

# Mathematica を使った経営数学の学習教材の作成と実践

山口健二

お茶の水女子大学 附属高等学校

## Development of Learning Materials of Business Mathematics using Mathematica

Kenji YAMAGUCHI

Ochanomizu University; Senior High School

Students who went to university not majoring in Science and Technology may not think that they need to study mathematics any more. However, for example, students who have advanced to the department of economics and management must have the minimum mathematical knowledge and the ability to adapt it to economic and management models. However, it is not effective to teach, by using chalk and blackboard only, mathematical approach and its application to economic and management models for students who are not good at or not interested in mathematics. Therefore, I developed learning materials for freshmen majoring in business administration at a university using the calculation and visualization function of Mathematica, which can be used for both lectures and self-study. This paper reports how the materials were used in class and discusses its implications and challenges.

**keywords** : Mathematics, Business Mathematics, Mathematica, Wolfram CDF Player

### はじめに

文系の学部に進学した学生の中には、数学はもう学ばなくてよいと思っている学生もいるだろう。しかし、学部や学科、研究分野によっては例え文系であっても、数学的素養は必要である。例えば経済・経営学科に進んだ学生は、経営数学の内容である需要と供給の関係や最適化問題の解決手法について学ぶ。これには関数の知識は最低限必要であるし、複雑なモデルの場合には、指数、対数、微分、さらには偏微分、数値計画法といった高校での学習レベルを超えた数学が必要となる。これは、最低限の数学的素養とそれを経済・経営モデルに適応させる能力が必要であることを意味する。だが、数学を苦手としている学生や興味関心が薄い学生に対して、数学的素養と経済・経営モデルへ適応を板書だけで教授するのは効果的とはいえない。より学生の興味を引く教授方法が必要である。ここで大事なのは、導入段階においては学習者が直感的に分かるようにすることである。数学がいくら必要だといっても、最初から定義や定理に対する完璧な理解を求めてしまつては、学習者の意欲を削ぐことになり

かねない。

ところで、情報技術が多くの人々に普及している現在、教育においてもその活用が強く要求されている。文部科学省が平成 29 年 3 月に公示した次期学習指導要領においても、「コンピュータ等を活用した学習活動の充実」や「コンピュータでの文字入力等の習得、プログラミング的思考の育成」が小中学校の段階から求められている。幸いにも数学とコンピュータとは連携がしやすく、数多くの数式処理ソフトが存在する(佐々木,2013)。したがって、経営数学を学ぶ際に、コンピュータを利用するのは至当であるといえる。

数学的素養と情報技術の両方を身に付けることができれば、財務諸表をはじめと企業データを統計解析をしたり、SNS 等の文字データからテキストマイニングを行い一般消費者の動向を分析したりするといったことに対して、取り組みやすくなるだろう。

本報告では、大学で経営学を専攻している初学年の学生に対して、Mathematica の計算機能とビジュアルアイズ機能を使い、講義および自主学習でも利用可能な学習教材を作成を行ったことと、それを実際に授業で展開したことを報告する。

### Mathematica と Wolfram CDF Player による教材作成

#### Mathematica と Wolfram CDF Player

Wolfram 社は、「Mathematica」という数式処理システムを開発している。Mathematica では Wolfram 言語とよばれるプログラミング言語で数式を記述することで、複雑な計算をしたり、グラフを生成したりすることができる。Mathematica は非常に高性能なソフトウェアであるがアカデミックパッケージであっても高価なので、学校単位での導入は予算の面で難しいことが多い。近年登場した小型ボードコンピュータ「Raspberry Pi」であれば、Mathematica を無償で利用できるようになったが、やはり学校単位で Raspberry Pi 本体と動作に必要な周辺機器を用意して設定する手間を考えると、短時間で環境を準備するのは難しいのが現状である。

また、Wolfram 社は、「Wolfram Alpha」という検索エンジンも公開している<sup>1)</sup>(Figure1)。例えば、検索ボックスに「factor x<sup>2</sup>-1」と入力すると、因数分解した(x-1)(x+1)の数式を出力したり、x<sup>2</sup>-1のグラフを表示したりしてくれる。また「D[x<sup>2</sup>-1,x]」と入力すると、導関数であるd/dx(x<sup>2</sup>-1) = 2xの数式を出力したり、y = 2xのグラフの表示、∫ 2x dx = x<sup>2</sup> + Cと導関数を積分したりしてくれる。Wolfram

