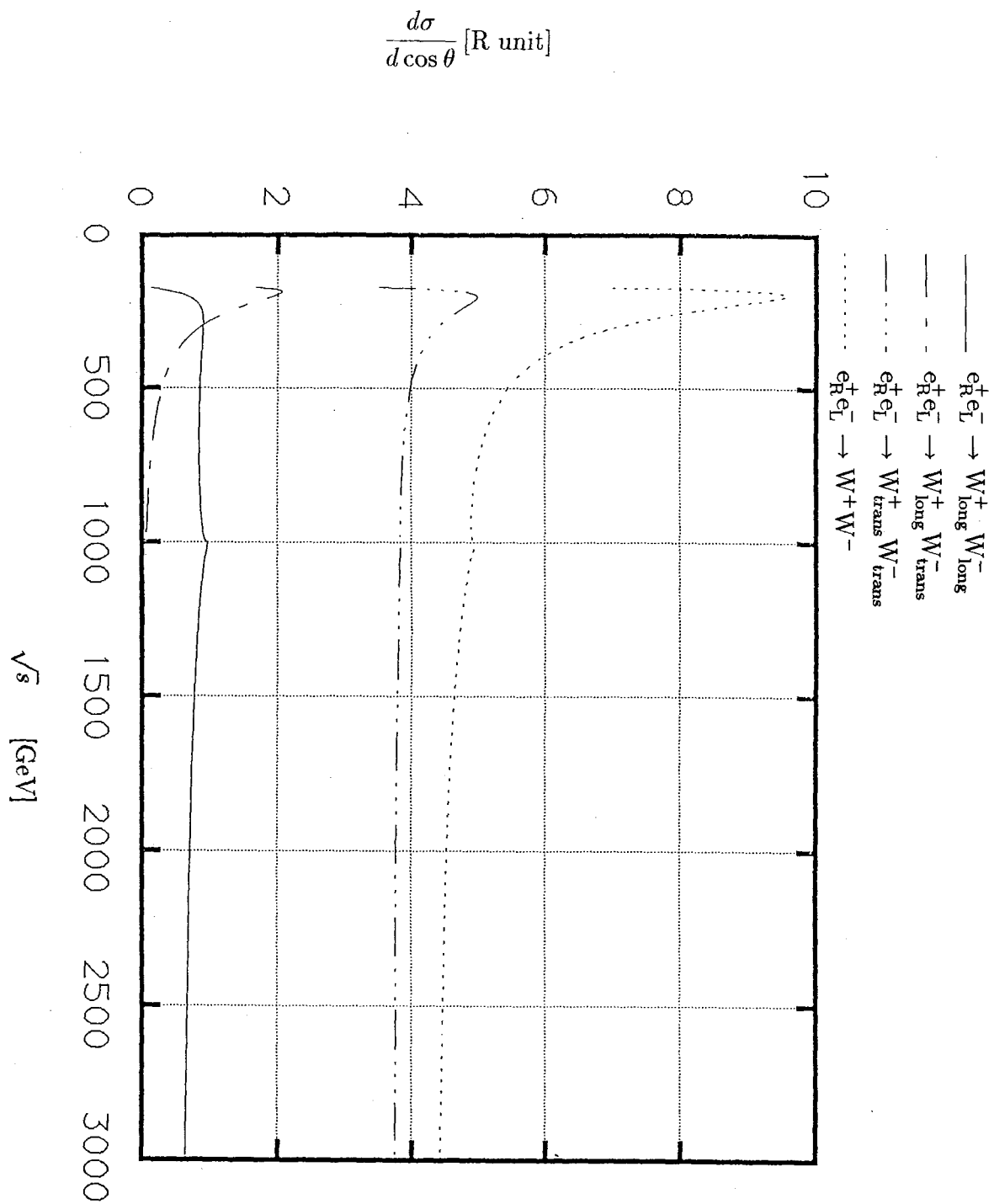


図 35: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(a))

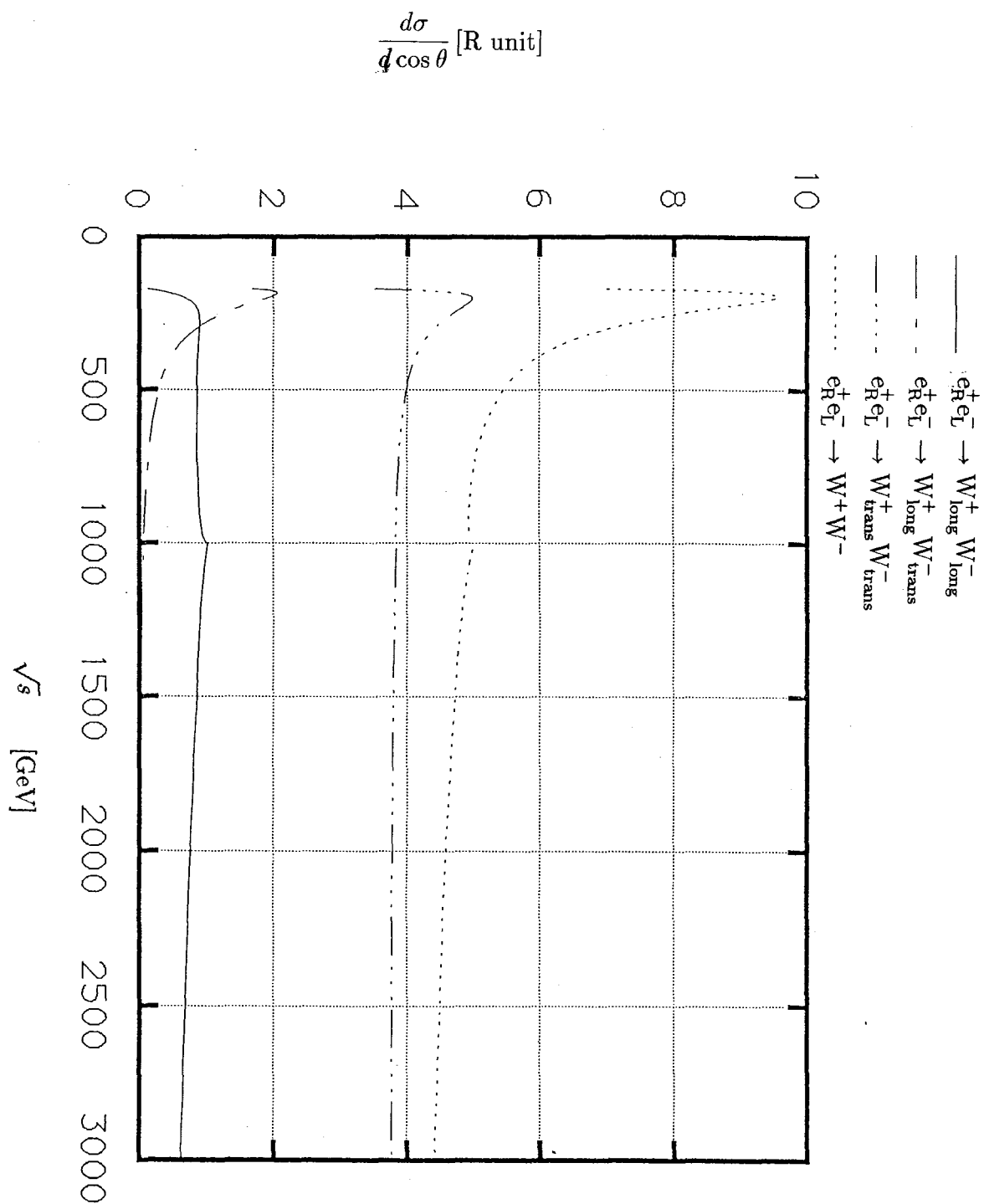


図 36: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(b))

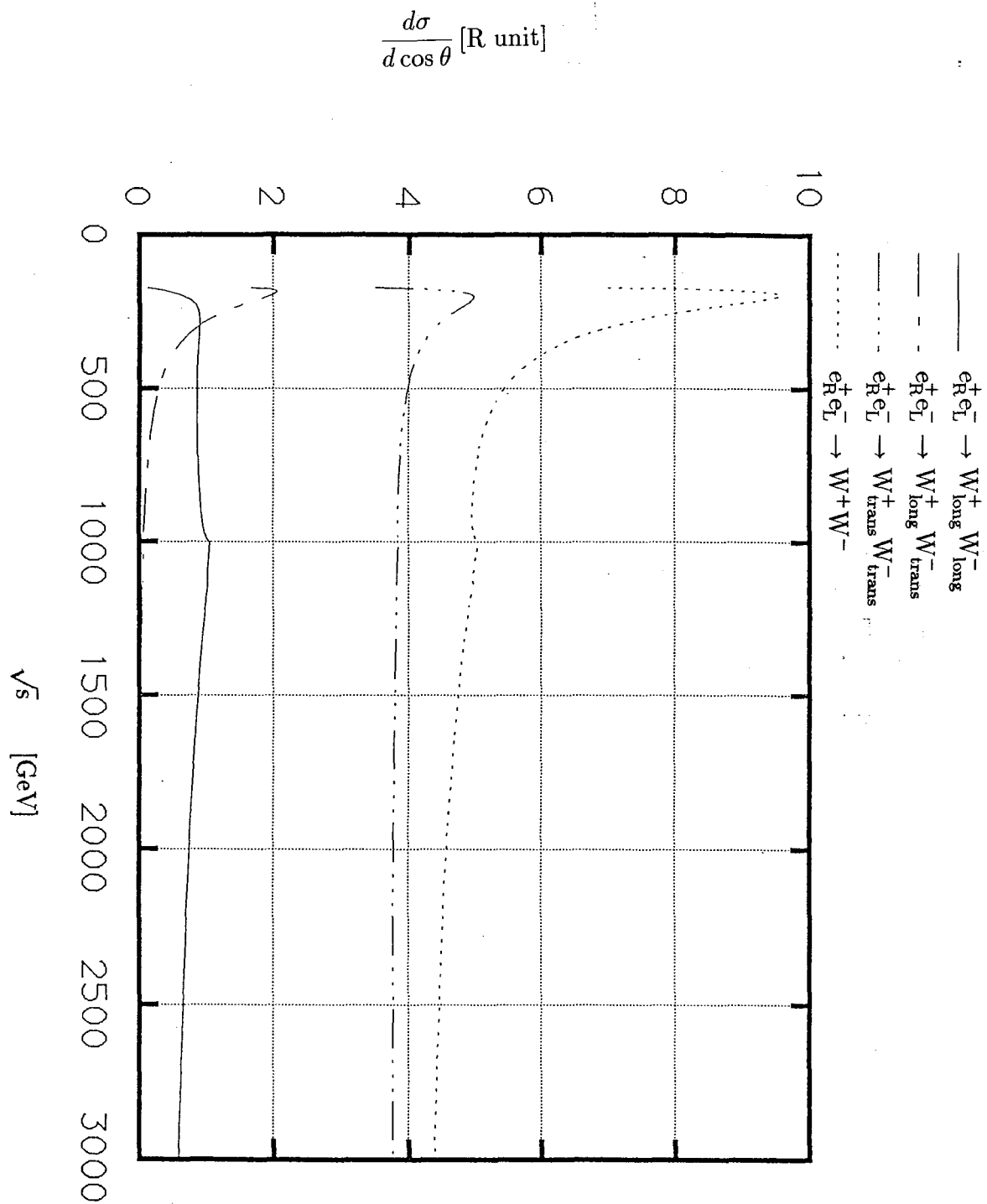


図 37: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(c))

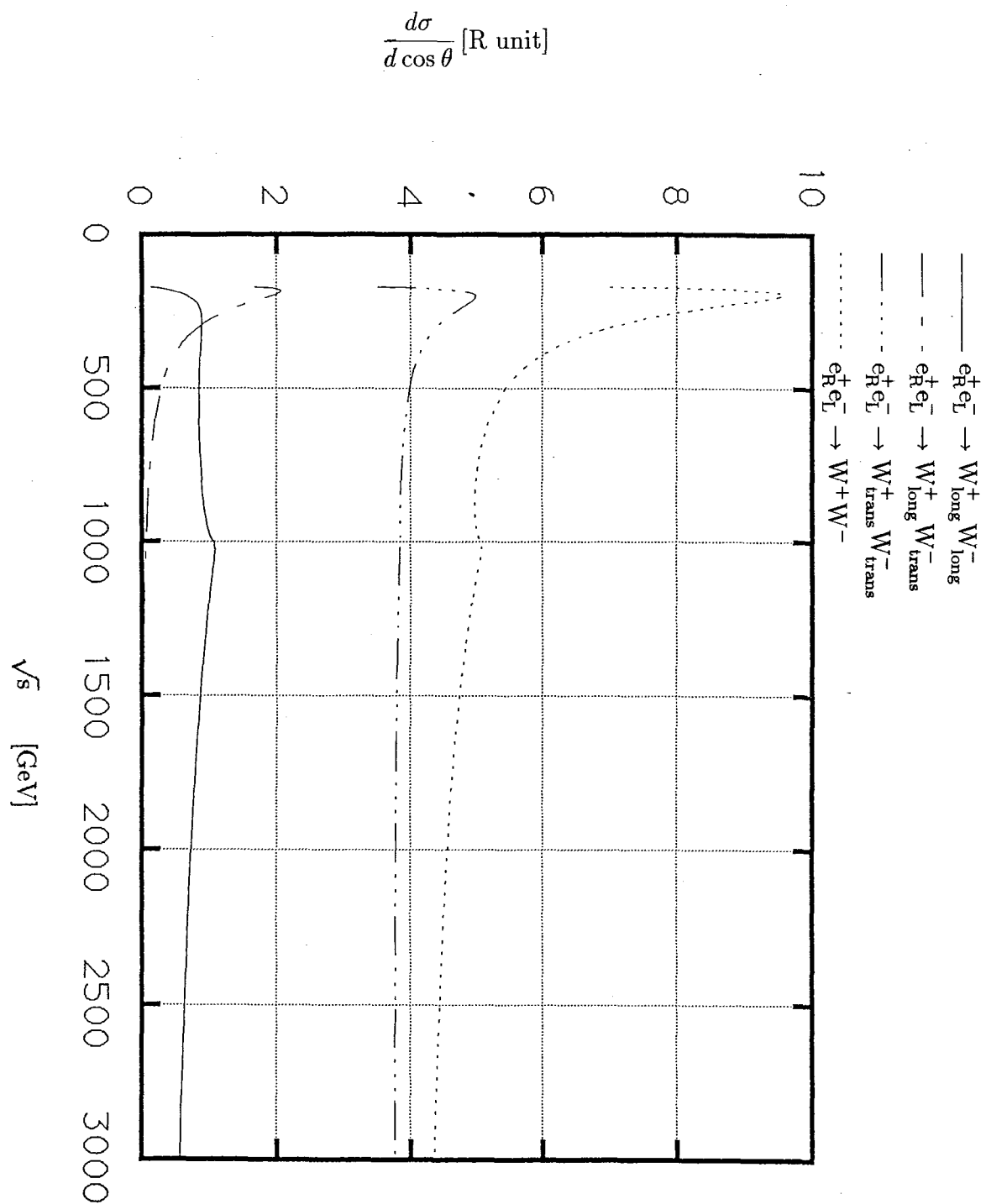


図 38: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(d))

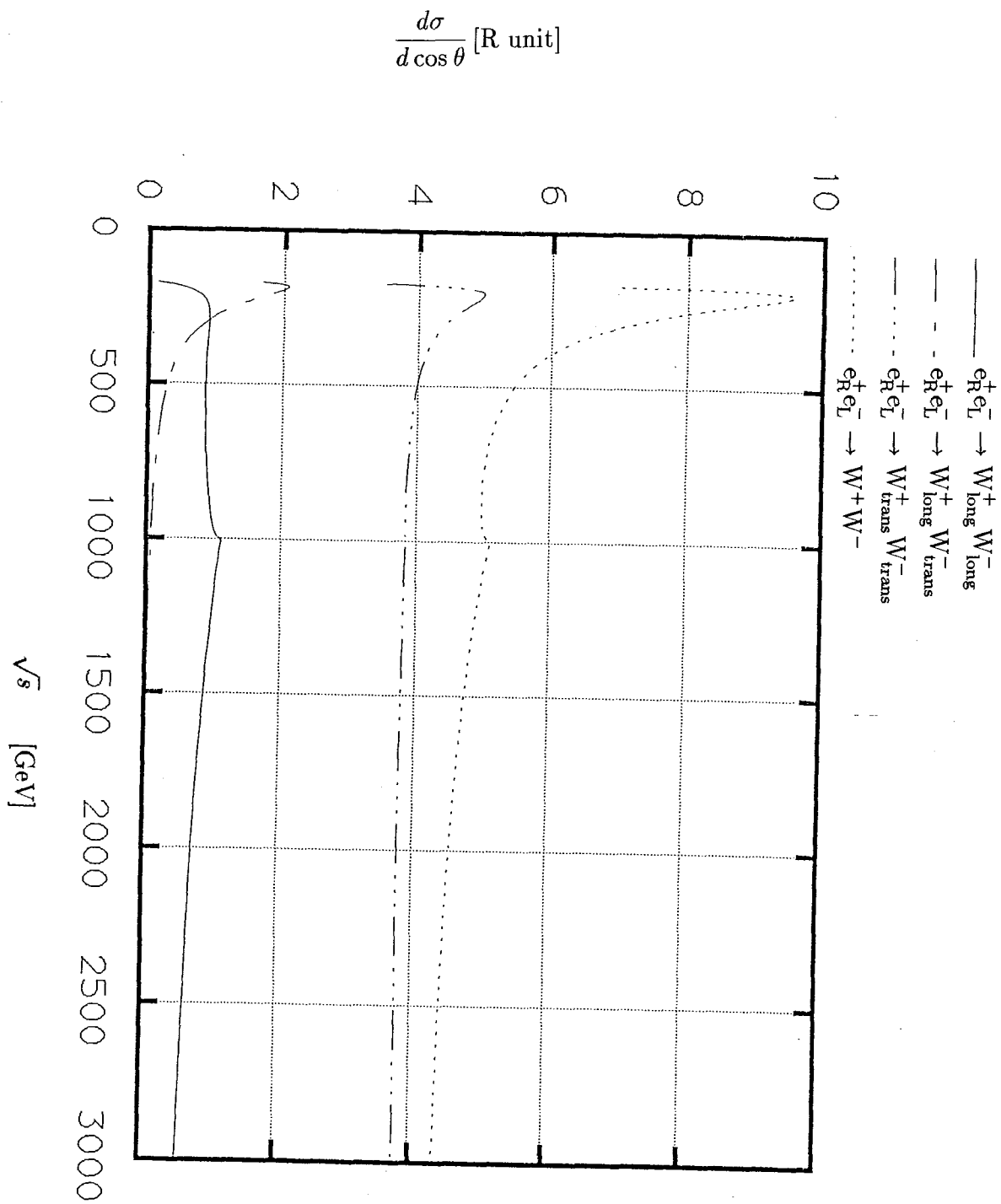


図 39: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(e))

