

平成 29 年度博士学位論文

カルーツァ＝クライン・グラビトンの
現象論的研究

お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科 理学専攻

山下 公子

平成30年3月

目次

第I部	導入	1
1	概要	1
2	論文の構成	3
第II部	余剰次元模型	5
3	標準理論におけるゲージ階層性問題	6
4	大きな余剰次元模型	7
4.1	ゲージ階層性問題の解決方法と新たな階層性問題	8
4.2	ブレーン上に局在した場の作用	12
4.3	KKグラビトンとSM粒子との結合、KKグラビトンの質量・伝搬関数	14
5	ランドール＝サンドラム模型	18
5.1	RS模型の計量	18
5.2	ゲージ階層性問題の解決方法	26
5.3	KKグラビトンとSM粒子との結合、KKグラビトンの質量・伝搬関数	28
第III部	LHCでの準実光子交換過程を用いた余剰次元模型への制限	30
6	陽子・陽子衝突実験	30
6.1	大型ハドロン衝突型加速器 (LHC)	30
6.2	LHCにおける前方検出器設置計画	32
7	中間状態にカルーツァ＝クライン・グラビトンを含む散乱過程	34
8	数値解析に基づいたシグナル／バックグラウンド・イベントの評価	37
8.1	シグナルとバックグラウンドの横運動量分布の比較	38
8.2	多重衝突事象によるバックグラウンド	41
8.3	運動学的分布とイベントのカット	46

9	モデルパラメータへの制限	50
10	前方検出器でのカルーツァ＝クライン・グラビトンの探索	52
第IV部 カルーツァ＝クライン・グラビトンを媒介とした暗黒物質模 型へのLHCからの制限		55
11	暗黒物質を媒介するカルーツァ＝クライン・グラビトン	55
12	カルーツァ＝クライン・グラビトンの生成と崩壊	60
12.1	カルーツァ＝クライン・グラビトンの生成	61
12.2	カルーツァ＝クライン・グラビトンの崩壊	63
13	横方向消失エネルギー探索からの制限	68
14	共鳴探索からの制限	75
15	結論と考察	79
第V部 結論と考察		82
付録A 記法		94
付録B リーマン曲率テンソル、クリストッフェル記号、リッチテンソル、スカ ラー曲率		94
付録C 横運動量		94
付録D 擬ラピディティ 自著、修士論文より転載 [37]		95
付録E 等価光子近似と光子分布関数		96
付録F 共鳴探索からの制限に用いたデータについて-リキャスティング		97

要旨

素粒子標準理論 (Standard Model。以下、SM と呼ぶ) は重力相互作用以外の 3 つの相互作用の下での素粒子の振る舞いと、質量を与える機構であるヒッグス機構について記述するものである。追検証や独立な実験グループでの確認を伴うような信頼度の高い実験において、これまでに SM との深刻な差異は見つかっていない。一方で SM の枠組みでは説明に限りがあり、解かれていない問題や現象がある。本研究では、それらのうち、ゲージ階層性問題に焦点をあて、その解決策となる余剰次元模型に着目する。さらに暗黒物質を含むように拡張した余剰次元模型にも着目する。

SM において電磁相互作用と弱い相互作用は電弱相互作用として統一的に記述される。ゲージ階層性問題とは、古典論ではこの電弱相互作用のエネルギースケールである TeV スケールと、重力相互作用を特徴付ける 10^{18} GeV のスケールとの間に大きな隔たりがある事、量子論としてはその大きな隔たりを原因として SM の枠組みでヒッグス・ボソンの質量の量子補正を考えた時に不自然な微調整が必要とされる事を指す。余剰次元模型はゲージ階層性問題を余分な空間次元 (余剰次元) の導入により説明する。電弱相互作用に対する重力の弱さは、重力のみが余剰次元方向に伝搬することで説明される。また SM のカットオフスケールが電弱相互作用と同じ TeV スケールとなるため、ヒッグス・ボソンの質量の微調整問題がなくなる。余剰次元模型では余剰次元方向にグラビトンが伝搬することに起因し、質量を持つスピン 2 の粒子であるカルーツァ=クライン・グラビトン (Kaluza-Klein graviton。以下、KK グラビトンと呼ぶ) の存在を预言する。

暗黒物質とは、重力相互作用はするが光学的に観測されない物質であり、銀河の回転曲線をはじめとする観測事実からその存在が認められている。暗黒物質の探索はされているものの、未だに発見に至っていない。暗黒物質が未発見である理由の 1 つとして、SM 粒子と暗黒物質が媒介粒子を介してのみ相互作用するため、それらの素粒子反応過程における散乱断面積は抑制されていると考えることができる。暗黒物質の性質として確かなことは重力相互作用をすることであるため、KK グラビトンを暗黒物質とも相互作用すると考えることは自然である。本研究では、KK グラビトンを SM 粒子のみではなく、暗黒物質とも相互作用すると拡張した模型に着目した。この場合、暗黒物質は KK グラビトンを媒介として SM 粒子と相互作用をする。

本学位論文は大きく分けて 2 つの部分から成る。始めに、大型ハドロン衝突型加速

器 (Large Hadron Collider。以下、LHC と呼ぶ) への設置が検討されている前方検出器を用いた、KK グラビトンの探索可能性を調べた。前方検出器は LHC において始状態に光子を含む散乱過程の取り扱いを可能とする。余剰次元模型として大きな余剰次元模型 (Arkani-Hamed-Dimopoulos-Dvali 模型。以下、ADD 模型と呼ぶ) とランドール・サンドラム模型 (Randall-Sundrum 模型。以下、RS 模型と呼ぶ) に注目した。次に RS 模型を暗黒物質模型へと拡張した模型に対し、LHC 実験の結果を用いてモデルパラメータへの制限を求めた。