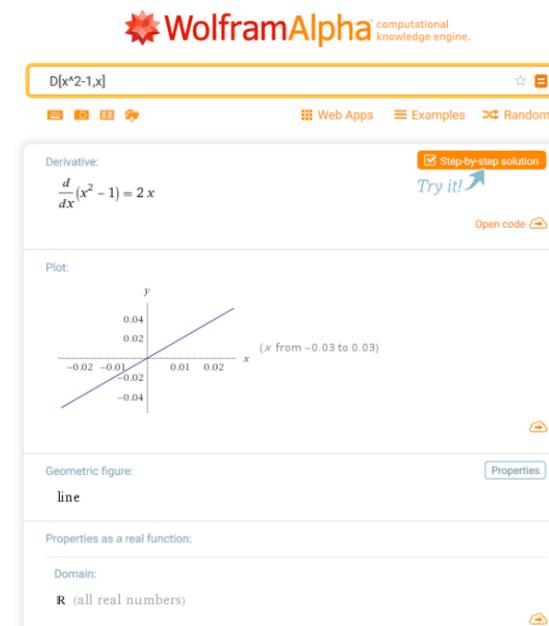


Figure1 Wolfram Alpha

Alpha は数式以外に対しても非常に強力な検索エンジンである。例えば「Japan USA」と入力すると検索結果として、日本とアメリカの位置情報や人口、GDPなどが比較しやすい状態で表示される。しかし、アニメーションといった動的な処理には対応していない(大橋,2011;大橋,2012)。したがって、授業での学習教材についてはアニメーション等の機能が利用できる Mathematica と Wolfram CDF Player を使う方が適当である。

Wolfram CDF Player (以下 CDF Player とする)<sup>2)</sup>(Figure2)とは、Mathematica で作成したノートブックを閲覧することができるソフトウェアである。CDF Player と Mathematica の関係は、Adobe Reader と Adobe Acrobat に近い。即ち、教員は Mathematica で学生に見せたい数式やグラフを Wolfram 言語で記述する。そして学生は CDF Player でそれを閲覧する。これにより、学生は Wolfram 言語を覚えなくても Mathematica の数式処理システムの恩恵を受けることができる。

Wolfram CDF Player の特徴として、閲覧中の 3次元グラフィックの拡大・縮小、回転ができたり、数式中の変数を自動で変化させることによってグラフィックスのアニメーションができたりできる(山

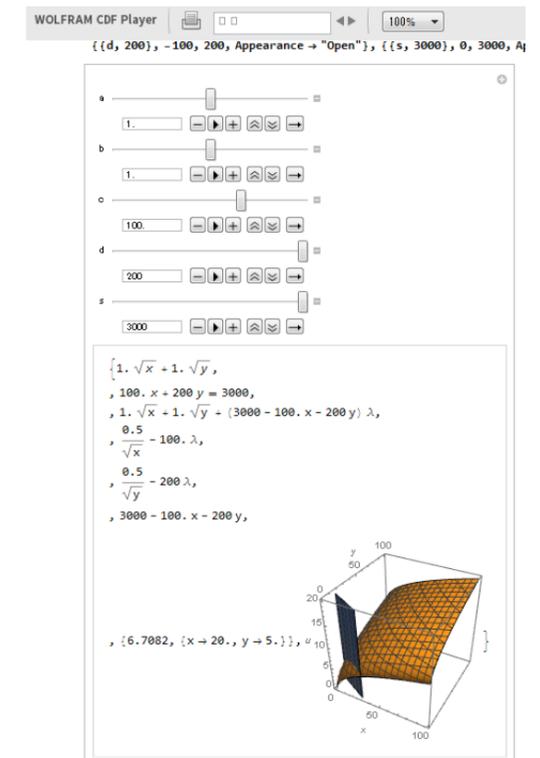


Figure2 Wolfram CDF Player

```
Manipulate[TraditionalForm[x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + x0], "\n",
TraditionalForm[D[x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + x0, x]], "\n",
Plot[{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + x0,
(D[x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + x0, a] /. a -> t) * (x - t) +
(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + x0)}, {x, xmin, xmax}],
{{x5, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{x4, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{x3, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{x2, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{x1, 2}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{x0, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{t, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{xmin, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{xmax, 2}, -100, 100, Appearance -> "Open"}]
```