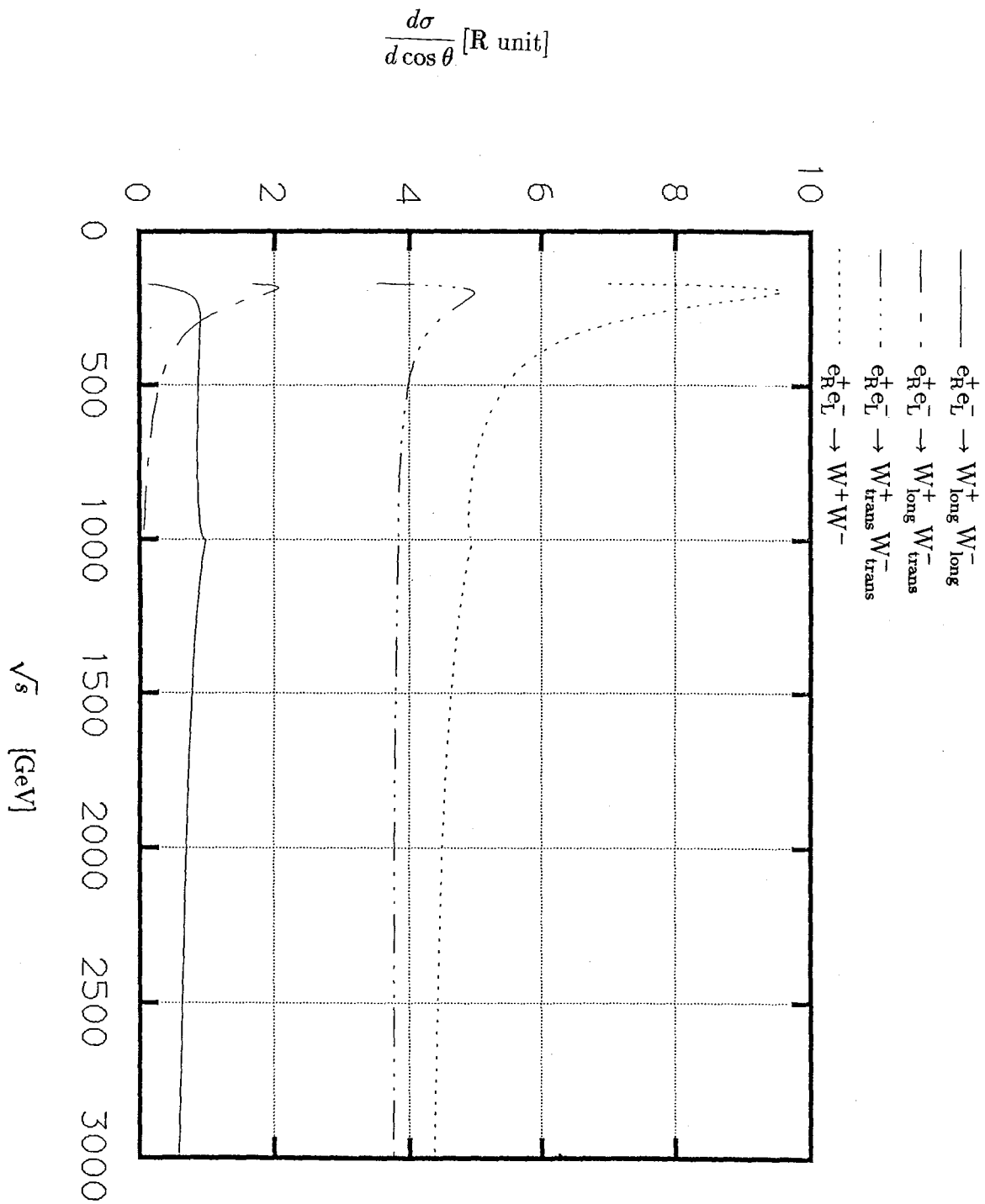


図 40: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(f))

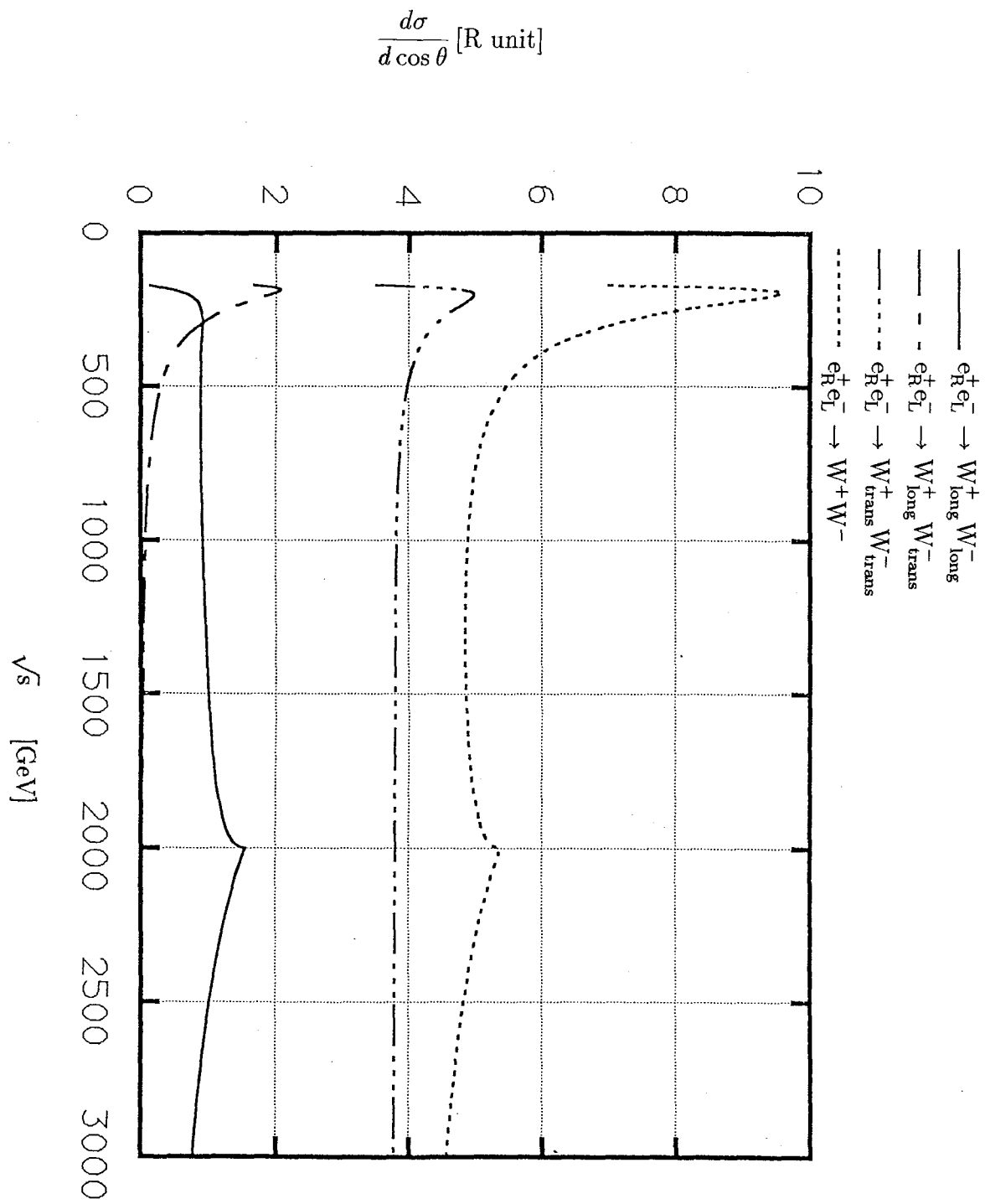


図 41: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(g))

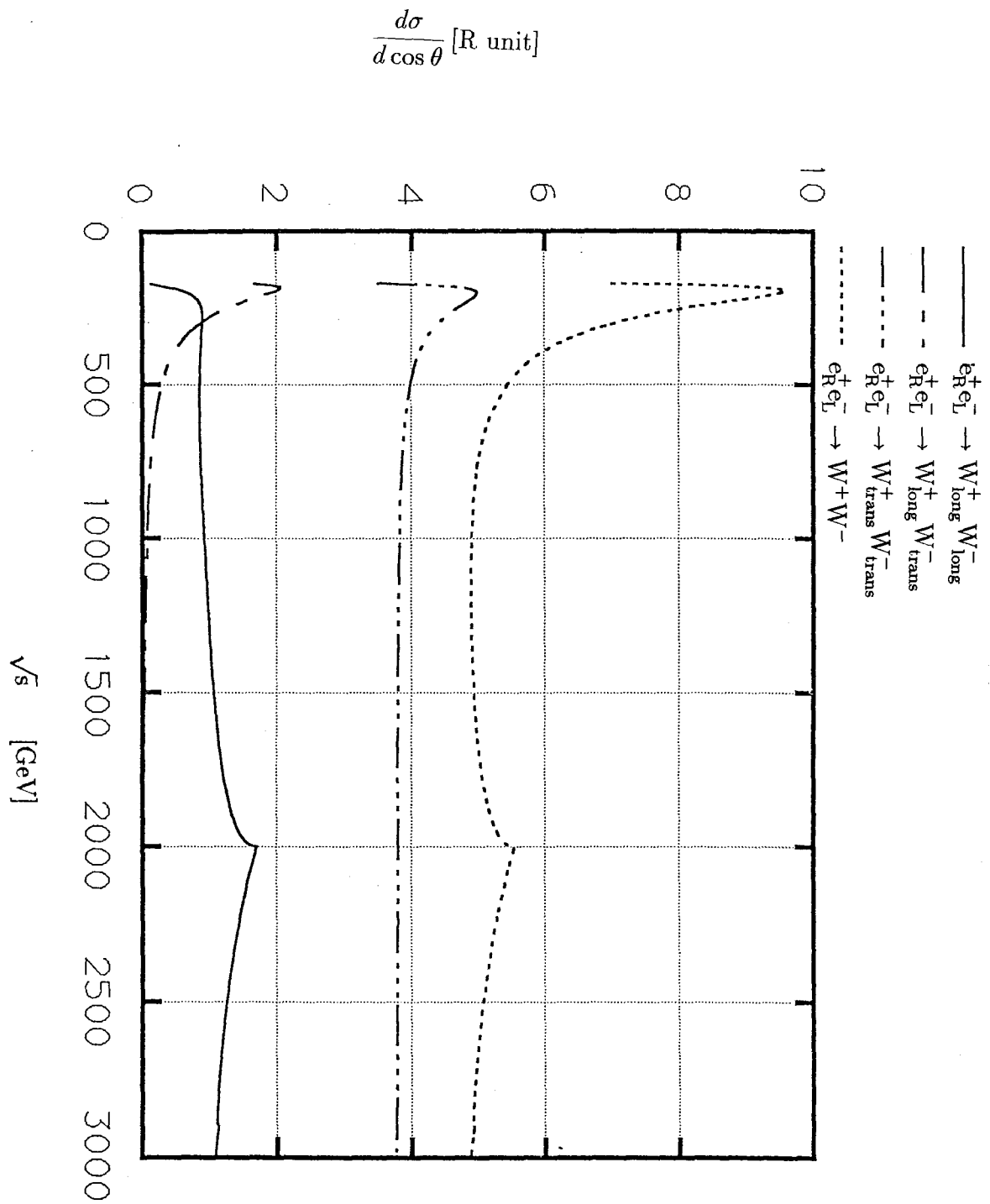


図 42: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(h))

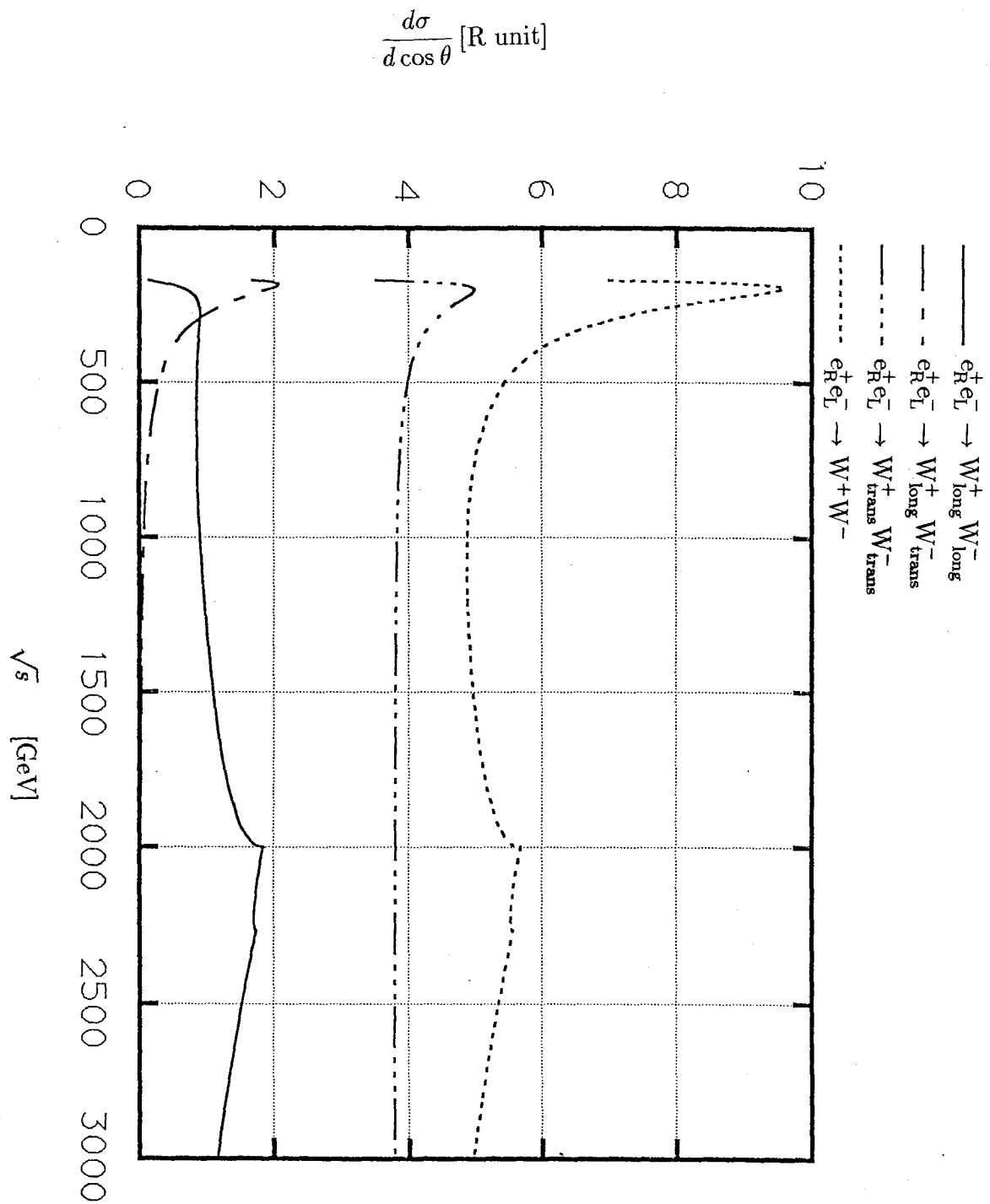


図 43: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(i))

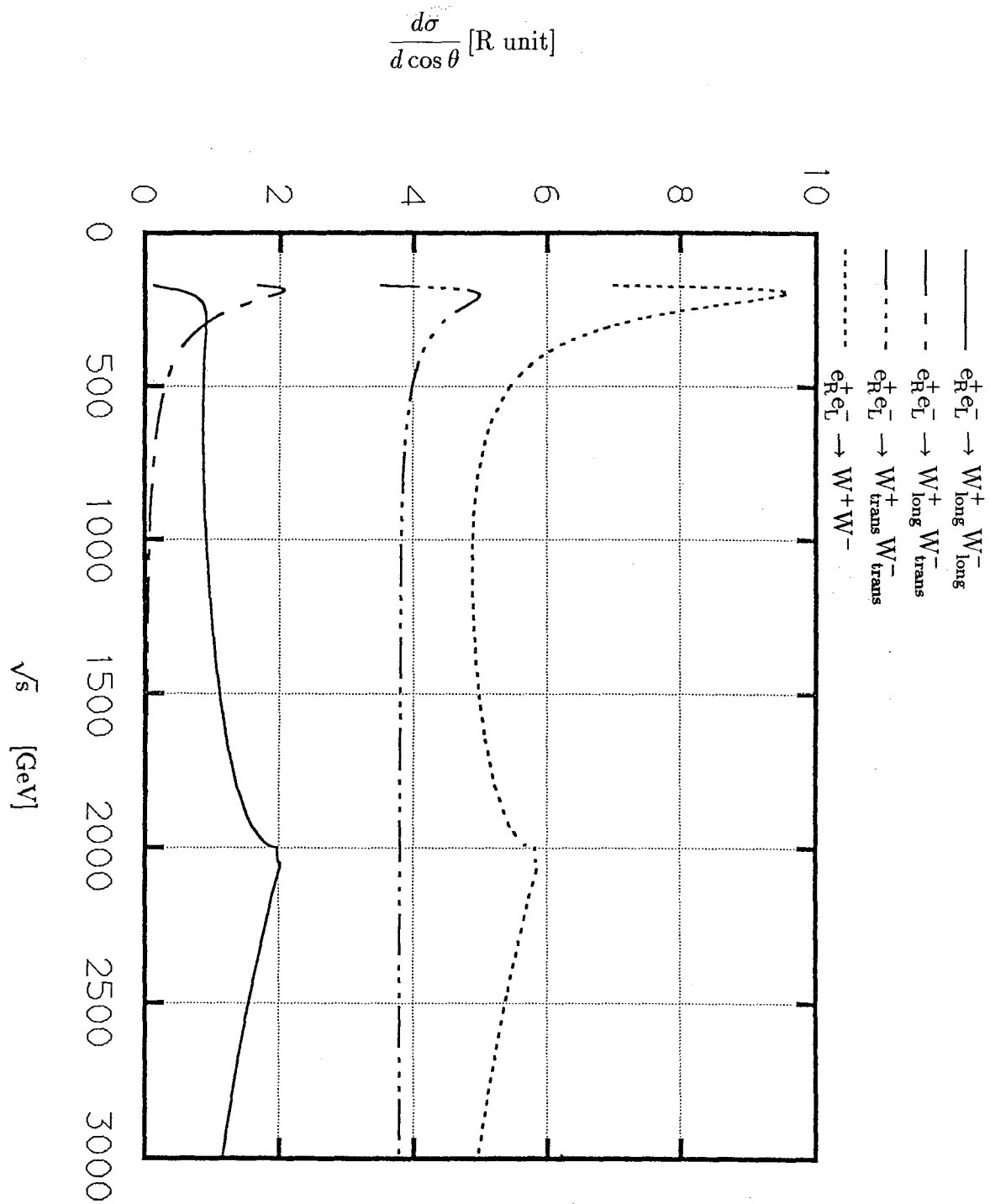


図 44: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(j))