将来計画の前方検出器を用いた散乱過程として $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/gX$ に着目した。ここで p は陽子、 γ は光子、 q はクォーク、反クォーク、 g はグルーオン、 X は観測しない粒子群を指す。LHC の重心系エネルギー 14 TeV、積分ルミノシティ 200/fb の場合を想定した。ADD 模型のモデルパラメータであるカットオフ Λ_T に対する下限は 6.3 TeV となった。一方で、CMS 実験の研究グループによる最近 (2017 年 3 月) の解析結果 (LHC の重心系エネルギー 13 TeV、積分ルミノシティ 2.6/fb) では $\Lambda_T = 9.4$ TeV もの強い下限を与えている。RS 模型は 2 つモデルパラメータがあり、KK グラビトンの質量 m_Y とスケールパラメータ Λ である。 $m_Y = 2.0$ (0.5) TeV に対し $\Lambda = 5.2$ (13) TeV の下限となった。

次に、RS 模型における KK グラビトンを媒介とした暗黒物質模型へ着目し、本模型への制限を求めた。RS 模型における KK グラビトンを媒介とした暗黒物質模型へはシグナル、1) KK グラビトンの共鳴状態、2) KK グラビトンが暗黒物質ならびにニュートリノへ崩壊する、横方向消失エネルギー + モノジェット/マルチジェットの 2 種類の散乱過程に注目しモデルパラメータへの制限を調べた。1) の共鳴探索では光子対、レプトン対を崩壊先とした場合の制限が最も強く、重心系エネルギー 8 TeV、13 TeV の LHC における ATLAS 実験、CMS 実験の結果を用いて $m_Y = 100$ GeV~1 TeV では Λ はおよそ 100 TeV 以上、 $m_Y = 2$ TeV では $\Lambda = 54$ TeV、 $m_Y = 4$ (4.5) TeV では $\Lambda = 10$ (6) TeV もの強い下限を得た。2) の横方向消失エネルギー + モノジェット/マルチジェットからのモデルパラメータへの制限はこれらの制限よりも弱いことを明らかにした。

前方検出器を用いた RS 模型のモデルパラメータへの制限は、上述 1) の共鳴状態をシグナルとした場合での制限よりも弱い。本研究で注目した散乱過程では、前方検出器による ADD 模型や RS 模型の KK グラビトン探索は有効ではない。多重衝突事象によるバックグラウンドの増加が 1 つの要因として考えられる。また KK グラビトンを中間状態とした t チャンネル散乱過程に着目したが、TeV スケール質量の KK グラビト

ンを包含する RS 模型においては、KK グラビトンの共鳴状態 (s チャンネル) をシグナルとする方が散乱断面積は大きい。実際、項目 1) の共鳴状態をシグナルとした場合の RS 模型へのモデルパラメータへの制限が強いことを確認した。また、暗黒物質模型へと拡張した RS 模型では、KK グラビトンの光子やレプトンへの相互作用が抑制された場合のみ、それらへ崩壊する共鳴シグナルがなくなるため、横方向消失エネルギー + モノジェット/マルチジェット過程が、KK グラビトンの低質量領域で有効な制限を与える。

Phenomenology of the Kaluza-Klein Graviton

Kimiko YAMASHITA

The Standard Model (SM) describes behavior of quantum fields under three fundamental interactions and the Higgs mechanism. The SM explains experimental results well. On the other hand, there are unresolved problems and phenomena, which the SM cannot explain. Among them, we focus on the gauge hierarchy problem and dark matter in this thesis. Extra dimensional models, the large extra dimensional model by Arkani-Hamed, Dimopoulos, and Dvali (ADD), and the warped extra dimensional model by Randall and Sundrum (RS), are candidates for solving the gauge hierarchy problem. We focus on these models, and an extended RS model containing dark matter. These extra dimensional models predict massive spin-2 particles, Kaluza-Klein gravitons (KK gravitons) due to gravity propagating in the extra dimension(s) and compactification of extra dimension(s).

First, we studied constraints on the parameter space of the ADD model and the RS model by considering the forward detectors at the Large Hadron Collider (LHC). Second, we focused on the RS model with dark matter particles, and constrained this model by using current results of ATLAS and CMS experiments at the LHC. Finally, we compared these constraints.

The forward detectors can indirectly observe processes that include the photon as an initial state. When a proton emits quasi-real photons, it does not decay into partons and can be detected by the forward detector. In this way, the forward detector can be used to determine whether the “intact” proton process occurred or not. However, pile-up effects can involve other processes in which the proton decays into partons. We also consider this effect, and constrain the extra-dimensional models accordingly. We focus on the process, $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/gX$, where p is a proton, γ is a photon, q is a quark or anti-quark, g is a gluon, and X indicates unmeasured and unspecified particles. We assume the p - p collision at center of mass energy of 13 TeV, and an integrated luminosity 200/fb at the LHC. We found that the cut-off scale for the ADD model is $\Lambda_T = 6.3$ TeV at 95% confidence level. Current results (March, 2017) by the CMS group (13 TeV LHC with an integrated luminosity 2.6/fb) give a stronger constraint of $\Lambda_T = 9.4$ TeV at a 95% confidence level. In the RS model, for the first excited KK graviton $m_Y = 2.0$ (0.5) TeV, the scale parameter $\Lambda = 5.2$ (13) TeV is a lower limit.