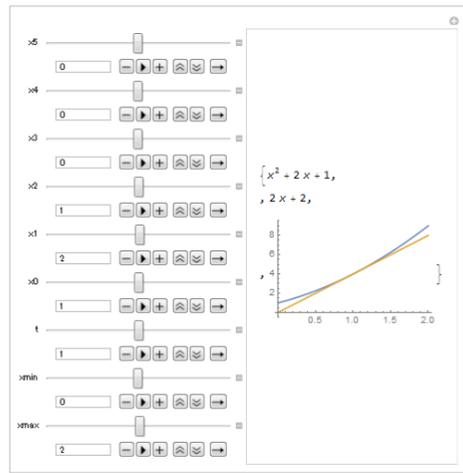


Figure3 1 変数関数の導関数の算出と関数・導関数のグラフィックス

本,2011)。さらに、Mathematica の機能の一つである Manipulate を使用することで、変数の数値を任意に変更することが可能である。

教材作成

今回、作成した教材は以下のものである。いずれも経済・経営を学ぶ際に最低限必要な内容から選んだ(白田,2009; 白田,2012)。

- ・微分：1 変数関数の導関数の算出、関数・接線のグラフィックス (Figure3)
- ・偏微分：2 変数関数の導関数の算出、関数・接平面のグラフィックス (Figure4)
- ・多変数関数の制約付き最適化問題：目的関数と制約関数のグラフィックスとアニメーション (Figure5)
- ・経過利子付債券の問題：購入債権の現在価値の変化 (Figure6)

微分については、多項式関数の微分、対数関数の微分、指数関数の微分に分けて教材を作成した。各係数や指数の数値を変更することによって、自分が求めたい関数の導関数を求められるようにしている。また x

```
Plot3D[{x^5 y^2 + x^4 y + x^3 + x^2 + x + x0,
(D[x^5 y^2 + x^4 y + x^3 + x^2 + x + x0, a] /. {a -> t, b -> u}) * (x - t) +
(D[x^5 y^2 + x^4 y + x^3 + x^2 + x + x0, b] /. {a -> t, b -> u}) * (y - u) +
(x^5 y^2 + x^4 y + x^3 + x^2 + x + x0)}, {x, xmin, xmax}, {y, ymin, ymax}],
{{x5y2, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{x4y1, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{x3, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{x2, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{x1, 2}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{x0, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{y2, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{y1, 2}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{t, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{u, 1}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{xmin, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{xmax, 2}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{ymin, 0}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{ymax, 2}, -100, 100, Appearance -> "Open"}]
```