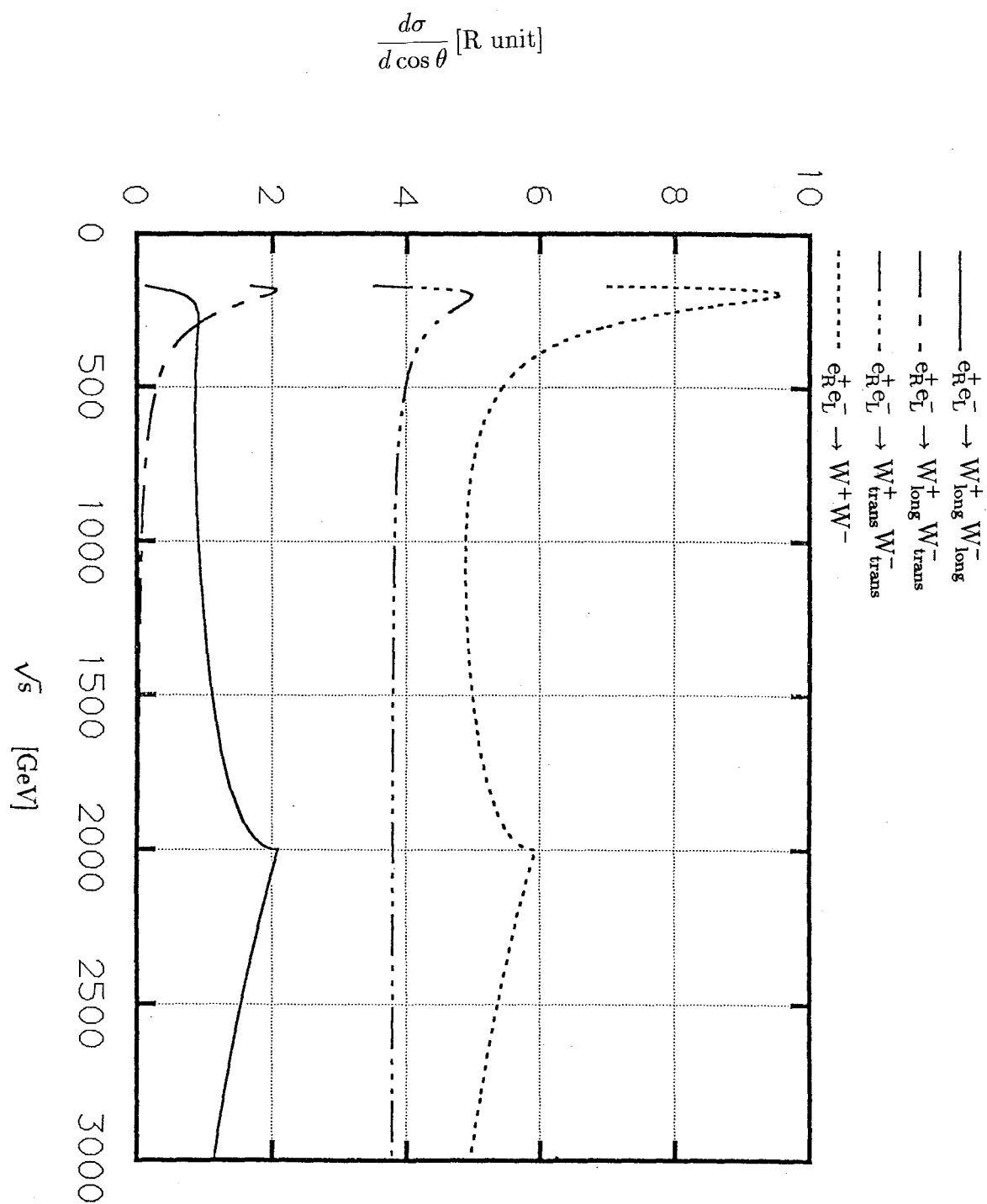


図 45: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(k))

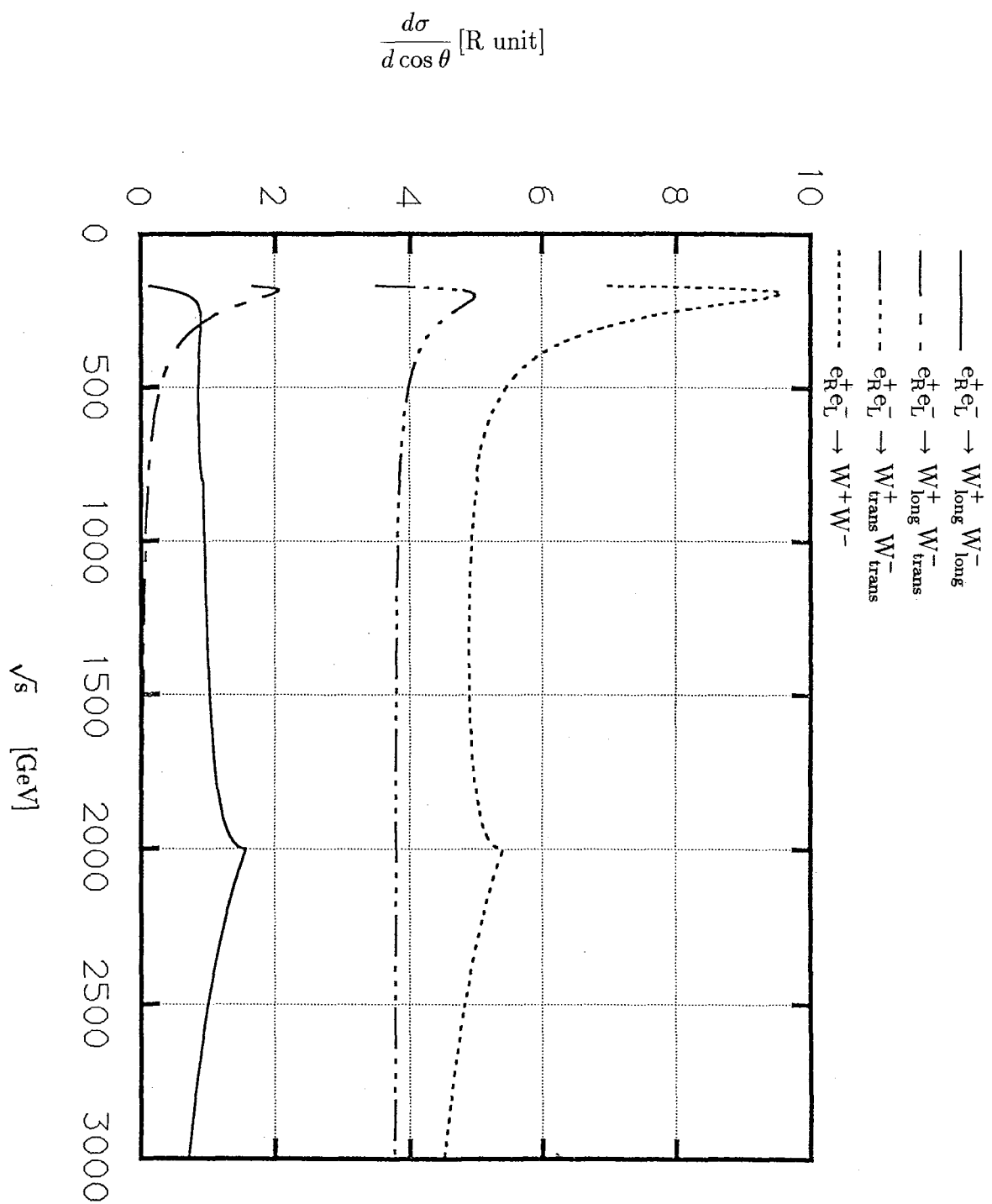


図 46: $e_R^+ e_L^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(1))

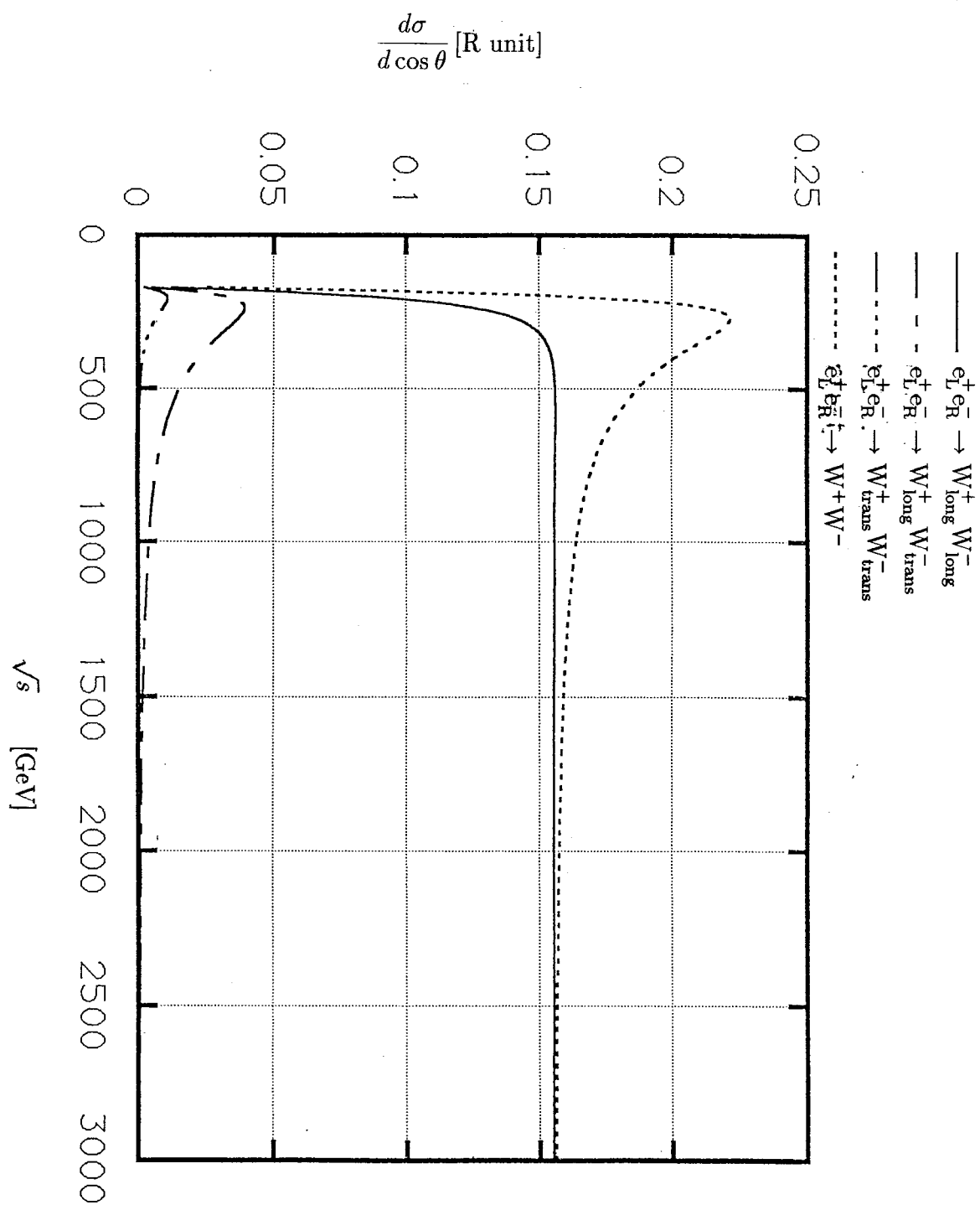


図 47: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (tree レベル)

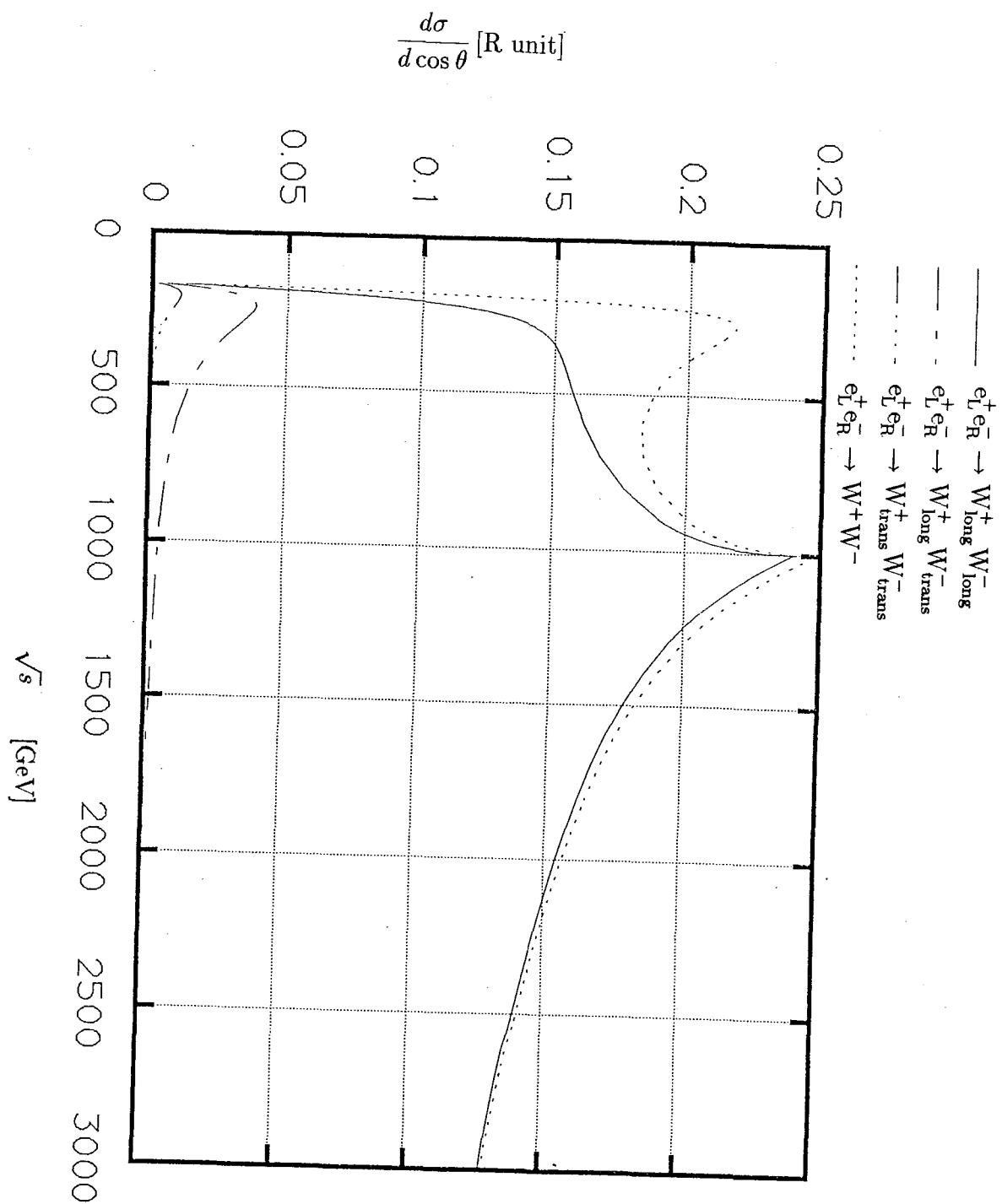


図 48: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(a))