In the RS model with dark matter particles, the KK graviton is a mediator between dark matter particles and SM particles. Dark matter particles have not yet been discovered at current experimental sensitivities. So far, only gravitational interactions have been attributed to dark matter, so we have considered KK gravitons in an extra-dimensional model as a possible mediator. We considered, (1) resonance of the KK graviton decaying into SM particles (resonance searches), and (2) KK gravitons decaying into dark matter and neutrinos with mono/multi jet(s) (missing energy searches) as signals, and then we determined constraints using current results from the LHC. For (1) the KK gravitons decaying into photons and leptons cases gave the strongest constraint. Using current results from the ATLAS and CMS experiments at the LHC, with the center of mass energies of 8 TeV and 13 TeV, the constraints for Λ are, $\Lambda \gtrsim 100$ TeV for $m_Y = 100\text{GeV} \sim 1$ TeV, $\Lambda = 54$ TeV for $m_Y = 2$ TeV, and $\Lambda = 10$ (6) TeV for $m_Y = 4$ (4.5) TeV. (2) involves searches with missing energy, and this gives weaker constraints than the resonance searches in (1).

Constraints on the RS model parameters from the forward detectors are weaker than the constraints determined from the resonance signal of (1). For the scattering process we have focused on, KK graviton searches of the ADD model and the RS model via the forward detectors are not adequate. One reason is the background enhancement caused by pile up events. Another reason is that we focused on t-channel processes with a KK graviton propagator but that KK graviton resonance (s-channel) can have large scattering cross sections for the RS model with TeV scale KK graviton mass. In fact, we confirmed the KK graviton resonance signal (1) gave the strongest constraints on the RS model parameters. For the RS model, when KK graviton interactions with photons and leptons are suppressed, missing energy searches (2) can be competitive for low mass regions of the KK graviton.

第 I 部 導入

始めに、第 1 章で本学位論文の概要を述べる。次に、第 2 章で本論文の構成を述べる。

1 概要

現在までに発見されてきた素粒子の相互作用は、重力相互作用、電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用である。この内、電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用は素粒子標準理論 (Standard Model。以下、SM と呼ぶ) により記述される。SM に於いて電磁相互作用と弱い相互作用は電弱相互作用として統一的に記述される [1, 2, 3]。

SM に含まれるヒッグス・ボソンは、欧州原子核研究機構 (CERN) に設置されている大型ハドロン衝突型加速器 (Large Hadron Collider。以下、LHC と呼ぶ) を用いて 2012 年に発見された [4, 5]。このヒッグス・ボソンが SM の最後の未発見粒子であった。ヒッグス・ボソンが中心の役割を果たすメカニズムであるヒッグス機構が確認された。

一方で、素粒子標準理論のみでは完全に記述できない未解決な事象がある。本論文ではゲージ階層性問題、暗黒物質に着目し、余剰次元模型からのアプローチを行う [6, 7]。

ゲージ階層性問題をエネルギースケールの観点と場の量子論の観点から以下に記述する。エネルギースケールの観点からは、この問題は電弱相互作用のエネルギースケール (ヒッグス場の真空期待値 $v \sim 100 \text{ GeV}$) と重力相互作用のエネルギースケール (換算プランク質量 $\overline{M}_{\text{Pl}} \sim 10^{18} \text{ GeV}$) 間の大きな隔たり $\frac{v}{\overline{M}_{\text{Pl}}} \sim 10^{-16}$ の説明がされていない事を指す。場の量子論の観点からは、これら 2 つの電弱相互作用と重力相互作用のエネルギースケールが安定して共存する事を SM が保証していない問題の事を指す。ヒッグズボソンの質量はヒッグス場の真空期待値と同じオーダーである。このヒッグス・ボソン質量への量子補正を SM の理論で考えたとき非常に大きな補正項となる。この量子補正は理論の適用限界であるカットオフスケールの 2 乗に比例する。カットオフは換算プランク質量 $\sim 10^{18} \text{ GeV}$ もしくは大統一理論のスケールである $\sim 10^{16} \text{ GeV}$ であるため、SM ではヒッグス・ボソンの質量は理論的に不安定といえる。

余剰次元模型は 3 次元を超える余分な空間次元 (余剰次元) を導入し、重力のみが余剰次元方向に伝搬することでゲージ階層性問題を説明する。有限の大きさにコ

コンパクト化された余剰次元へグラビトンが伝搬することに起因し、質量を持ったスピン2の粒子であるカルーツァ＝クライン・グラビトン (Kaluza-Klein graviton。以下、KK グラビトンと呼ぶ) の存在を预言する。本研究では大きな余剰次元模型 (Arkani-Hamed-Dimopoulos-Dvali 模型。以下、ADD 模型と呼ぶ) [8] とランドール・サンドラム模型 (Randall-Sundrum 模型。以下、RS 模型と呼ぶ) [9] に注目する。

暗黒物質とは、重力相互作用をするが光学的に観測されていない物質である。質量を持つ未知の物質として銀河の回転曲線をはじめとした観測事実からその存在が認められている。この暗黒物質の探索はされているものの、未だに発見に至っていない。この理由の1つとして、暗黒物質はSM粒子と媒介粒子を介してのみ相互作用するため、それらの素粒子反応過程における散乱断面積は抑制されているという理由を考えることができる。本研究では、KK グラビトンをSM粒子のみではなく、暗黒物質とも相互作用すると拡張したRS模型 [10, 11] に着目した。この場合、暗黒物質はKK グラビトンを媒介としてSM粒子と相互作用をする。暗黒物質の性質として確かなことは重力相互作用をすることであるため、KK グラビトンを暗黒物質とも相互作用すると考えることは自然である。