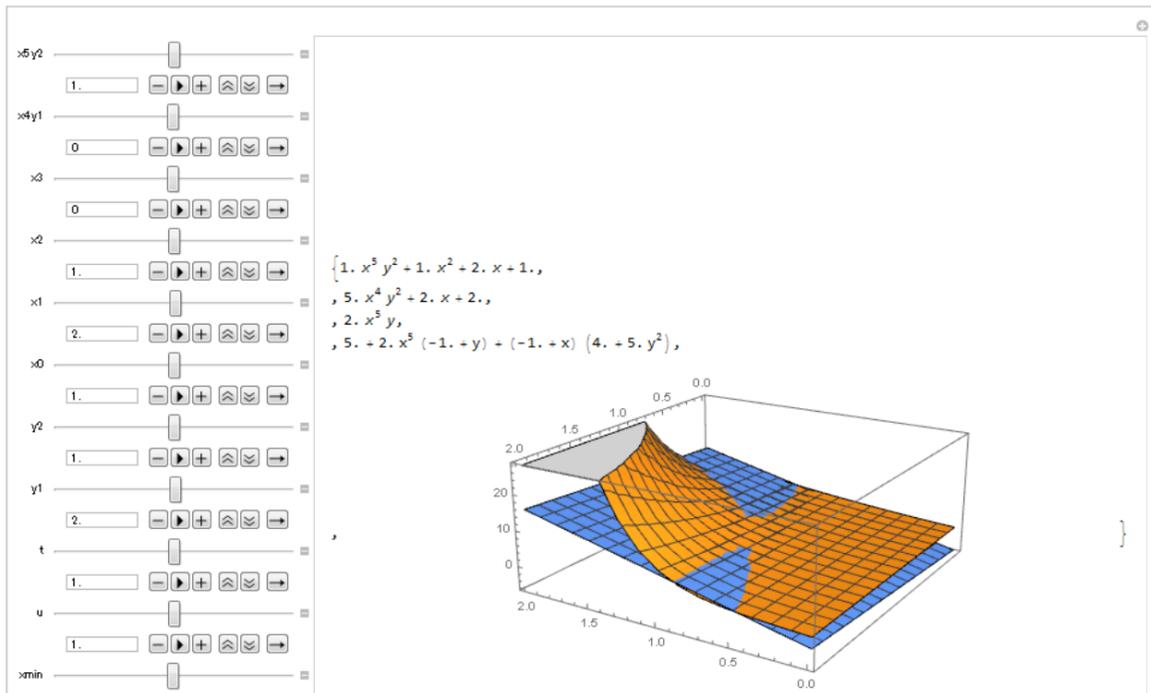


Figure4 2 変数関数の導関数の算出、関数・接平面のグラフィックス

```
12 x^2 - 6 x y + 6 y^2
x + y = 72
Manipulate[TraditionalForm[a*x^2 + b*x*y + c*y^2], "\n", TraditionalForm[x + y = s],
"\n", ContourPlot3D[{a*x^2 + b*x*y + c*y^2 == z, x + y = s}, {x, 0, 100}, {y, 0, 100},
{z, 0, 100000}], AxesLabel -> {x, y, z}], {{a, 12}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{b, -6}, -100, 100, Appearance -> "Open"}, {{c, 6}, -100, 100, Appearance -> "Open"},
{{s, 72}, 0, 100, Appearance -> "Open"}]
```

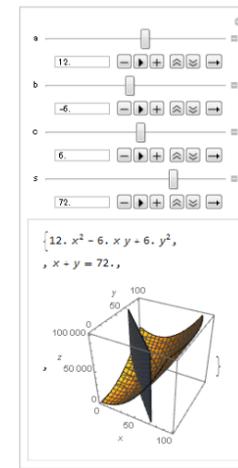


Figure5 目的関数と制約関数のグラフィックスとアニメーション

座標に応じた接線も表示させ、導関数が接線の傾きと一致していることも視覚的に理解できるようにした。

偏微分についても、微分と同様だが、接線だけではなく接平面についてもグラフィックスを行っている。ただこちらについては、指数関数や対数関数は使用せず、多項式だけからなる 2 変数関数のみを取り扱っている。

多変数関数の制約付き最適化問題では、ラグランジェの未定乗数法を用いて解を算出し、目的関数と制約関数が増えるにつれて解が変化することをアニメーションするようにした。例えば、「ある企業が A と B の二つの製品を生産している。A の生産量を x、B の生産量を y としたとき、 $x + y = 72$  でなければならない。費用関数  $C = f(x, y)$  を最小化する生産量の組を求めよ」という問題があったとき、ラグランジェ関数を作りそれを偏微分することで代数的に解くのが一般的である。本教材では代数的に解く方法も提示しながら、費用関数  $C = f(x, y)$  と制約関数  $x + y = 72$  を 3 次元グラフ (x-y-C) に図示することで、交わる部分で C が最小である点の x, y の組が解であることを直感的に理解できるようにした。

経過利子付債券の問題では、経過利子付債券を購入したときの現在価値がどのように変化するのがグラフィックスを用いて視覚的に分かるにした。

実践とまとめ

作成した教材を、学習院大学の経営学部経営学科の学生を対象とした経営数学の授業で実施展開した。経営数学については、普段は板書による授業を受けている学生にとって、CDF Player を使った授業は新しい体験だったためか、意欲的に取り組んでいる学生が多かった。