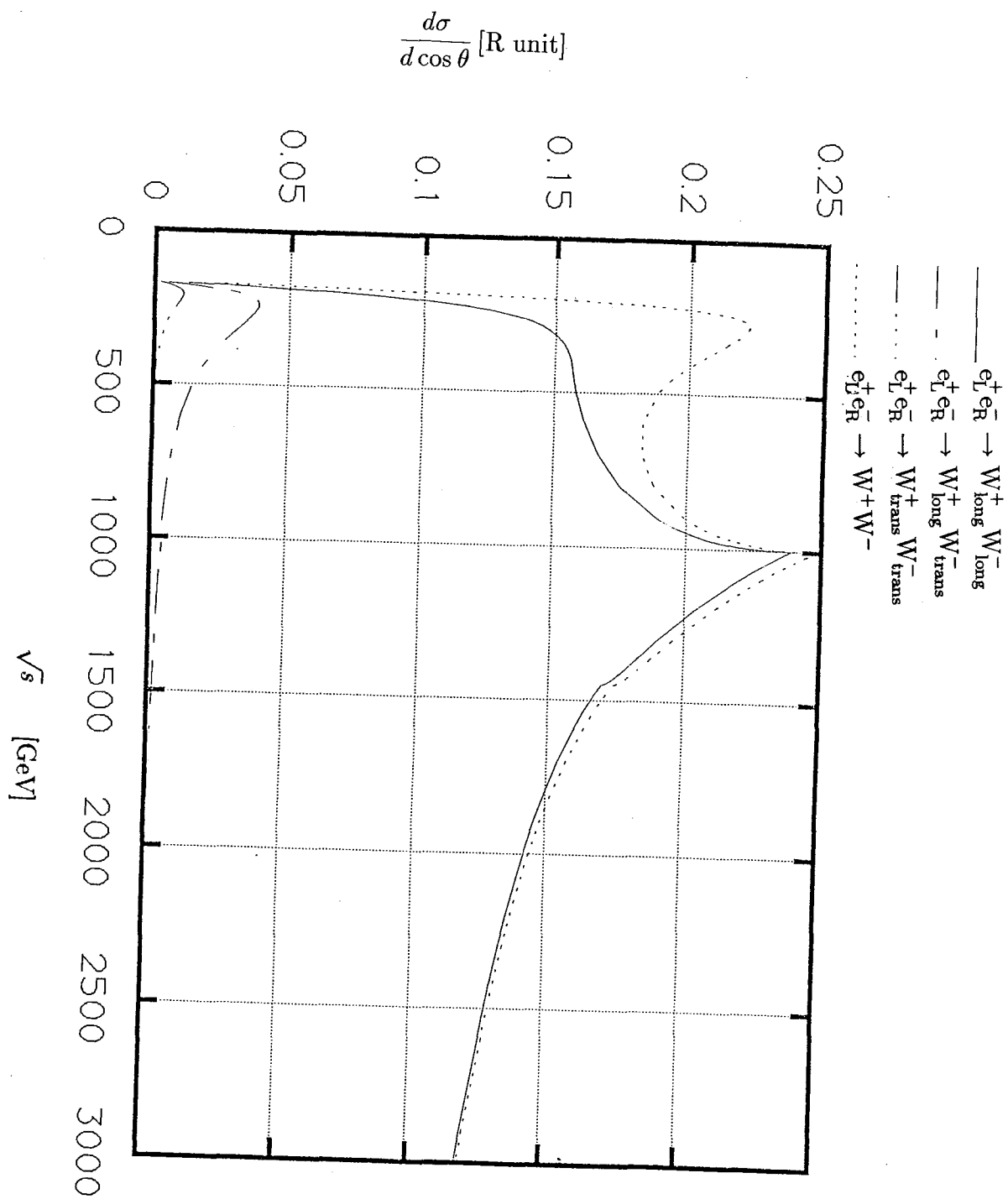


図 49: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(b))

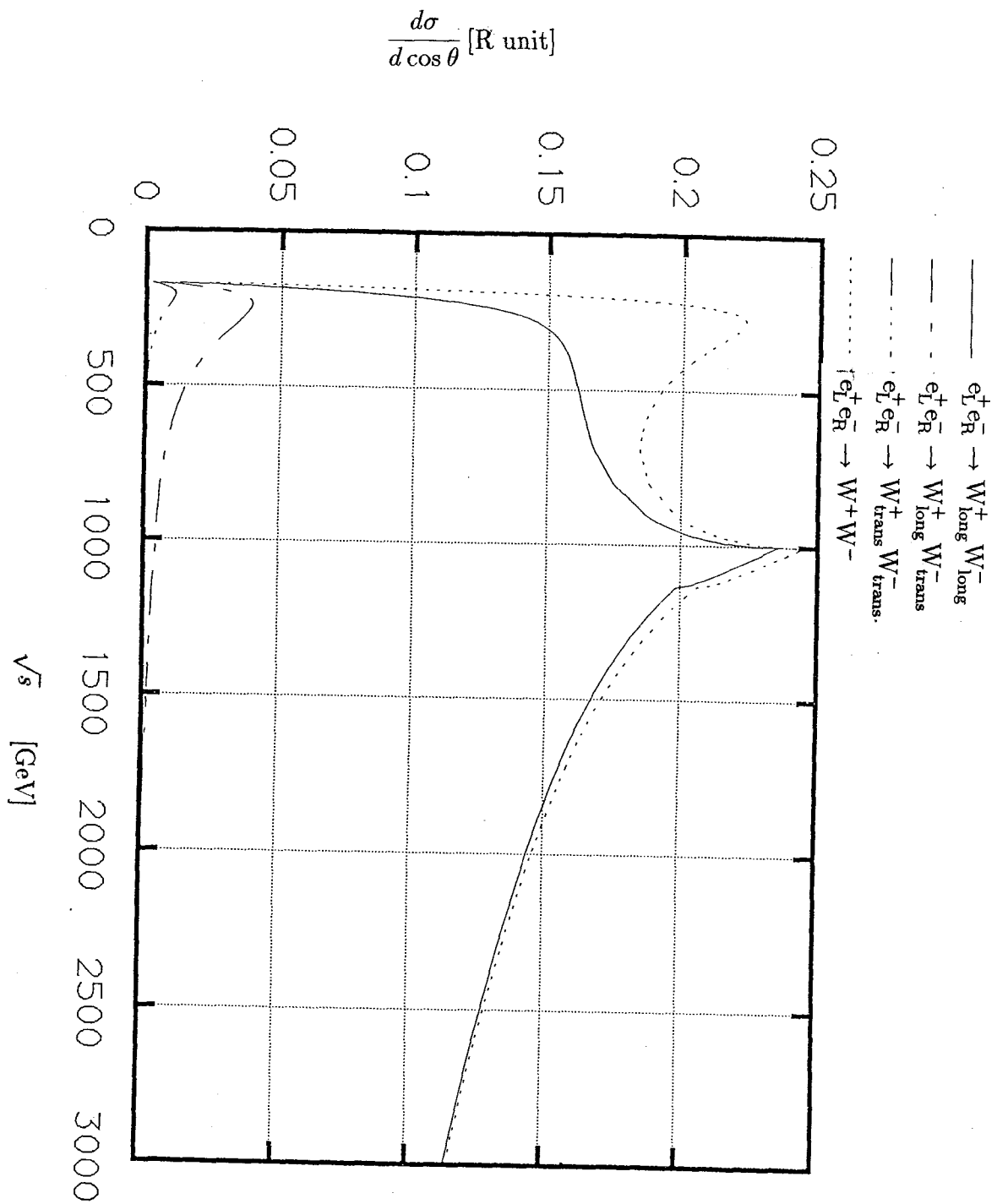


図 50: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(c))

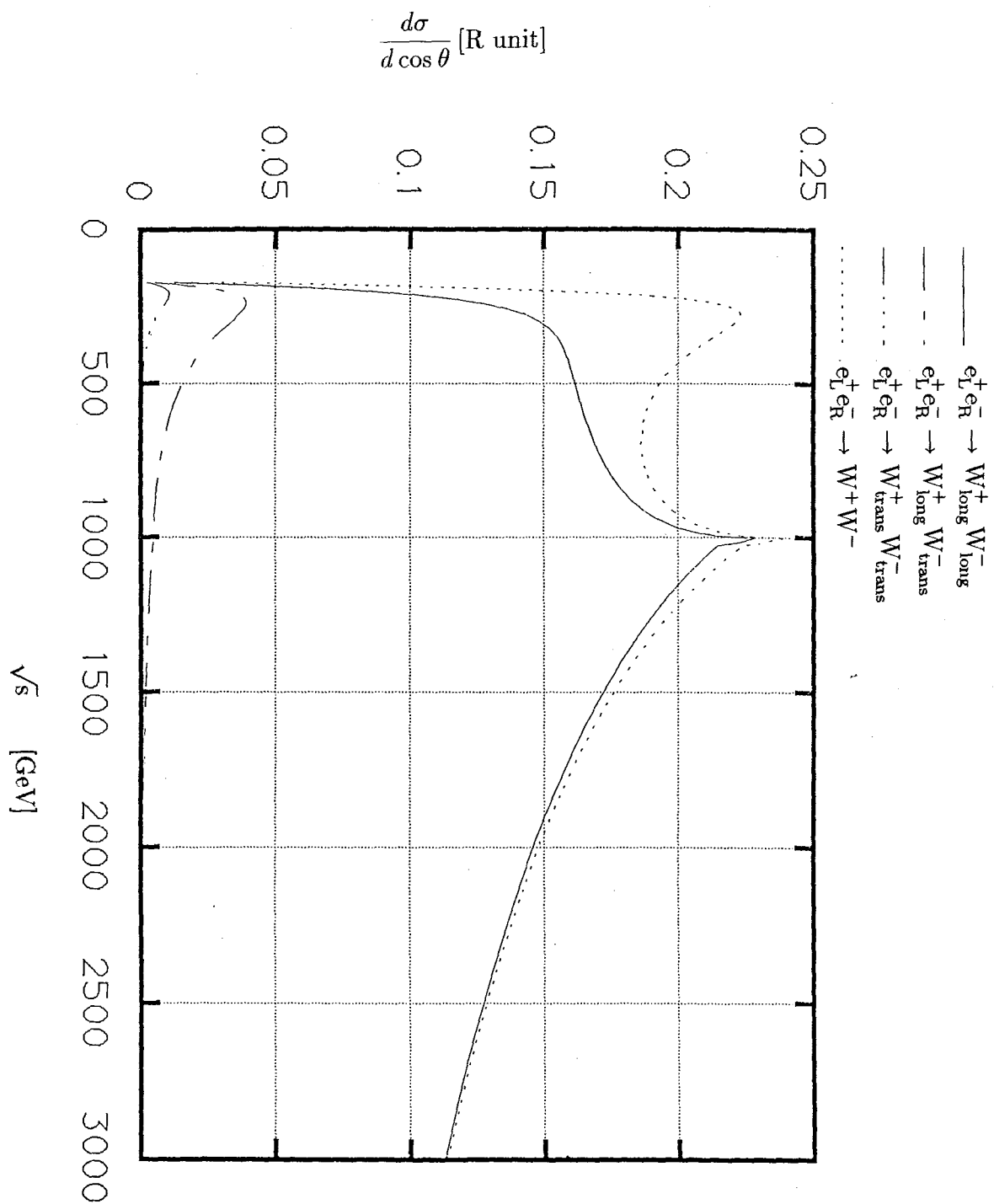


図 51: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(d))

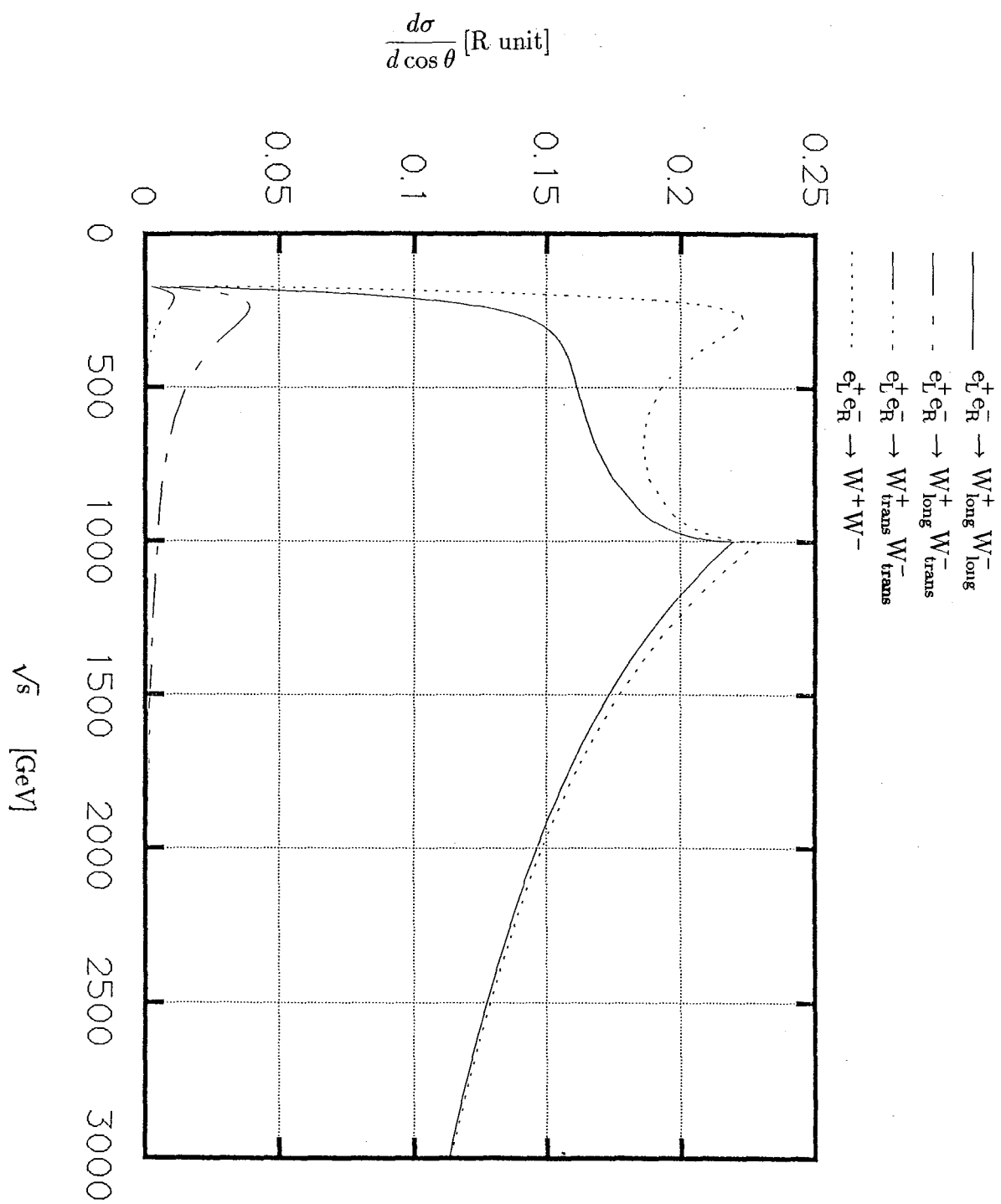


図 52: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(e))

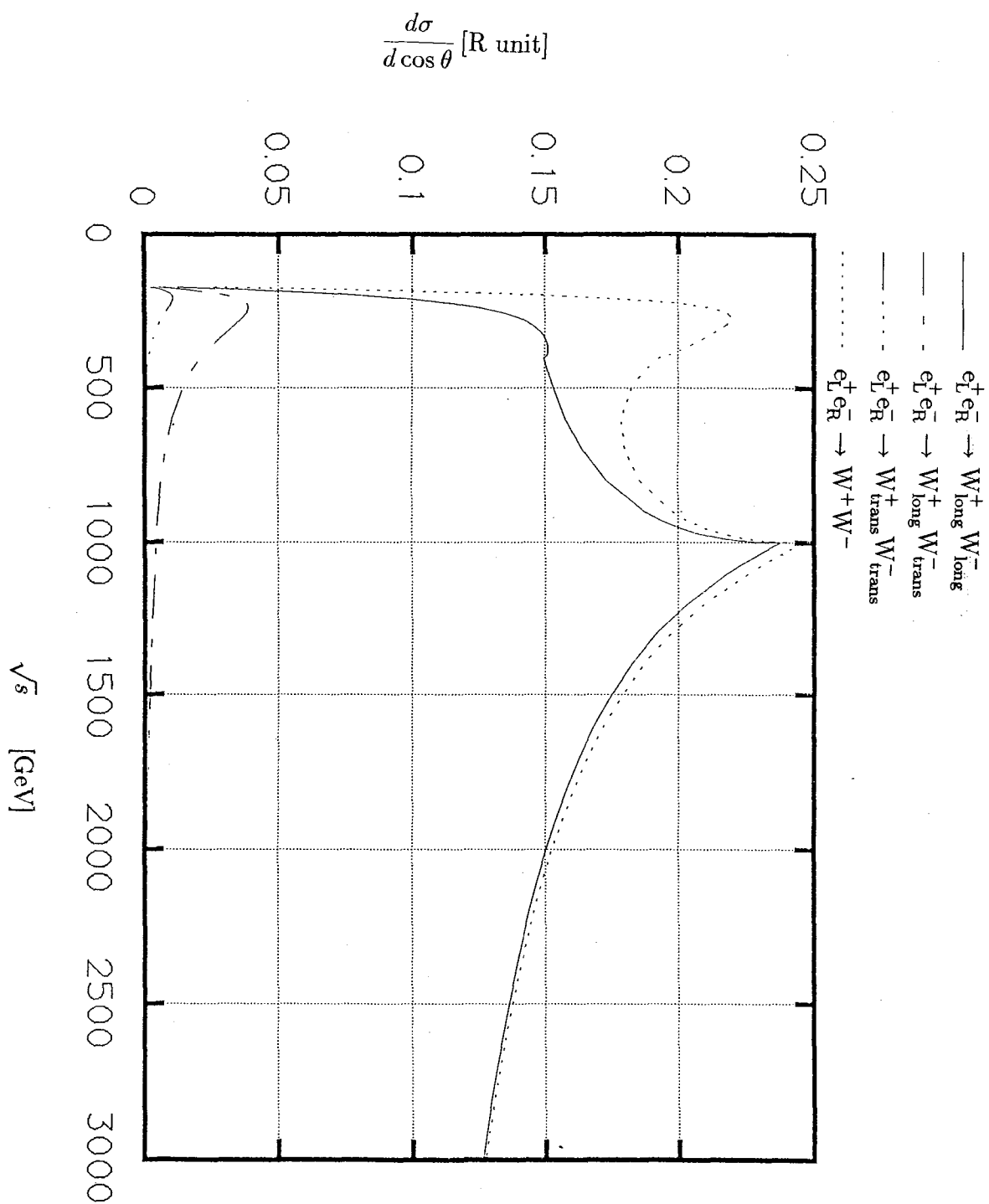


図 53: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(f))