LHCは陽子と陽子を衝突させる加速器である。本研究ではLHCで建設が検討されている前方検出器を用いたKKグラビトンの探索可能性を検証した [6]。前方検出器は陽子と陽子の反応過程において、パートン化する事なかった陽子をほぼビーム方向に沿った前方で検出する検出器である。この前方検出器はLHCにおいて始状態に光子を含む散乱過程の取り扱いを可能とする。散乱過程として $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/g$ に着目した。ここで p は陽子、 γ は光子、 q はクォーク、反クォーク、 g はグルーオン、 X は観測しない粒子群を指す。LHCの重心系エネルギー14 TeV、積分ルミノシティ200/fbの場合を想定した。本散乱過程においてKKグラビトンの中間状態とする過程がシグナルとなる。SMとの差異がなかった場合を想定し、ADD模型、RS模型それぞれのモデルパラメータに対し制限を求めた。

次にRS模型を暗黒物質模型へと拡張した模型に対し、LHC実験の結果を用いてモデルパラメータへの制限を求めた [7]。シグナルとしては1) KKグラビトンの共鳴状態、2) KKグラビトンが暗黒物質ならびにニュートリノへ崩壊する、横方向消失エネルギー+モノジェット/マルチジェットの2種類に注目した。そして互いのシグナルにおけるモデルパラメータへの制限の違いを議論した。

最後に本研究で注目したシグナル、前方検出器での散乱過程（ADD 模型、RS 模型）、KK グラビトンの共鳴状態（RS 模型、暗黒物質模型へと拡張した RS 模型）、横方向消失エネルギー＋モノジェット/マルチジェット（暗黒物質模型へと拡張した RS 模型）について総括する。

2 論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。盛んに研究されている余剰次元模型、ADD 模型と RS 模型を本研究では対象とし、第 II 部で、それらの余剰次元模型について紹介する。まず、第 3 章では SM におけるゲージ階層性問題について議論する。

第 4 章では ADD 模型について紹介する。第 4.1 節で ADD 模型がゲージ階層性問題の解決方法となること、一方で新たな階層性問題が現れることを紹介する。第 4.2 節ではブレーン上に局在した場の作用について、第 4.3 節では KK グラビトンと SM 粒子との結合、KK グラビトンの質量、KK グラビトンの伝搬関数について紹介する。

第 5 章では RS 模型について紹介する。第 5.1 節では RS 模型の計量をアインシュタイン方程式から求める。第 5.2 節で RS 模型がゲージ階層性問題をどのように解決するかを紹介し、第 5.3 節で RS 模型における KK グラビトンと SM 粒子との結合、KK グラビトンの質量、KK グラビトンの伝搬関数について紹介する。

次に第 III 部で前方検出器を用いた LHC での準実光子交換過程を用いた余剰次元模型への制限について議論する。第 6 章では、第 6.1 節で LHC の紹介をし、第 6.2 節で LHC における前方検出器設置計画について紹介する。第 7 章で注目する散乱過程を先行研究との違いを含めて説明する。

第 8 章では数値解析に基づいたシグナル・イベント、バックグラウンド・イベントの評価を行う。第 8.1 節でシグナルとバックグラウンドの横運動量分布の比較をし、第 8.2 節で多重衝突事象によるバックグラウンドの議論をする。第 8.3 節では運動学的分布とそれに基づいてイベントのカットをどのように行ったのかを述べる。

第 9 章ではこれまでの章に基づいた ADD 模型、RS 模型へのモデルパラメータへの制限の結果を述べる。

第 10 章では前方検出器での KK グラビトンの探索可能性について述べる。

第 IV 部では RS 模型を拡張した、KK グラビトンを媒介とした暗黒物質模型への LHC からの制限について議論する。まず、第 11 章で本模型についての導入を述べる。

第12章ではKKグラビトンのLHCでの生成と崩壊について議論する。第12.1節でKKグラビトンの生成について、第12.2節でKKグラビトンの崩壊について調べた結果を述べる。

第13章では横方向消失エネルギー＋モノジェット/マルチジェット探索からの、RS模型におけるKKグラビトンを媒介とした暗黒物質模型へのLHCからの制限を述べる。

第14章ではKKグラビトンの共鳴探索からの、RS模型におけるKKグラビトンを媒介とした暗黒物質模型へのLHCからの制限を述べる。

第15章では、横方向消失エネルギー＋モノジェット/マルチジェット探索とKKグラビトンの共鳴探索を比較し、総括する。

第V部では本論文での結論と考察を述べる。

第II部

余剰次元模型

余剰次元とは、縦横高さの3次元空間以外の余分の空間次元のことを指す。余剰次元は観測と矛盾しないために、大きな（無限の）体積から有限の体積へとコンパクト化されていると考える*¹。余剰次元模型は図1に示したように様々な模型がある [13]。

