まとめ

膨張宇宙の中の密度揺らぎの成長を分析するためにはZel'dovich-type近似をするのが効果的であることが知られている。この論文ではまず、なぜZel'dovich-type近似法がよい近似になっているのかを二つの視点：(1)「Zel'dovich-type近似のよさはそれのもつ一次元厳密性に基づいている」、(2)「Zel'dovich-type近似のよさはそれのもつLagrange的描像に基づいている」ということに着目して議論してきた。そのため回転楕円体モデルを導入して、いくつもの非線形近似法を比較した。そして以下のような事実をこのモデルから見つけ出すことができた。まずZel'dovich-type近似とPadé近似はprolate (二次元的) とoblate (一次元的) な初期条件のもとの両方で、球対称モデルでの近似解よりよい近似になっている。そして、その精度はprolateよりoblateのほうがよいことが分かった。つまりZel'dovich-type近似は（そしてPadé近似も）低次元collapseであるほどより精度がよくなるということである。一方その他のすべてのEuler的近似法は正反対の傾向を示し、近似の精度は、prolateな初期条件のときもoblateな初期条件のときも球対称のときに比べて悪くなり、しかもoblateな初期条件のときはprolateな初期条件のときよりもさらに悪くなっている。これらの事実は、(1)の、Zel'dovich-type近似のよさはそれのもつ一次元厳密性に基づいているのではないかという視点と一貫して矛盾しない。一方これらの事実は(2)のZel'dovich-type近似のよさはそれのもつLagrange的という特異な描像によっているのではないかという視点とは対立する。ただし視点(1)について最終的に確認するためにはさらに一般的なモデルでの分析が必要である．実はBuchert (1989) [16] によって流体の方程式をまとめることによりuあるいはδに対しての1つの方程式が得られている。この方程式は、オイラー的な空間微分を含む非線形項の部分と、Lagrange的な時間微分（二階）を含む線形項の部分に分離されている。この非線形項をゼロとしたものがZAに相当するのであるが、この非線形項は一次元運動においては恒等的にゼロとなっており、空間の次元を上げるにつれ大きい値をとることが予想される。このことは視点(1)を支持するものであるわけだが、一般的な場合にこの非線形項がどの程度の大きさであるかということが、ZAのよさを決定づけるひとつの指標となるであろうと考えられるので、今後この項の大きさを、今回の回転楕円体モデルの中で定

量的に求めたい。

付け加えておくと、実際にさまざまな観測量と直結して考えやすいのは、Lagrange的手法よりEuler 的手法の方である。つまり観測的宇宙論の見地にたつと、できるだけEuler的な量を取り扱いたいわけである。そういう意味では、このZel'dovich-type近似並みの精度を誇るEuler的なPadé 近似は有用であり、膨張宇宙の中の密度揺らぎの時間発展の分析にたいして見通しを開くものである。もちろんこのPadé 近似は数学的な近似であり、物理から確立された正当性を持っているわけではないのであるが、今後高次の実空間での摂動展開の一般解を得ることができれば、それにPadé 近似を適用すればさらにかなり有望な近似を作れることになる。

そして、Zel'dovich-type近似法にPadé近似法を適用してさらに質のよい新しい近似法をつくり出した。そして新しく作り出せたこのPadé-Zel'dovich近似が実際の宇宙での構造形成に対して、これまで議論されてきたさまざまな近似法と比べて、定量的にも定性的にも非常に優れた近似法になっていることを示した。今後このPadé-Zel'dovich近似を宇宙の構造形成にともなうさまざまな量の時間発展に適用することで、重力不安定性に対するより解析的な議論ができ、重力の性質の本質を考察することができるであろう。

次にZAを使って縦速度、横速度の結合確率分布関数の時間発展を解析的に求め、ZAでの縦速度、横速度の確率分布関数や、さらには二点相関関数の、様々な振る舞いを調べる事が出来るようになった。また、ZAでの結合確率分布関数が満たす時間発展方程式も導き、各確率分布関数の時間発展の背景にある物理をより理解することができるようになった。

さらに、ZAの適用範囲を議論し、$D=1$（現在）、$H_0=50$のときには、20Mpc程度以上がZAの適用範囲であると結論した。

そして縦速度確率分布関数の負の歪み度が発生する定性的なメカニズムを議論した。構造形成過渡期のinfallの効果であると思われる負の歪み度が発生する核となるメカニズムをZAで非常に単純な解析的説明をすることができた。定性的に負の歪み度発生に最も大きく寄与するメカニズムは、初期の速度分散のr依存性およびZAで充分再現できる極めて単純な銀河の運動で説明できる事が結論づけられた。

これらの事をふまえて、Fisher et al. (1994) [36]のN体数値計算の結果と同じ条件下で今回ZAで計算した結果とを比較した。そして、ZAの適用範囲内の時間、スケールにおいては、負の歪み度がZAで定性的に正しく再現できることを示す事ができた。N体数値計算ではテイルがほぼ指数関数に近い形であるが、この振る舞いはZAでは再現する事が出来なかった。今回は大規模構造形成過渡期であると考えられる、準非線形領域での議論をしたわけであるが、もっと高密度の小さいスケール（~1Mpc程度）の高非線形領域において、Sheth (1996) [41]、Diaferio et al. (1996) [42] はモデルを仮定することで解析的に、指数関数形のテイルを議論している。このテイルの振る舞いにはZAで取り入れられているよりも、より非線形性の強い情報が含まれていることが推測できる。今後、さらに次数を上げたPZA、PPZAあるいはそれらをもとに私が独自に開発した新しい優れた近似法であるPadéPPZAなどを適用していき、この指数関数的な振る舞いを再現し、背景にある物理をより解析的に議論し、理解していこうと思っている。