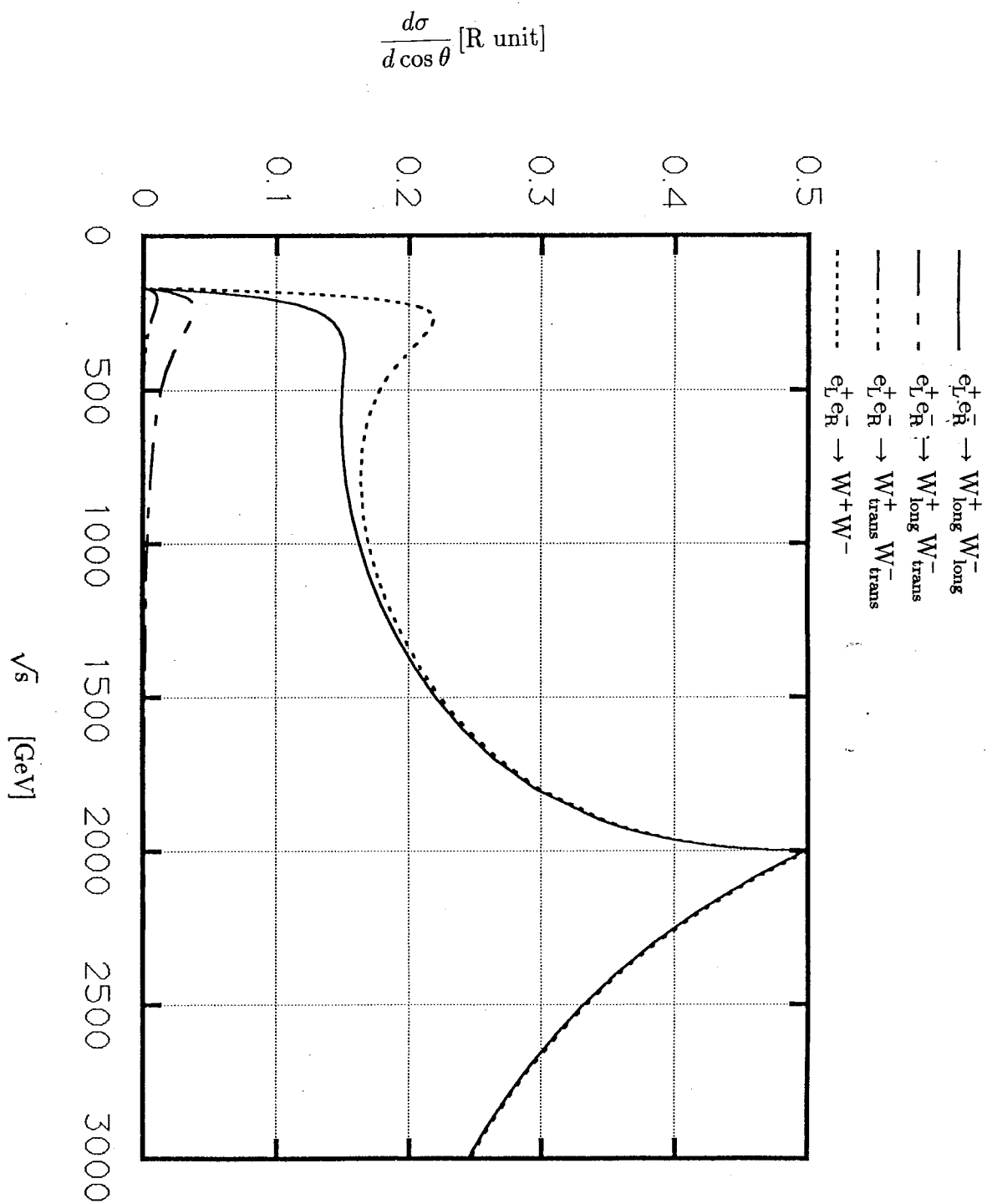


図 54: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(g))

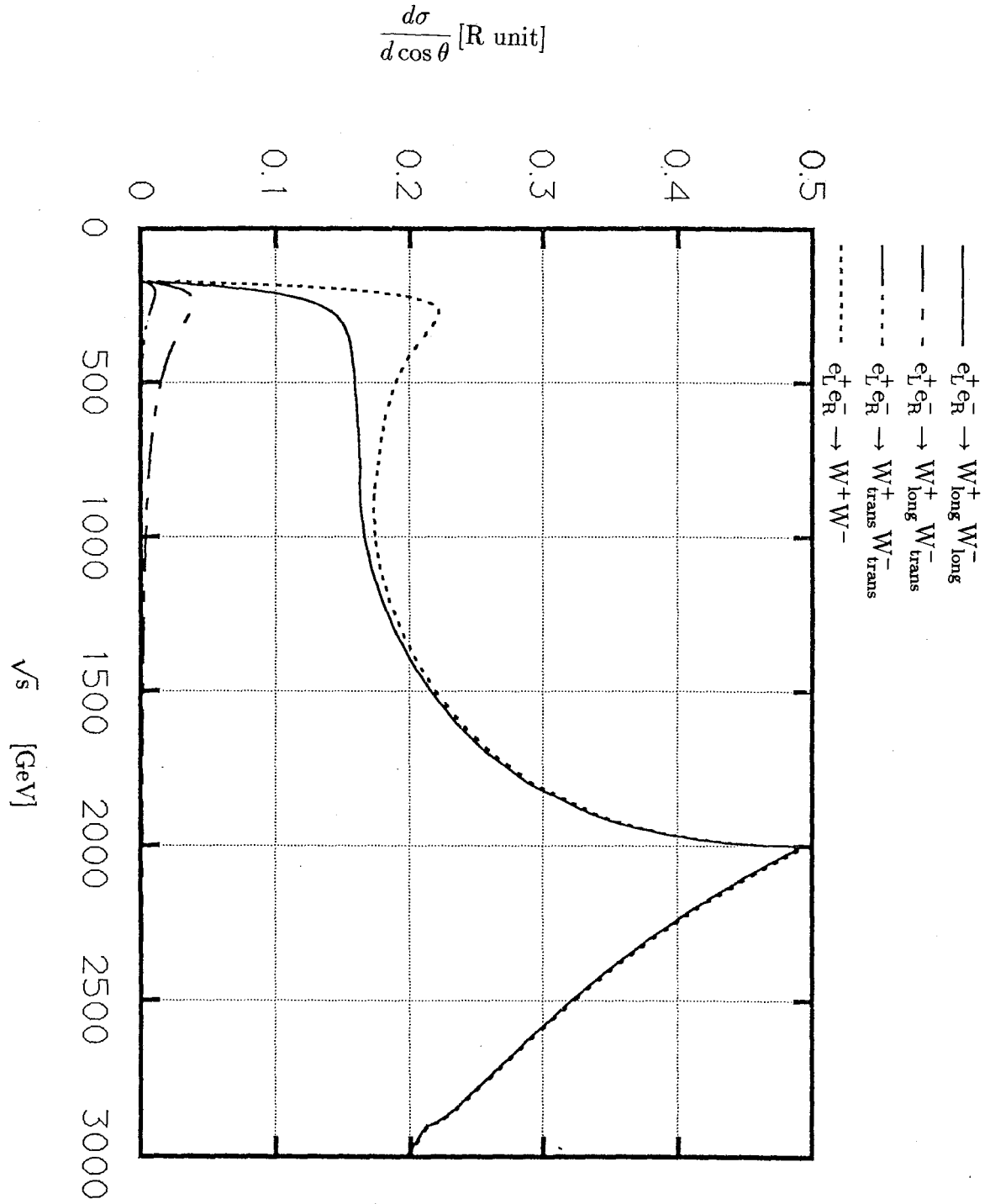


図 55: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(h))

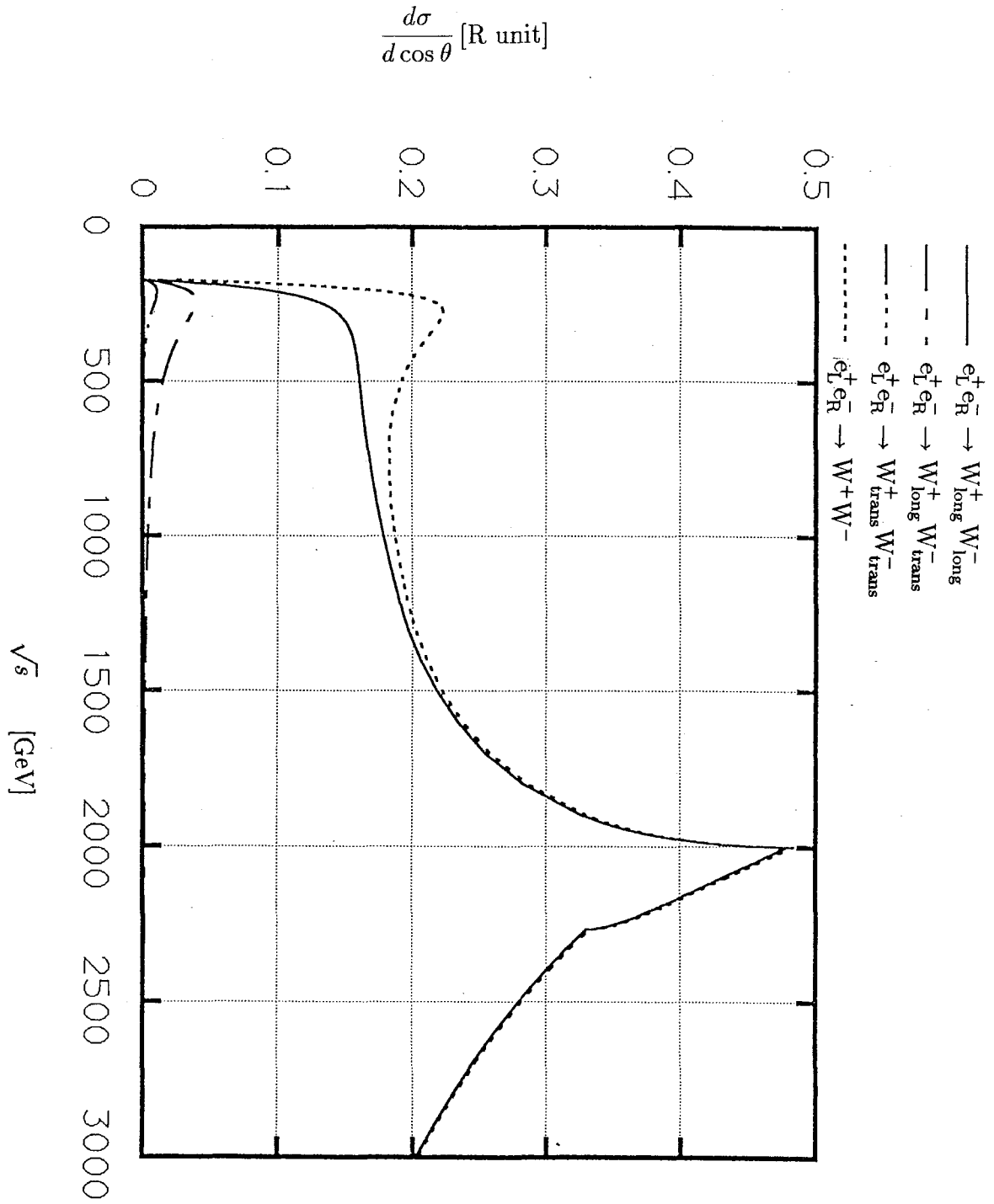


図 56: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(i))

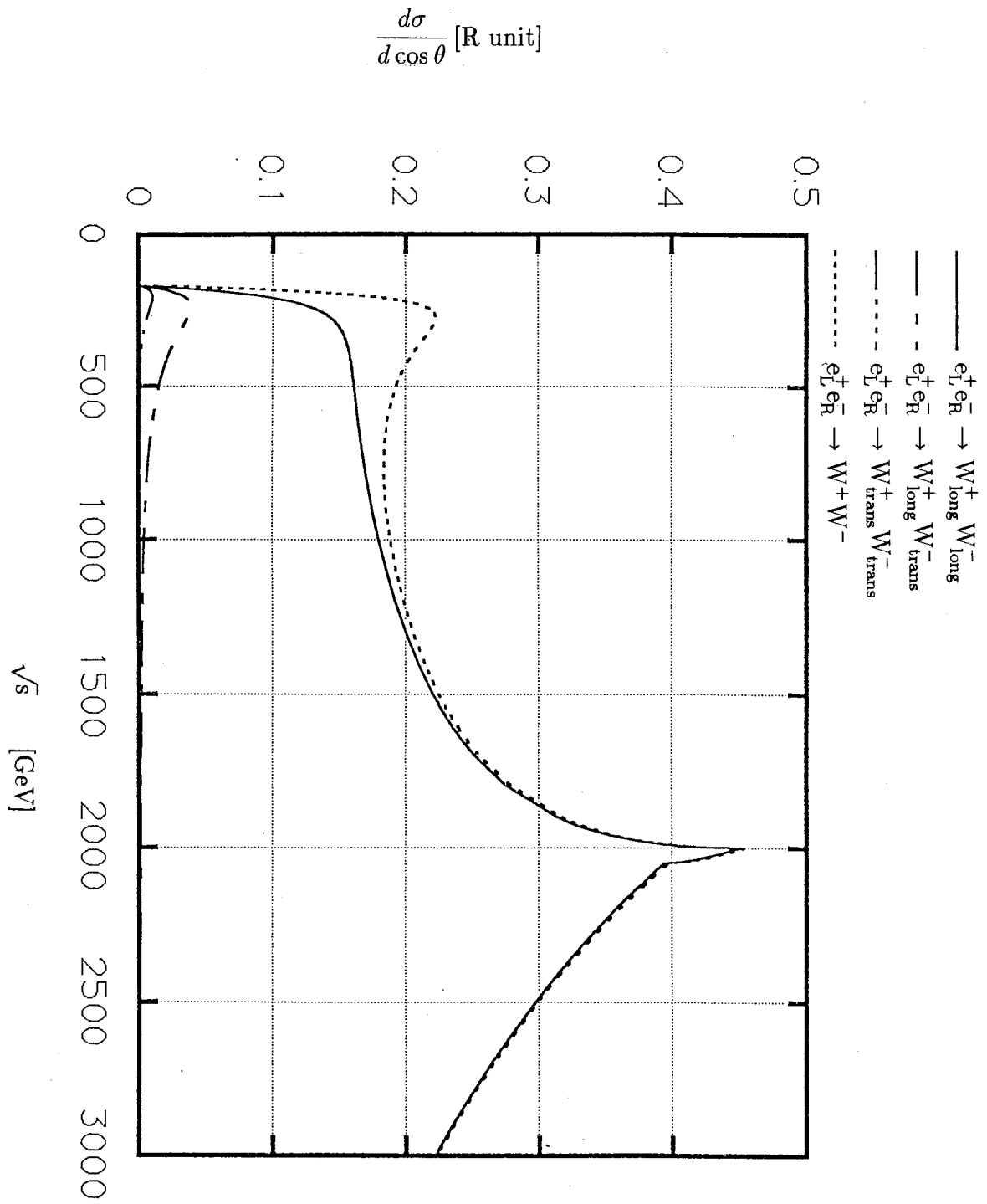


図 57: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(j))

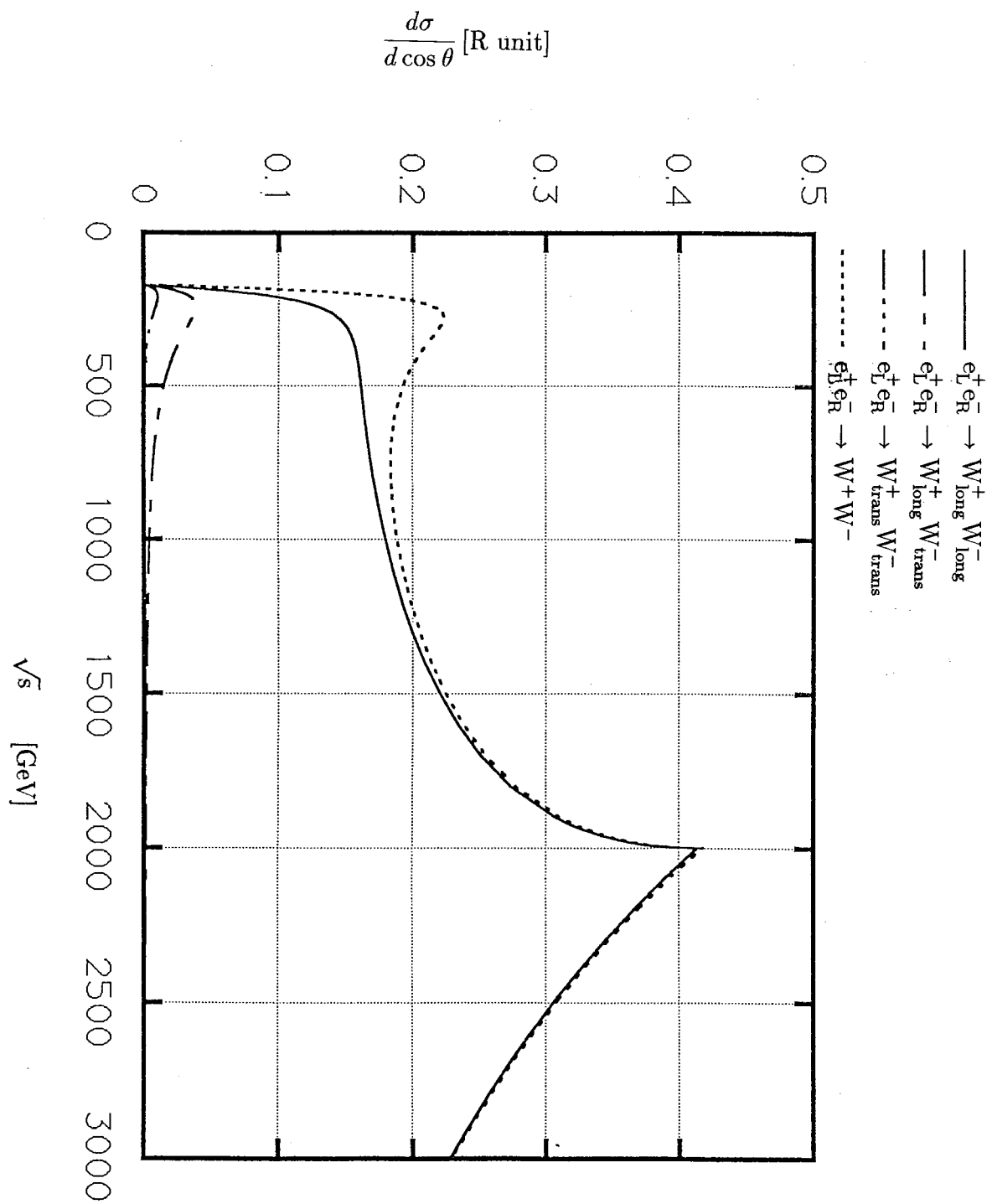


図 58: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(k))