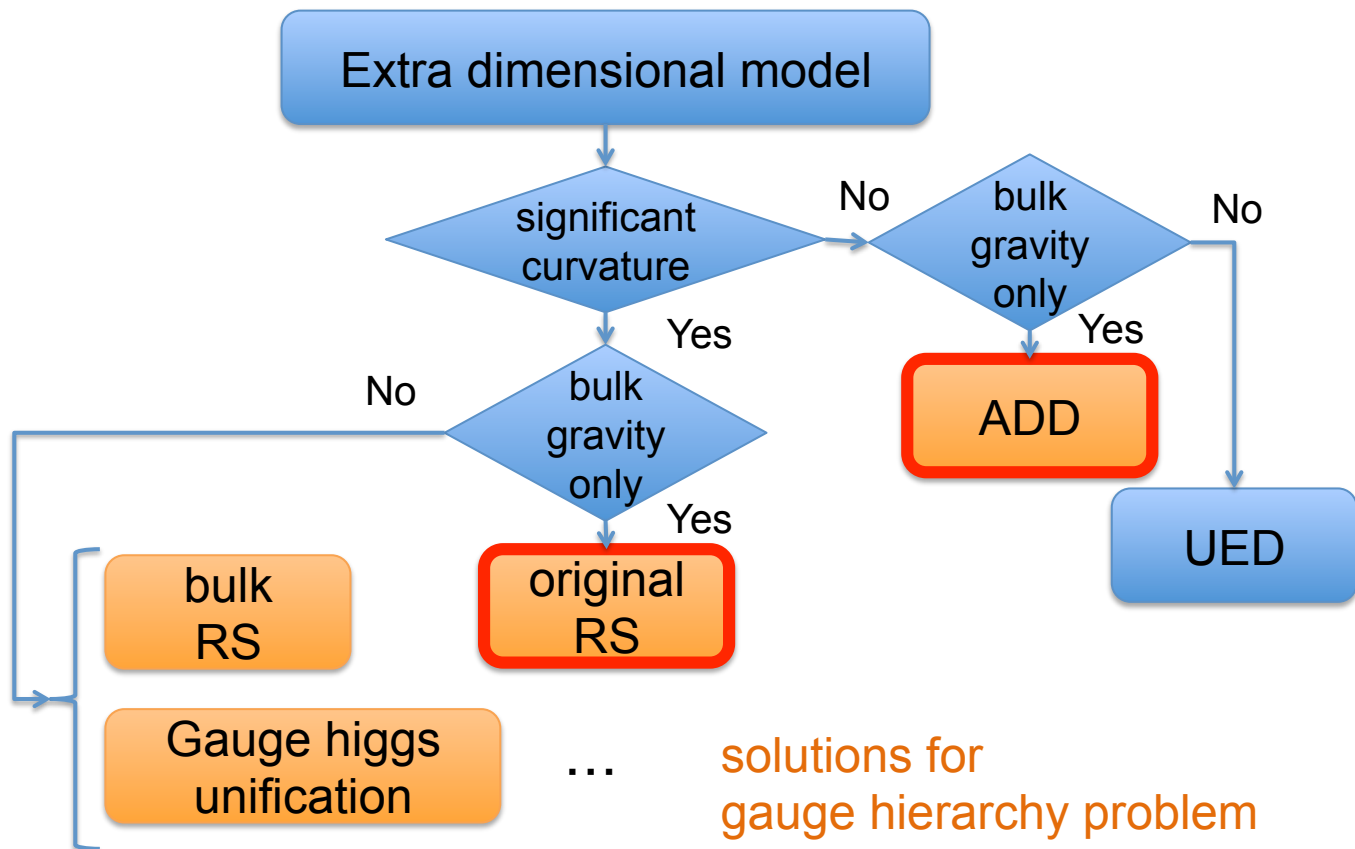


図1 余剰次元模型

図1中では余剰次元方向への計量が平坦か歪曲しているかどうかで分類し、次に余剰次元方向に伝搬する場が重力のみか、SM場も伝搬するかどうかで分類した。

図1中の「ADD」は大きな余剰次元模型（Arkani-Hamed-Dimopoulos-Dvali 模型。以下、ADD 模型と呼ぶ）[8]、「original RS」はランドール＝サンドラム模型（Randall-Sundrum 模型。以下、RS 模型と呼ぶ）[9]、「bulk RS」はバルク（余剰次元を含めた全空間）に、重力以外のSM場も存在するように拡張したRS模型、「Gauge higgs unification」はゲージ・ヒッグス統一理論を指し、ヒッグス粒子の起源をゲージ粒子とした理論である[14]。これらのADD模型、RS模型、bulk RS模型、ゲージ・ヒッグス統一理論はゲージ階層性問題の解決策となる。図1中の「UED」は universal extra dimension の略称であり、SM粒子

*¹ 観測と矛盾せずにコンパクト化の半径を無限大にすることを理論的に可能とした、非コンパクトな余剰次元模型 [12] もあるが、本研究ではこの模型については扱わない。

はバルクの中を伝搬する [15]。ゲージ階層性問題は未解決のまま残るが、暗黒物質の候補を (KK モードとして) 含むという特徴を持つ。ある対称性 (KK パリティ) により崩壊せず安定な粒子を含むため、その粒子を安定、もしくは長寿命である暗黒物質として考えることができる。

本研究では、図 1 中の太い赤枠で囲った ADD 模型、(original) RS 模型に着目する。ゲージ階層性問題に焦点を当て、重力のみが余剰次元方向へ伝搬する模型である。これらの余剰次元模型は、重力が余剰次元方向に伝搬すると考えることで、SM における電弱相互作用に対する重力の弱さを説明する。SM 粒子の場合は 4 次元時空上のブレーンに局在しており、余剰次元方向へ伝搬する場は考えない*2。

これらの余剰次元模型は、カルーツァ=クライン・グラビトンという質量を持ったスピンのモードである粒子を预言する。さらに、RS 模型は、暗黒物質とカルーツァ=クライン・グラビトンの相互作用項を含むように自然に拡張でき、ゲージ階層性問題の解決策となるだけでなく、暗黒物質物理へのアプローチとしても有効な模型と言える (第 IV 部)。