今回、Mathematica と Wolfram CDF Player による教材作成と実践について報告したが、課題も見つかった。ひとつは、数式は組み合わせが無数にあるので、様々な数式を設定できるようにすると、入力する定数の個数が膨大になり学生が入力するのが大変なことである。これは、教材として提供する数式は単純なものだけにしておくのが良いと思われる。より複雑な関数な場合には、学生自身に Wolfram 言語を覚えてもらい、Raspberry pi などを用いて Mathematica を動かしてもらおう。これは学生の数式処理システムへの興味と知識を向上させるという点においても有効である。もう一つは、出力した数式に対して文字によ

```
Manipulate[{"クーポン率", coupon, "年利", interest, "年間支払回数", count, "購入日差",
PV1 = gakumen * (coupon / count) * (days / (365 / count)), "\n", "次に、最初のクーポン",
"\n", "また、額面償還分は", PVR = gakumen / (1 + (interest / count)) ^ (couponkaisuu)},
PV0 = PV / (1 + (interest / count)) ^ (days / (365 / count)), ListLinePlot[{PV0, PV},
{{coupon, 0.05}, 0, 1, Appearance -> "Open"}, {{interest, 0.04}, 0, 1, Appearance -> "Open"},
{{couponkaisuu, 5}, 0, 365, Appearance -> "Open"}, {{gakumen, 100}, 0, 10000, Appearance -> "Open"}]
```

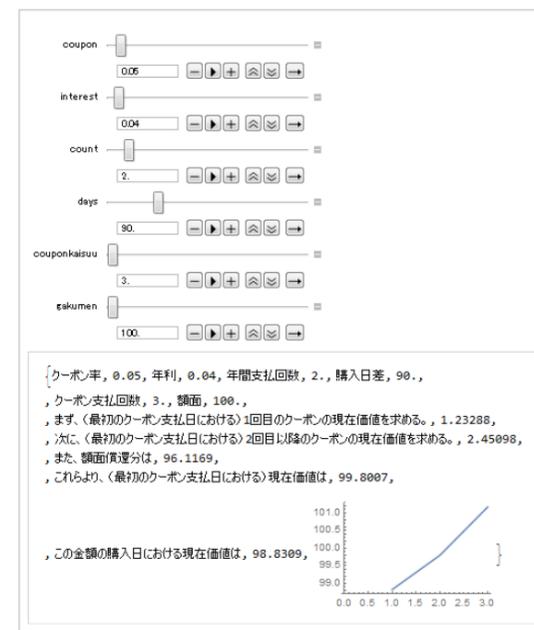


Figure6 購入債権の現在価値の変化

る解説が難しいということである。Mathematica や Wolfram CDF Player では基本的に計算結果やグラフ、アニメーションというものを表示することがメインである。解説文を入れるという機能は文字列を表示させる機能を使って行うが、教員が普段作成するプリントやスライドで使用するような組版ソフトやプレゼンテーションソフトとは違って、単純な文字列の羅列としてしか表示できない。これについては、今後の課題としたい。

注

- 1) Wolfram Alpha <https://www.wolframalpha.com/>
- 2) Wolfram CDF Player <https://www.wolfram.com/cdf-player/>

参考文献

佐々木重雄 (2013) 「高校・中学数学における関数および図形の理解を促すソフトウェア教材カタログの試作」 情報処理学会第 75 回全国大会、4-461-462

大橋真也 (2011) 「Wolfram Alpha と数学教育 (数式処理と教育)」 京都大学数理解析研究所講究録 2011、1735:107-114

大橋真也 (2012) 「Wolfram Alpha と CDF の教育活用 (数学ソフトウェアと教育: 数学ソフトウェアの効果的利用に関する研究)」 京都大学数理解析研究所講究録 2012、1780:119-129

山本修一 (2011) 「Mathematica を活用する数学教材とその検証 (数式処理と教育)」 京都大学数理解析研究所講究録 2011、1735:115-126

白田由香利 (2009) 「悩める学生のための経済・経営数学入門— 3 つの解法テクニックで数学アレルギーを克服! —」 共立出版

白田由香利・橋本隆子・飯高茂 (2012) 「感じて理解する数学入門— 身近な事例を動かして学ぶ—」 オライリージャパン、<https://www.oreilly.co.jp/books/9784873115641/>

2018年2月23日 受稿