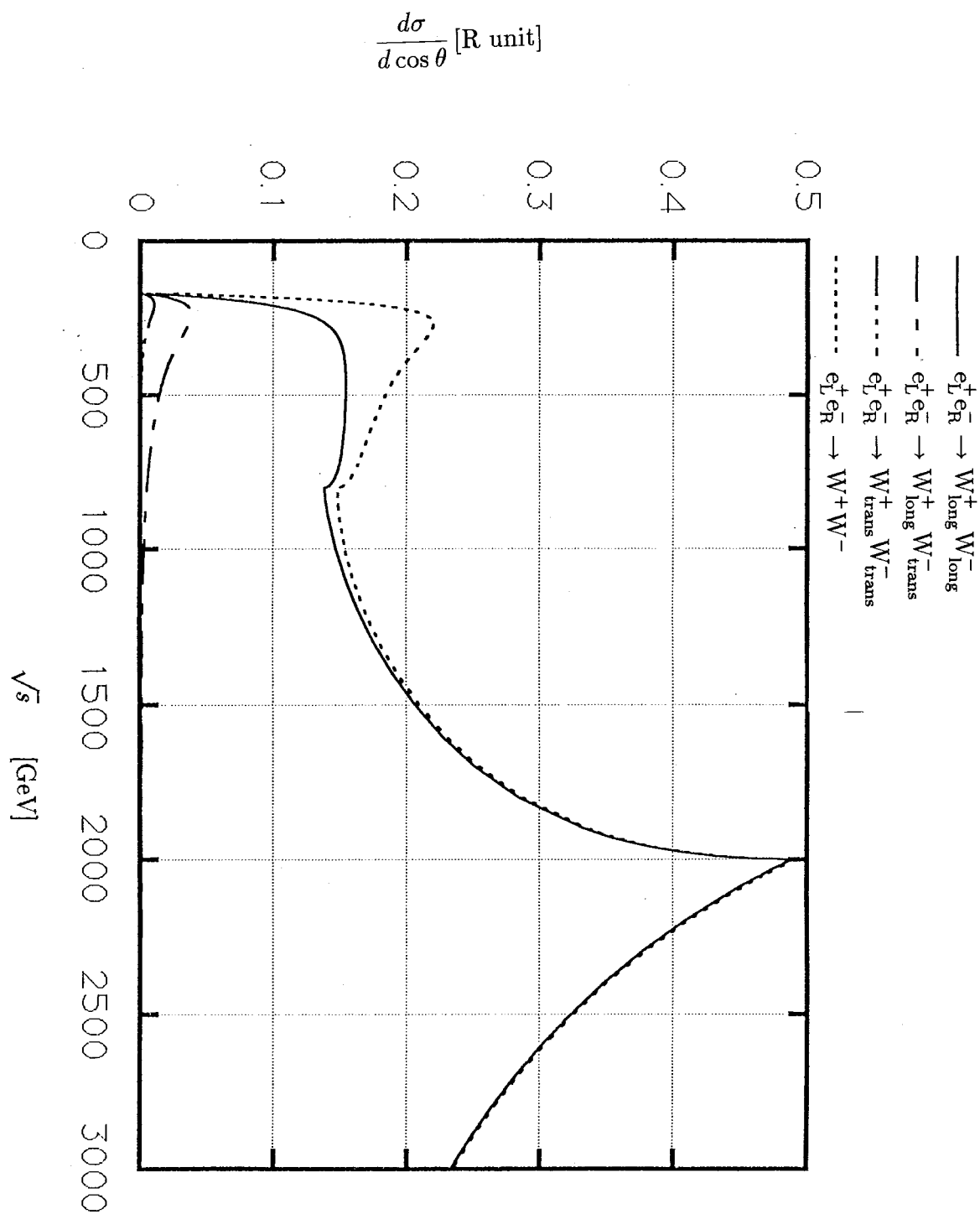


図 59: $e_L^+ e_R^- \rightarrow W^+ W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(1))

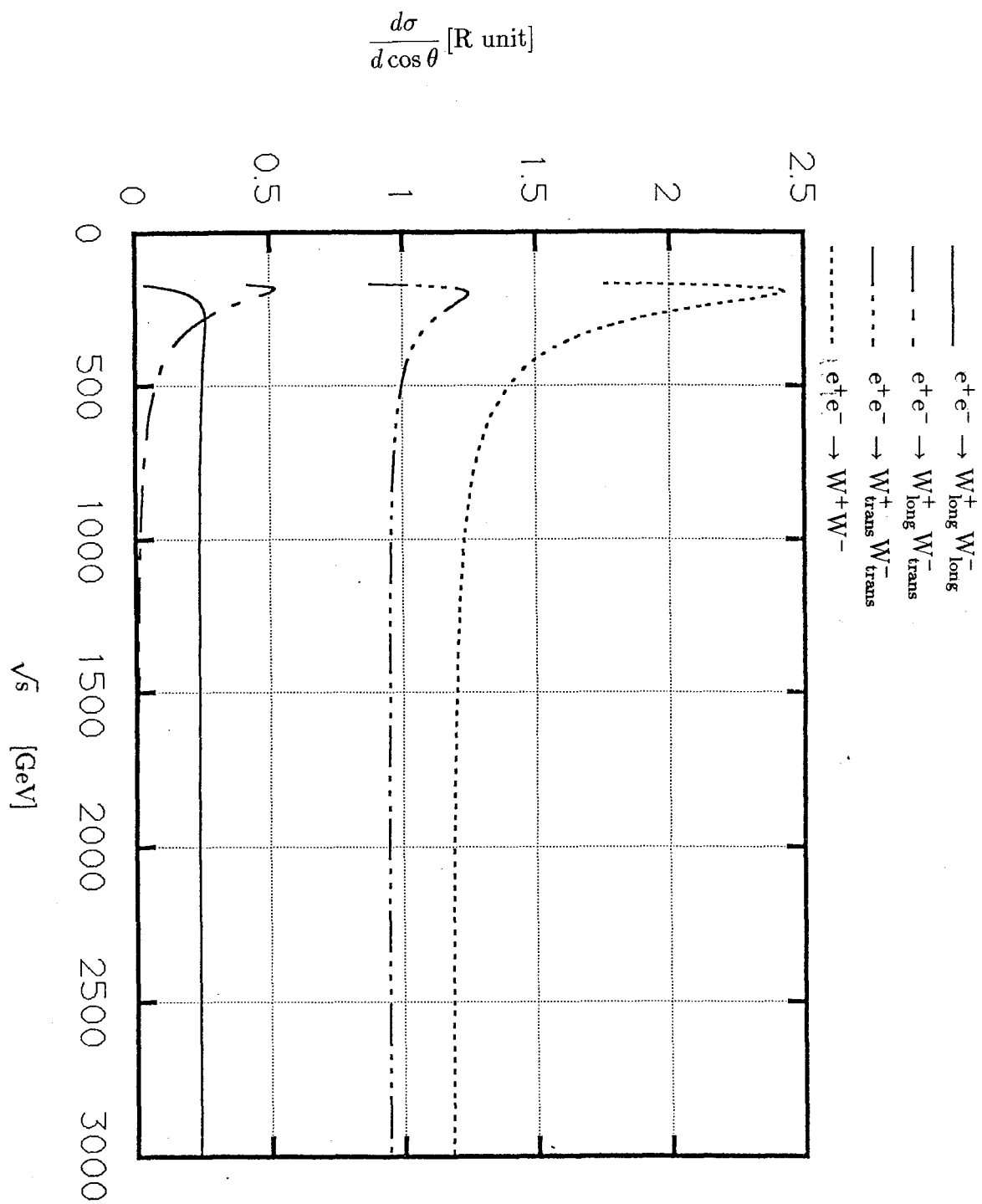


図 60: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (tree レベル)

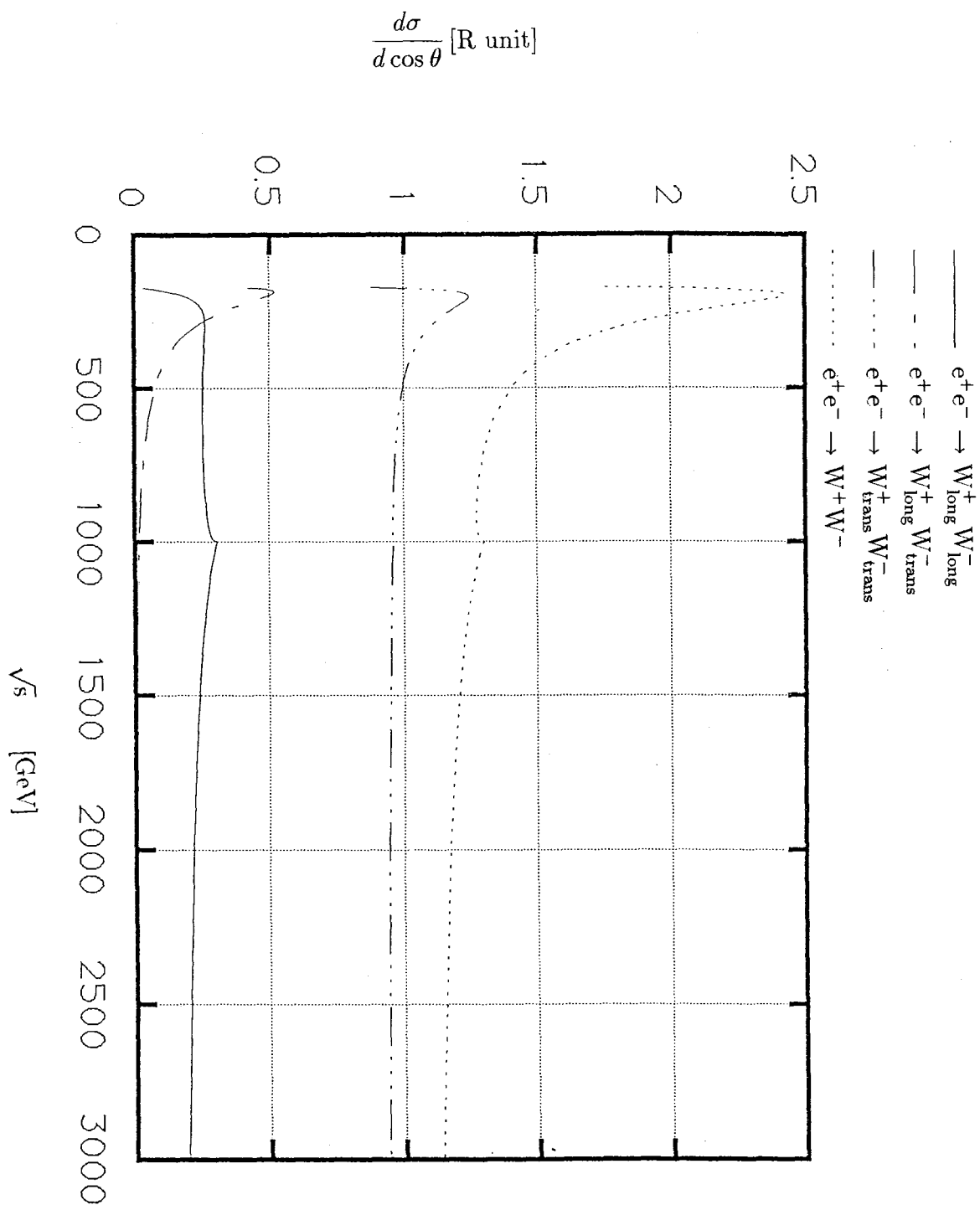


図 61: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(a))

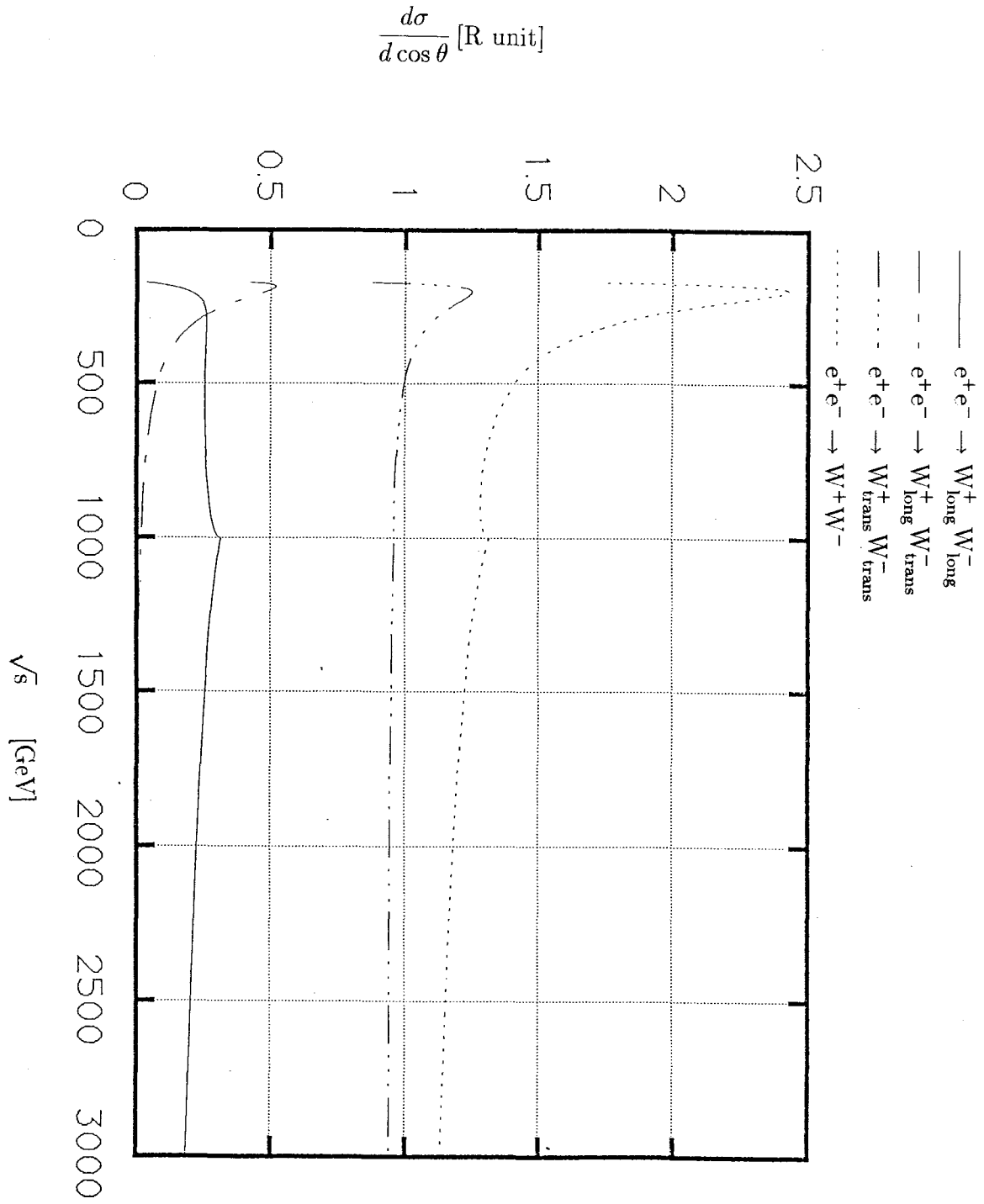


図 62: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(b))

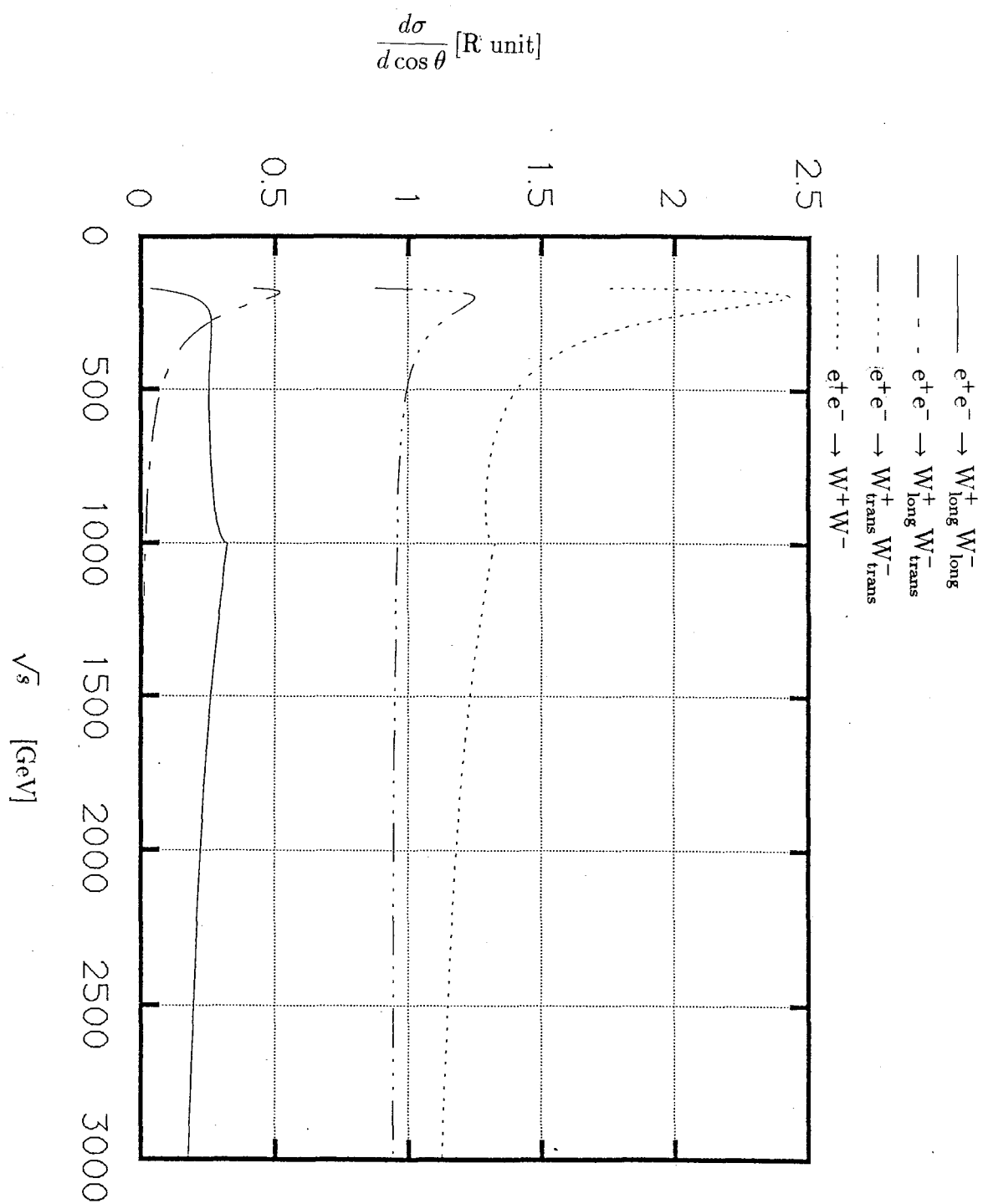


図 63: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(c))