第 II 部では、第 3 章で素粒子標準理論 (Standard Model。以下、SM と呼ぶ) におけるゲージ階層性問題について説明する。次に、この問題の解決策となる 2 つの余剰次元模型、ADD 模型と RS 模型を、それぞれ第 4 章、第 5 章で紹介する。

3 標準理論におけるゲージ階層性問題

ゲージ階層性問題をエネルギースケールの観点と場の量子論の観点から以下に記述する。エネルギースケールの観点からは、この問題は電弱相互作用のエネルギースケール (ヒッグス場の真空期待値 $v \sim 100$ GeV) と重力相互作用のエネルギースケール (換算プランク質量 $\overline{M}_{\text{pl}} \sim 10^{18}$ GeV) 間の大きな隔たり $\frac{v}{\overline{M}_{\text{pl}}} \sim 10^{-16}$ の説明がされていない事を指す。16 桁もの隔たりのある 2 つのエネルギースケールが以下のラグランジアンを構成し

$$\mathcal{L}_{SM}(v) + \mathcal{L}_{GR}(\overline{M}_{\text{pl}}) \quad (3.0.1)$$

となっている。ここで、 $\mathcal{L}_{SM}(v)$ は電弱相互作用を記述するラグランジアン、 $\mathcal{L}_{GR}(\overline{M}_{\text{pl}})$ は重力相互作用を記述するラグランジアンである。

*2 既述したように余剰次元方向にも SM 粒子の場がある拡張された模型 [15, 16] もあるが、本研究ではこれらの模型については扱わない。

重力相互作用の大きさは、ニュートン定数

$$G_N \sim \frac{1}{M_{\text{pl}}^2} \quad (3.0.2)$$

で特徴付けられる。電弱相互作用の大きさはフェルミ定数

$$G_F \sim \frac{1}{v^2} \quad (3.0.3)$$

で特徴付けられる。よって、 $G_N \ll G_F$ となっており、なぜ重力相互作用の大きさは電弱相互作用の大きさと比較して余りに小さいのかという問いを考えることができる。

場の量子論の観点からは、これら2つの電弱相互作用と重力相互作用のエネルギースケールが安定して共存する事をSMが保証していない問題の事を指す。ヒッグス・ボソンの質量の自乗項 m_h^2 はヒッグス場の真空期待値の2乗と同じオーダーである。このヒッグス・ボソン質量への量子補正をSMの理論で考えたとき非常に大きな補正項となる。この量子補正はナイーブに言って、理論の適用限界であるカットオフの2乗に比例する。このカットオフは換算プランク質量 $\sim 10^{18}$ GeV もしくは大統一理論のスケールである $\sim 10^{16}$ GeV である。SMの量子補正では、このカットオフスケールのオーダーの2乗の量の差から、ヒッグス・ボソンの質量スケールの2乗という非常に小さな量（ \sim ヒッグス場の真空期待値 $v \sim 100$ GeV の2乗）を生み出しているということになる。このように不自然なファイン・チューニングを行っていると考えなければならないことが、ゲージ階層性問題のもう1つの側面である。

これらの古典的（エネルギースケールの観点）、場の量子論的（ファイン・チューニングの問題）なゲージ階層性問題を解決するためにはSMを超えた物理の理論が必要である。

4 大きな余剰次元模型

本章ではADD模型をレビューする [13, 17, 18, 19, 20, 21]。ADD模型の余剰次元の計量は平坦である。現在までの観測と矛盾がないように、余剰次元は共通の半径 r_D の円にコンパクト化されていると考える。SM場は空間の中に存在する3次元のブレーン上に局在している。ブレーンの張力などは無視する。第4.1節でゲージ階層性問題との関連についてレビューし、第4.2節では、ブレーン上に局在したSM場の作用を確認する。

余剰次元模型では、コンパクト化された余剰次元方向に重力が伝搬するため、零質量だけではなく質量を持ったスピン2のモードであるカルーツァ＝クライン・グラビ

トン (Kaluza-Klein graviton。以下、KK グラビトンと呼ぶ) が複数現れる。第 4.3 節では、それらのグラビトンのモード (以下、KK モードと呼ぶ) と SM 粒子との相互作用、KK モードの質量、KK モードの伝搬関数を確認する。

4.1 ゲージ階層性問題の解決方法と新たな階層性問題

記法は付録 A に従う。本模型では、余剰次元を δ 個導入する。重力のみがこの余剰次元へ伝搬すると考える。余剰次元を半径 r_D の円周 S^1 の δ 個の直積であるトーラス $T^\delta = \underbrace{S^1 \times S^1 \times \cdots S^1}_{\delta \text{ 個}}$ とする。 $\delta = 1$ 、つまり余剰次元が S^1 の時は図 2 のようになる。我々

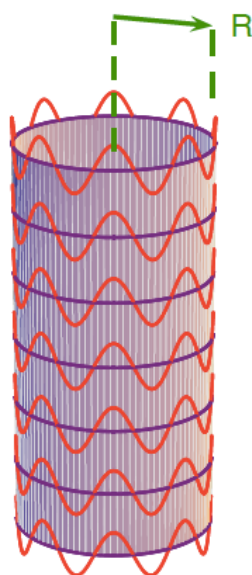


図 2 S^1 の余剰次元の時を表す。余剰次元半径 R は $R = r_D$ である。我々の世界 (空間 3 次元) はシリンダーの表面 (の垂直方向の線) に対応し、シリンダーの中や外に物理的な意味はない。出典: Eduardo Ponton 著 [13]

の世界 (空間 3 次元) は図 2 のシリンダーの表面 (の垂直方向の線) に対応し、シリンダーの中や外に物理的な意味はない。 $\delta = 2$ 、つまり余剰次元がトーラス T^2 の時は図 3

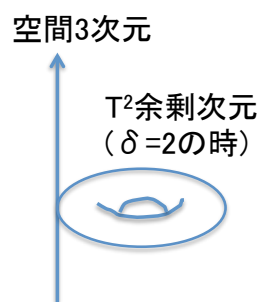


図 3 T^2 の余剰次元の時を表す

のようになる。

ブレーンの張力などが無視できると仮定し、アインシュタイン方程式の解として得

られる余剰次元の計量は平坦とすると世界距離 ds の2乗 ds^2 は

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - r_D^2 d^2\theta_1 - r_D^2 d^2\theta_2 \cdots - r_D^2 d^2\theta_\delta \quad (4.1.1)$$

となる。

ADD 模型に入る前に、まず4次元時空について復習をする。4次元空間でのアインシュタイン・ヒルベルト作用は

$$S_{\text{EH}} = -\frac{\bar{M}_{\text{pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{|g|} R \quad (4.1.2)$$

である。ここで、 g は計量テンソルの行列式 $g = \det(g_{\mu\nu})$ 、 R はスカラー曲率、換算プランク質量 (reduced Planck mass) $\bar{M}_{\text{pl}} = 1/\sqrt{8\pi G} = M_{\text{pl}}/\sqrt{8\pi} \sim 10^{18}$ GeV であり、 G は万有引力定数、 M_{pl} はプランク質量である。

スカラー曲率の質量次元 $[R] = 2$ である事を以下に説明する。スカラー曲率は、

$$R = g^{\mu\nu} R^\kappa_{\mu\kappa\nu} \sim g^{\mu\nu} \Gamma^\kappa_{\eta\kappa} \Gamma^\eta_{\mu\nu} \sim g^{\mu\nu} (g^{\kappa\rho} \partial_\rho g_{\eta\kappa}) (g^{\eta\xi} \partial_\xi g_{\mu\nu}), \quad (4.1.3)$$

ここで、 $R^\kappa_{\mu\kappa\nu}$ はリーマン曲率テンソルの2つの脚の縮約を取ったリッチテンソルであり、クリストッフェル記号を $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ で表した。計量は質量次元零なので、したがって式 (4.1.3) より微分 (質量次元1) を2つ含む分の質量次元2がスカラー曲率 R の質量次元となる。このことは空間次元が増えても同様であり、余剰次元におけるスカラー曲率 $R^{(4+\delta)}$ の質量次元は $[R^{(4+\delta)}] = 2$ である。リーマン曲率テンソル、クリストッフェル記号、リッチテンソル、スカラー曲率の定義は付録Bに与えている。

話を ADD 模型に戻して、余剰次元を含む $4+\delta$ 次元時空へアインシュタイン・ヒルベルト作用を拡張する。空間次元が増える分の質量次元のズレを $4+\delta$ 次元におけるプランク質量 \bar{M}_D で補う。 \bar{M}_D の大きさは4次元での換算プランク質量 \bar{M}_{pl} と一般には異なる。 $4+\delta$ 次元空間でのアインシュタイン・ヒルベルト作用 $S_{4+\delta}$ を以下のように仮定する：

$$S_{4+\delta} = -\frac{\bar{M}_D^{2+\delta}}{2} \int d^{4+\delta}x \sqrt{|g^{(4+\delta)}|} R^{(4+\delta)}, \quad (4.1.4)$$

ここで、今はトーラス上には平坦な計量が起きていると仮定しているので、 $4+\delta$ 次元の計量は以下ようになる：

$$g_{MN}^{(4+\delta)} = \begin{pmatrix} \eta_{\mu\nu} & & & \\ & -1 & & 0 \\ & & -1 & \\ 0 & & & \ddots \\ & & & & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.1.5)$$

よって、

$$\begin{aligned} |g^{(4+\delta)}| &= |\det(g_{MN}^{(4+\delta)})| \\ &= |g| (= |\det(\eta_{\mu\nu})|), \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

ここで、 $\eta_{\mu\nu}$ は平坦なミンコフスキー4Dの計量である。式(4.1.4)では、作用が無次元なのでスカラー曲率の質量次元 $[R^{(4+\delta)}] = 2$ (前述) と $4+\delta$ 次元での微小体積の質量次元 $[d^{4+\delta}x] = -4-\delta$ の和 $-2-\delta$ から質量次元 $2+\delta$ が必要となる。このことより、式(4.1.4)で $4+\delta$ 次元におけるプランク質量 \overline{M}_D のべきが $2+\delta$ と決まる。

4次元時空の量との比較を行うので、余剰次元を含んだ一般的なスカラー曲率 $R^{(4+\delta)}$ の計算は4次元計量 $\eta_{\mu\nu}$ からの揺らぎ $\kappa h_{\mu\nu}$ 、ただし $\kappa = 2\overline{M}_D^{-1-\delta/2}$ 、の寄与を考えれば良く

$$ds^2 = (\eta_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu})dx^\mu dx^\nu - r_D^2 d^2\theta_1 - r_D^2 d^2\theta_2 \cdots - r_D^2 d^2\theta_\delta, \quad (4.1.7)$$