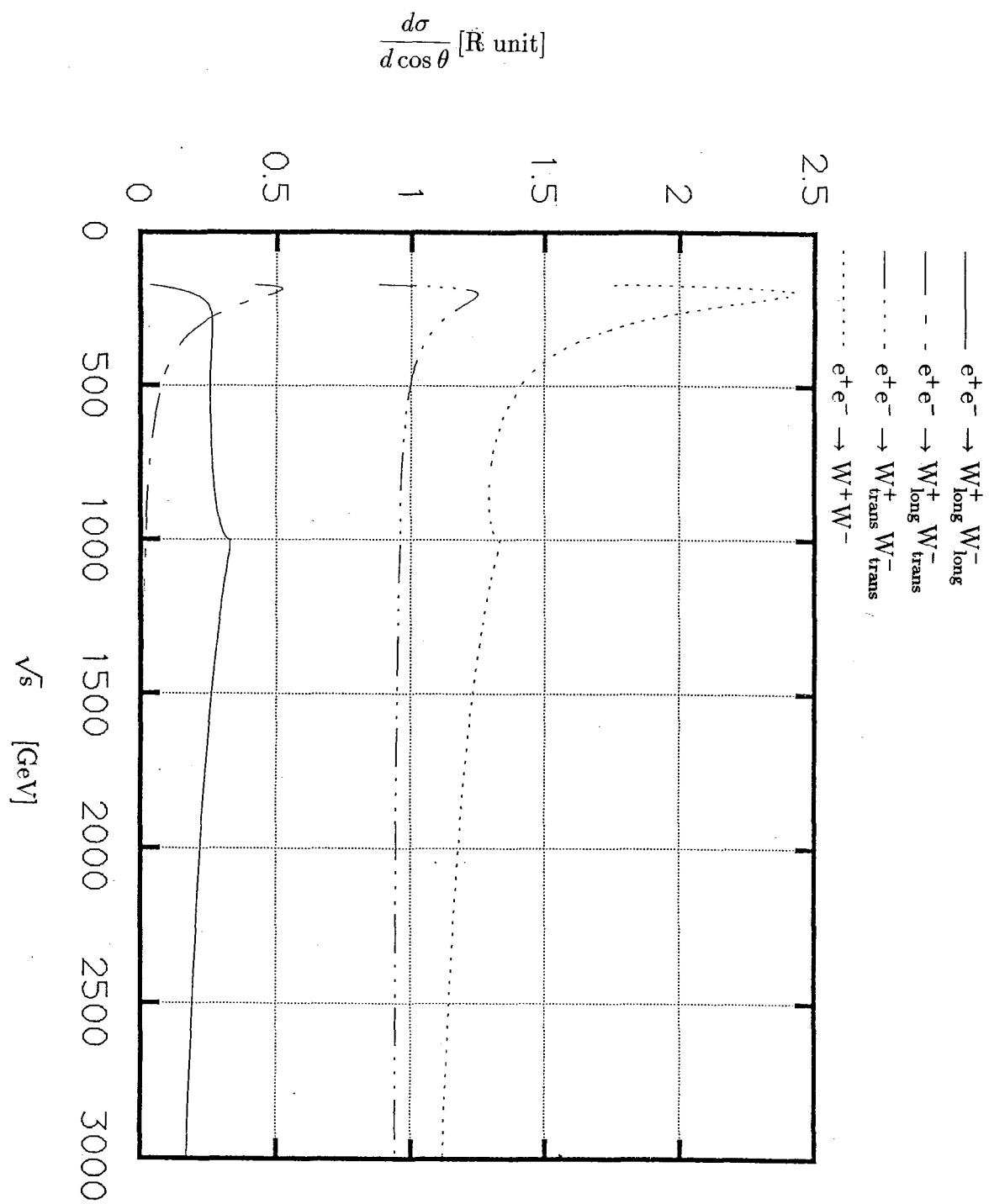


図 64: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(d))

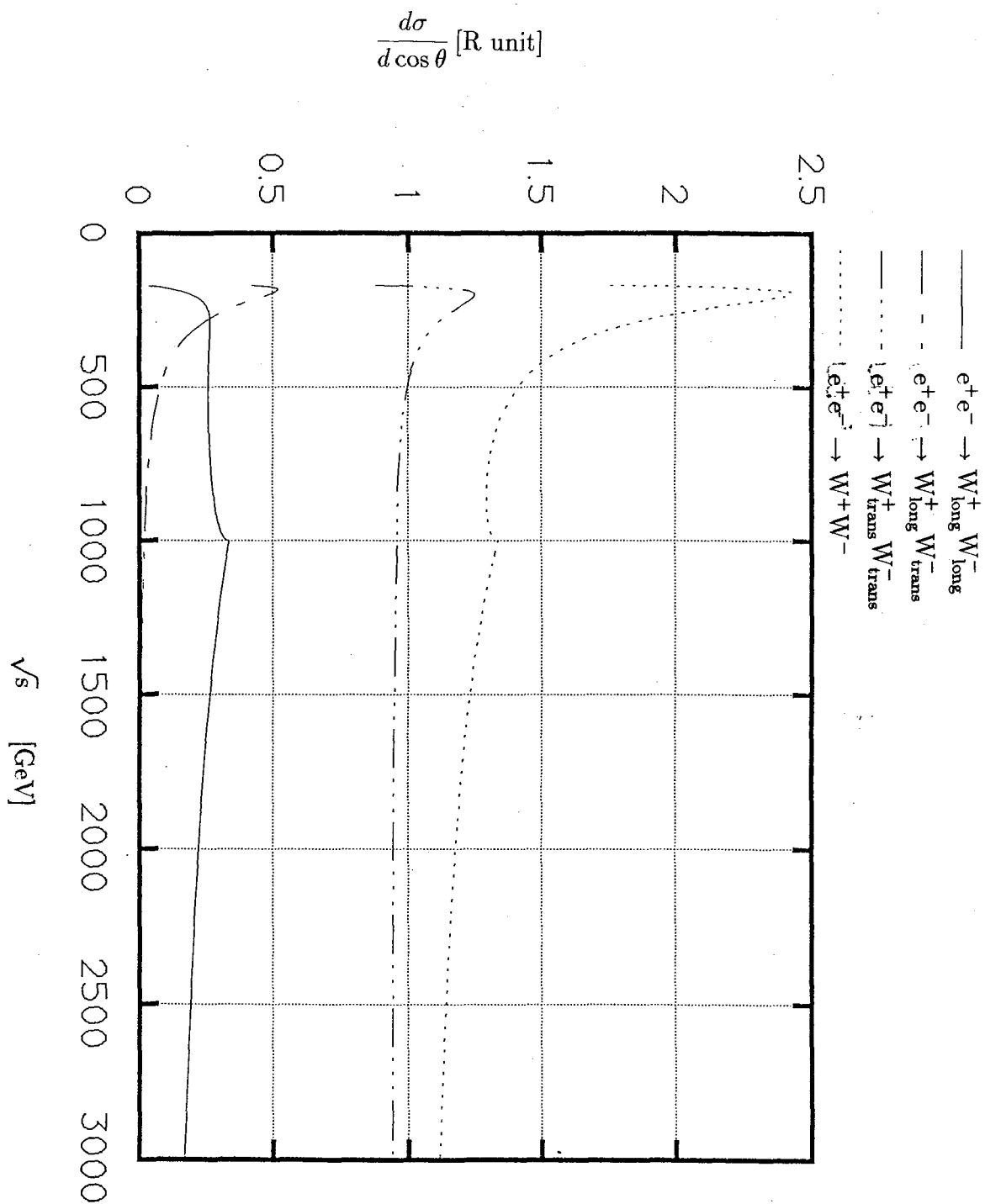


図 65: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(e))

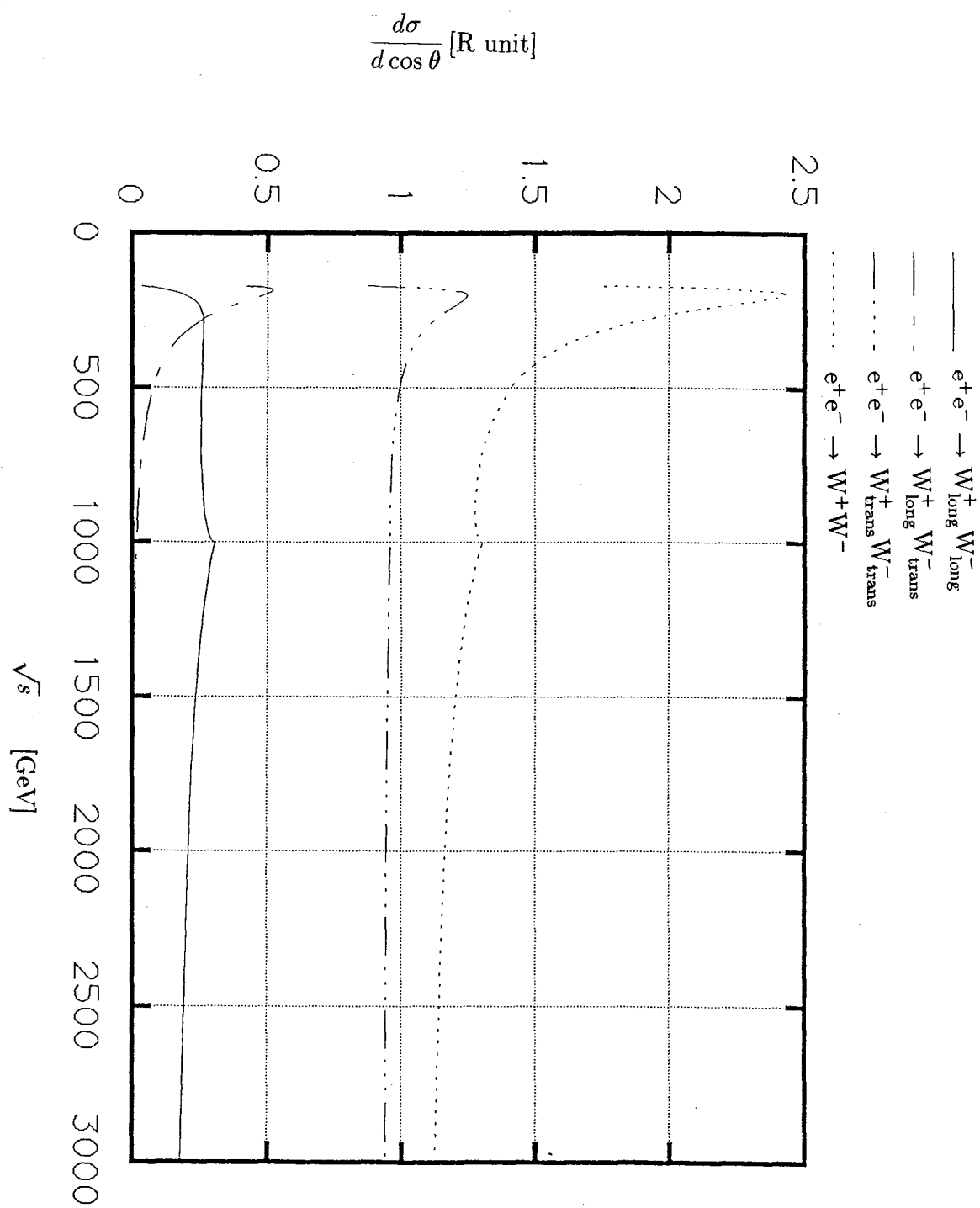


図 66: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(f))

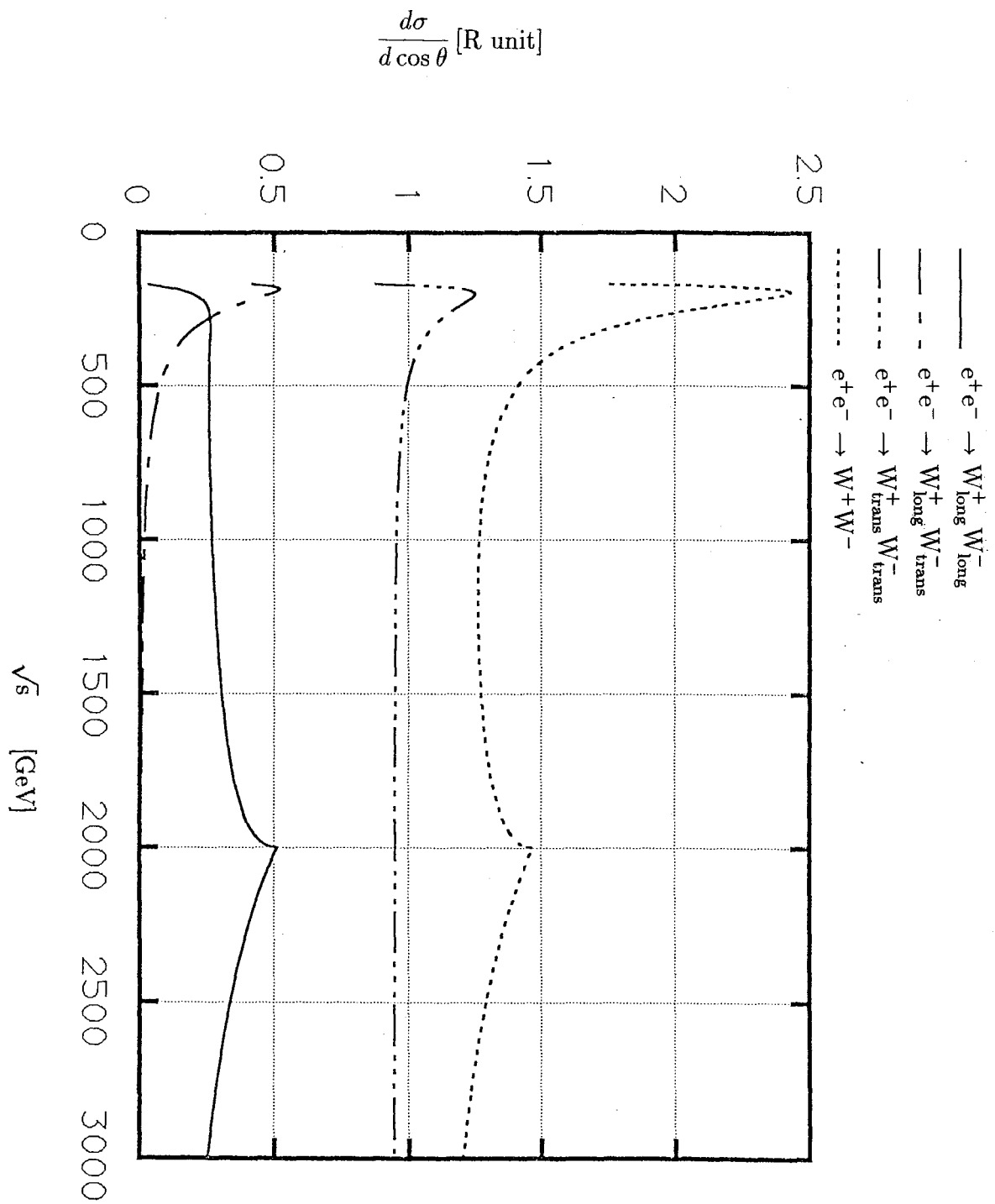


図 67: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(g))

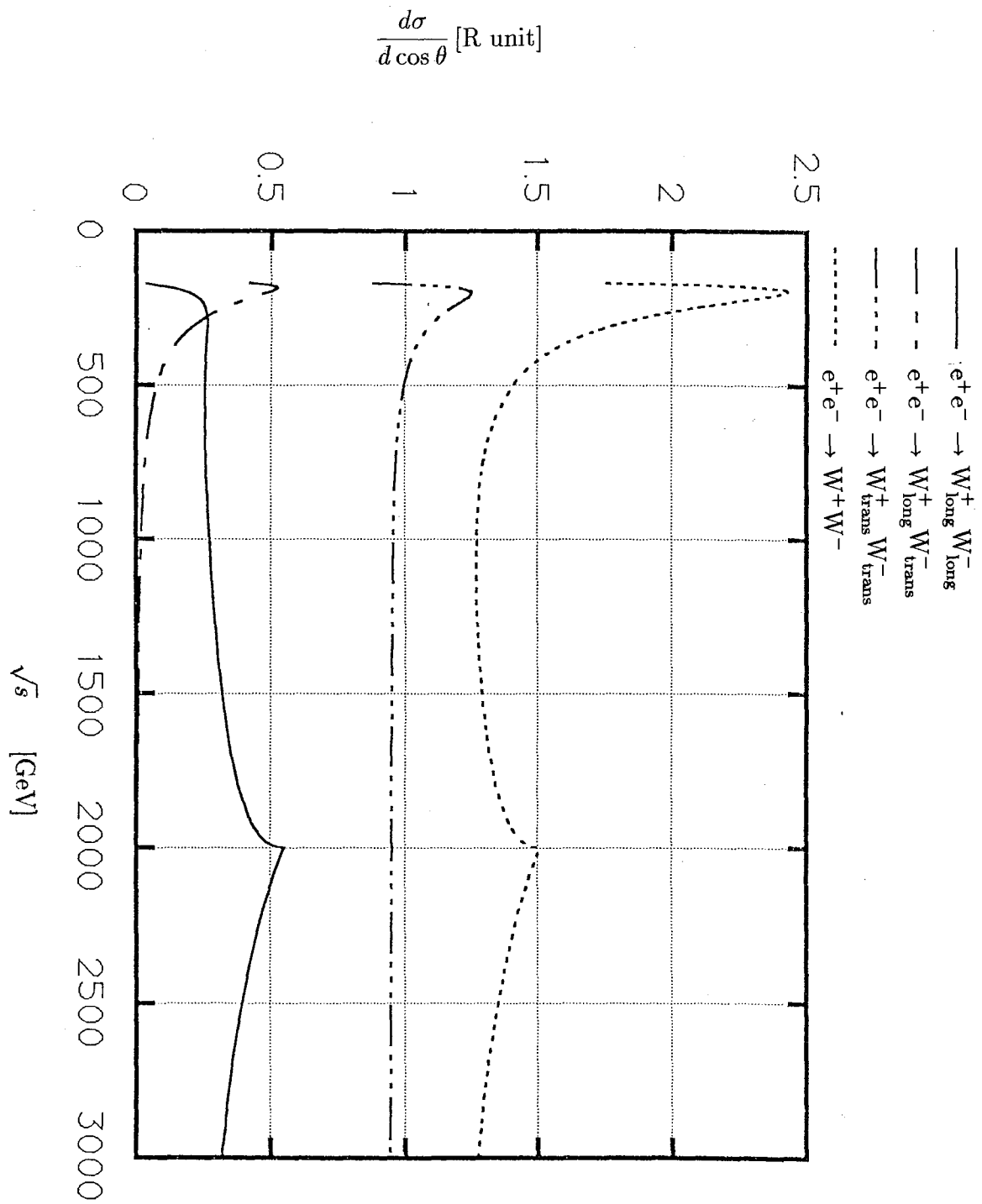


図 68: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(h))

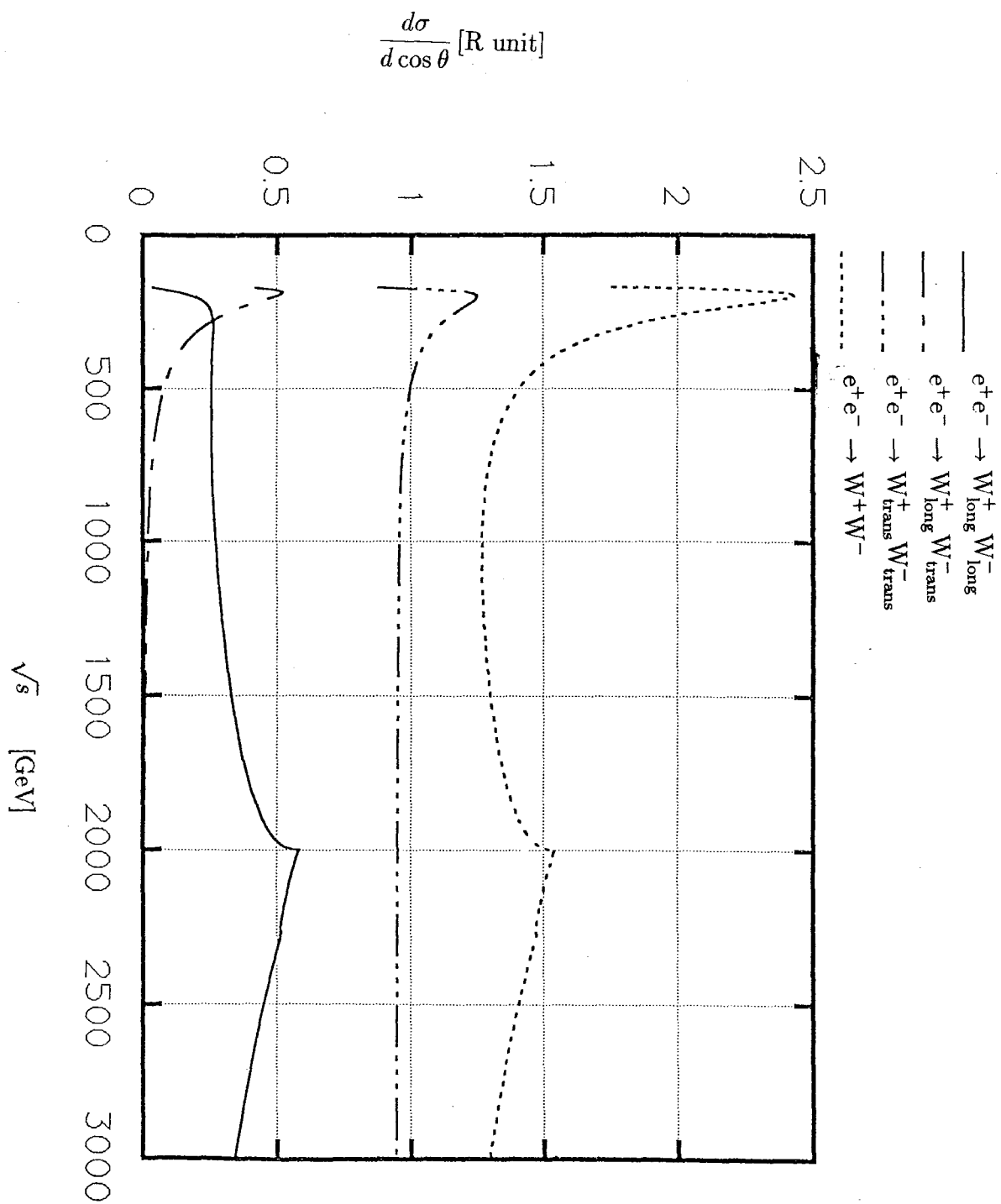


図 69: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(i))

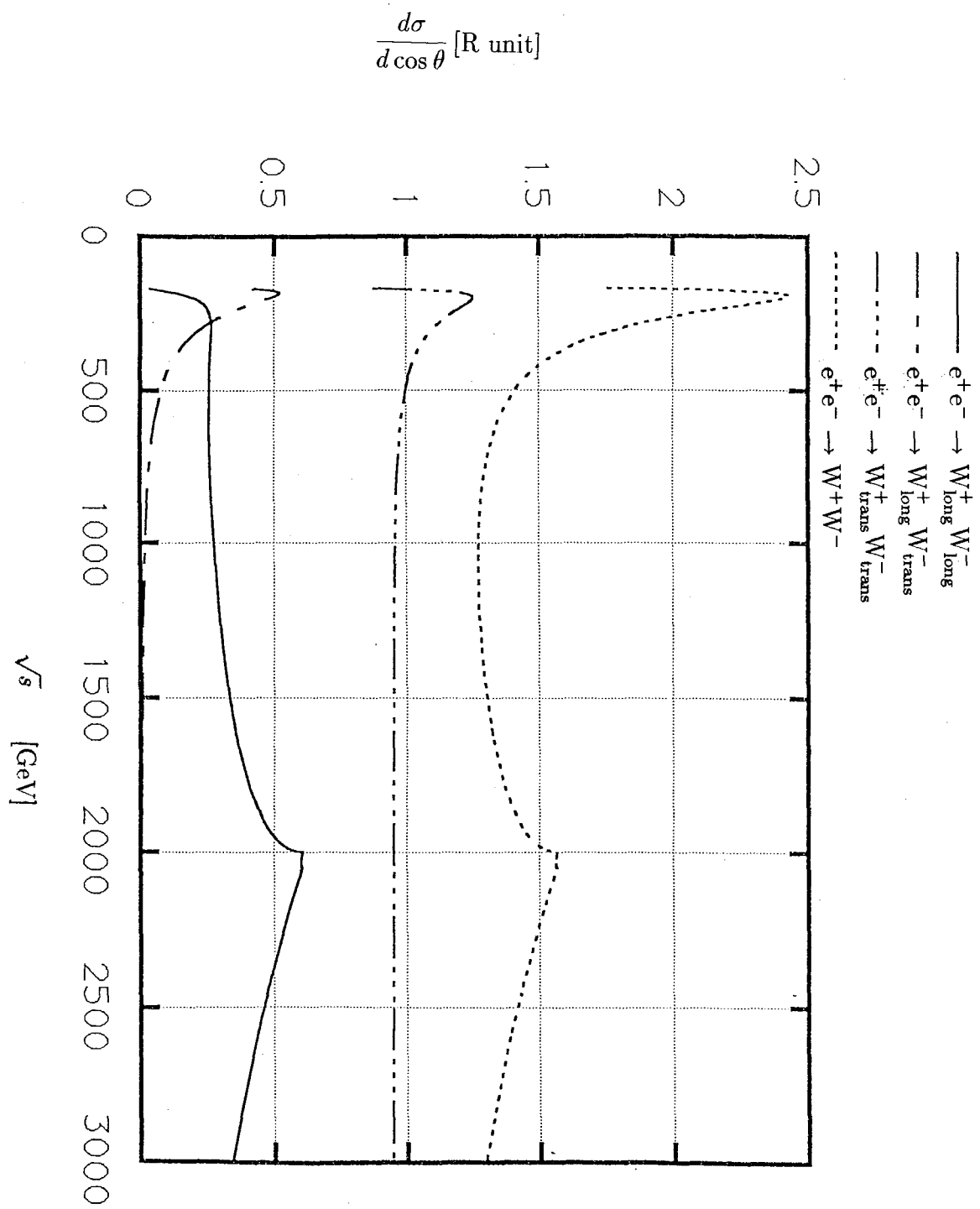


図 70: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(j))

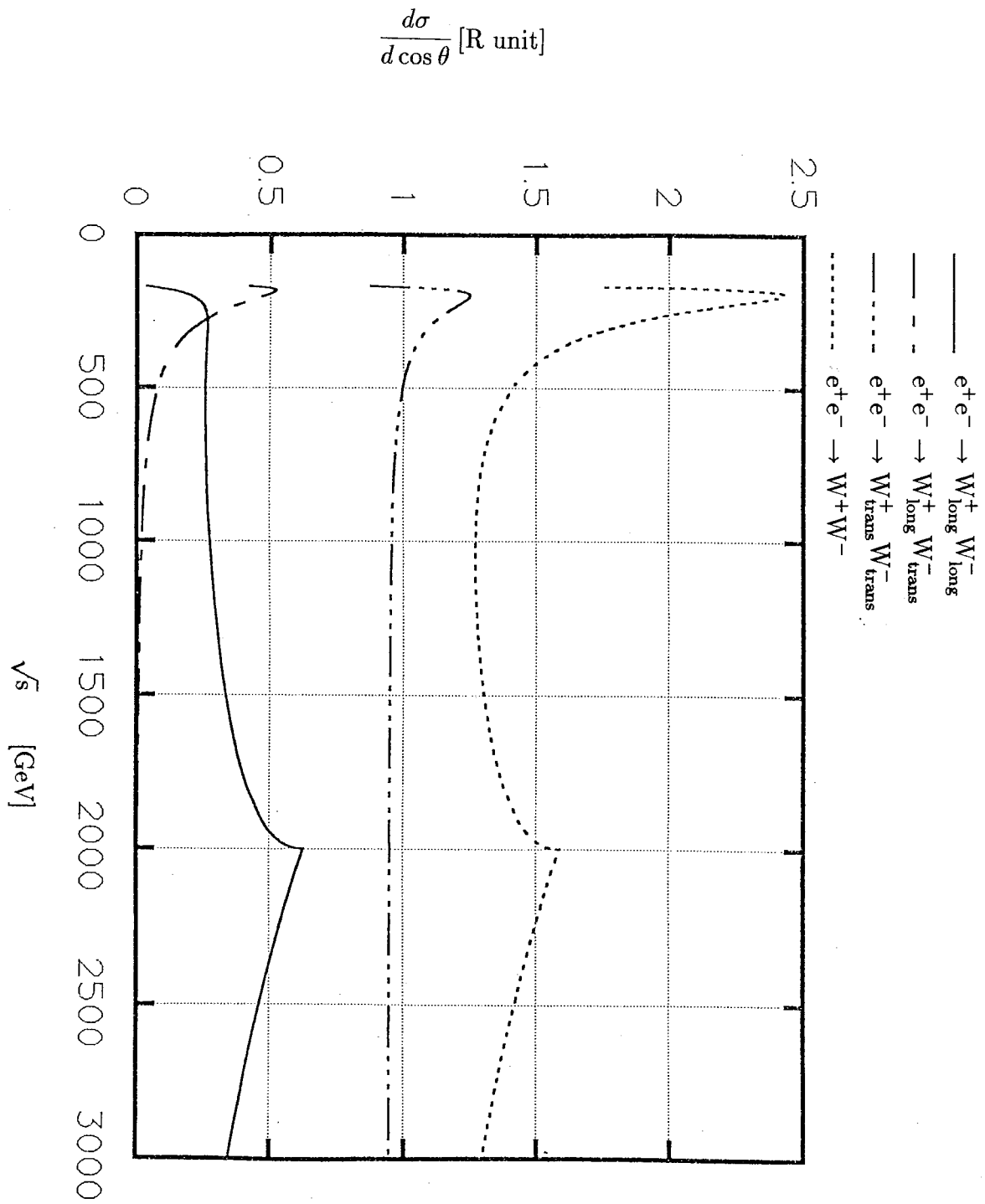


図 71: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(k))

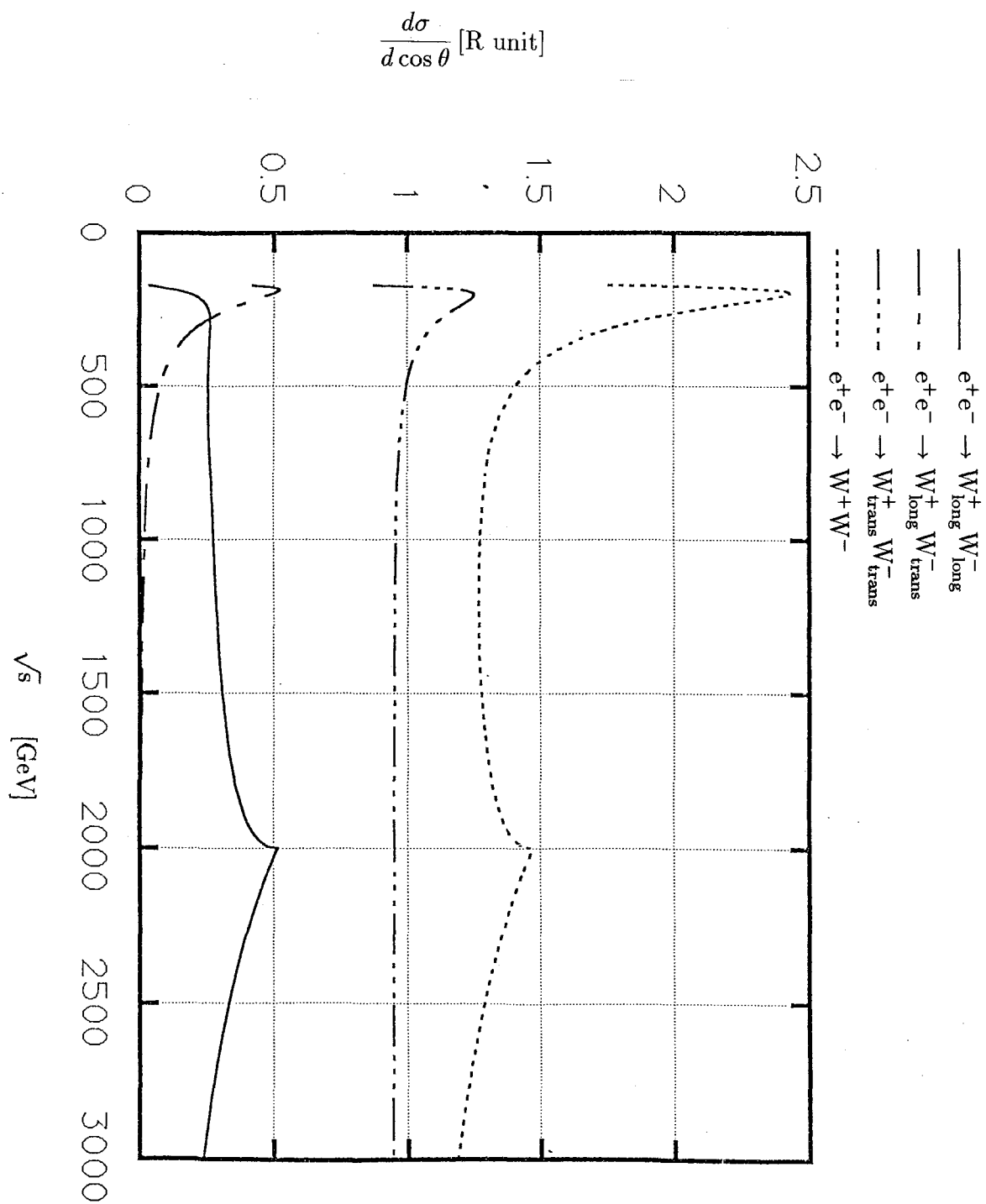


図 72: $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 過程の微分散乱断面積 (散乱角 $\theta = \frac{\pi}{2}$) (1-loop レベル) (4 世代レプトンの質量: 表 3(1))