$4+\delta$ 次元でのスカラー曲率 $R^{(4+\delta)}$ 、4次元スカラー曲率 R は、計量の揺らぎ h から計算され、 $R^{(4+\delta)} = R$ と等しくなる [17]。

また、 $d^{4+\delta}x = r^\delta d^4x (d\theta_1 \cdots d\theta_\delta)$ なので、式(4.1.4)は

$$S_{4+\delta} = -\frac{\overline{M}_D^{2+\delta}}{2} \int_0^{2\pi} d\theta_1 \cdots \int_0^{2\pi} d\theta_\delta r_D^\delta \int d^4x \sqrt{|g|} R \quad (4.1.8)$$

となる。式(4.1.2)と式(4.1.8)を比較し、

$$\overline{M}_{\text{pl}}^2 = \overline{M}_D^{2+\delta} (2\pi r_D)^\delta \equiv r_D^\delta M_D^{2+\delta} \quad (4.1.9)$$

を得る。よって、余剰次元のコンパクト化半径 r_D は、 $4+\delta$ 次元におけるプランク質量 (余剰次元での基本スケール) M_D と換算プランク質量 \overline{M}_{pl} を用いて

$$r_D = \frac{1}{M_D} \left(\frac{\overline{M}_{\text{pl}}}{M_D} \right)^{\frac{2}{\delta}} \quad (4.1.10)$$

と表される。

$M_D \sim 1 \text{ TeV}$ と仮定し、 $\overline{M}_{\text{pl}} = 2.4 \times 10^{18} \text{ GeV}$ を用いると、 $\delta = 1, 2, 3, \dots, 6$ に対し、 $r_D \sim 10^9 \text{ km}, 0.5 \text{ mm}, 3.5 \text{ nm}, \dots, 26 \text{ fm}$ となる。余剰空間次元 $\delta = 1$ の場合は天文単位 $\sim 10^9 \text{ km}$ ほどとなり、排除される。余剰次元方向へ重力が伝搬されることによるニュートンの万有引力の法則での力の大きさ $\sim 1/(\text{距離})^2$ からのズレは観測する半径 r が $r < r_D$ になった時に現れるからである。

一方で $\delta \geq 2$ の場合は、現在ならびに将来実験での探索が余剰次元半径 r_D や余剰次元の基本スケール M_D への制限を与える [22]。 $\delta = 2$ の余剰次元の場合、最近の実験から

の制限は $r_D < 0.037 \text{ mm}$ である [22, 23]。これは式 (4.1.10) を用いて余剰次元の基本スケール $M_D > 3.6 \text{ TeV}$ に対応し、多少であるがエネルギースケールの階層性ができる。 $\delta = 2$ の場合、重力ポテンシャルの検証では $r_D \sim \mathcal{O}(0.01) \text{ mm}$ もの大きな余剰次元を禁止しないという事実は、この検証の困難さを現している。違う見方をすると、実験ではこのような大きな余剰次元の可能性を排除していない。ADD 模型はこのような大きな余剰次元の可能性に着目した模型である。

前述の際に仮定したように余剰次元の基本スケール M_D が TeV 領域にあるとすると、それは電弱スケールと同じエネルギースケールとなる。余剰次元まで空間を拡張したときの重力の基本スケールと電弱スケールとの隔たりがなくなり、ゲージ階層性問題は解決される。また SM のカットオフスケールも $\text{TeV} \sim$ 電弱スケールとなるので、不自然なファイン・チューニングは必要ない。

式 (4.1.9) にみるように、4次元時空でのプランクスケールは、余剰次元での基本スケールが余剰次元の体積 $V_\delta = (2\pi r_D)^\delta$ によって薄められることで実現されると理解できる。したがって次元数が大きいほど、並びに r_D が大きいほどこの薄まりの度合いは大きい。

新たな階層性問題

大きな余剰次元模型では、模型における基本スケールを電弱スケールと同じ $M_D \sim 1 \text{ TeV} \sim v$ とすることで、ゲージ階層性問題を解決できる。しかし一方でこの時、余剰次元半径のエネルギースケールは、余剰次元の数 $\delta = 2, 3, \dots, 6$ に対し、 $(r_D)^{-1} \sim 1 \text{ meV}, 100 \text{ eV}, \dots, 10 \text{ MeV}$ のオーダーとなり、 TeV スケールとの間に、15桁 \sim 5桁の新たな階層性が出てしまっていることが分かる。この階層性はゲージ階層性 (16桁) より小さいものの、決して無視できる大きさではない。このことは式 (4.1.9) から分かるように、余剰次元の基本スケール M_D を小さくするために、半径 r_D を大きくしているためである。 $M_D = \overline{M}_{\text{pl}}$ 、 $r_D = \overline{M}_{\text{pl}}^{-1}$ でも式 (4.1.9) は成立する。そこから M_D を \overline{M}_{pl} よりも小さくした分、 r_D は大きくなる。

一方、後に述べる RS 模型では、半径の逆数を含め全ての模型パラメータのスケールが、プランクスケールとなり、新たな階層性問題を引き起こさない。

このように ADD 模型はゲージ階層性問題へのアプローチとしては、大きな余剰次元

半径に起因した新たなエネルギー階層性を導入してしまうと意味において不完全である。しかし、ADD 模型は重力相互作用の精密測定の限界から、大きな余剰次元の存在の可能性を示すものであり、本模型の検証は必要である。

4.2 ブレーン上に局在した場の作用

余剰次元模型において、SM 場は自身が局在できるブレーンの揺らぎである。特に、3次元空間のブレーンのことを3-ブレーンと呼ぶ^{*3}。我々の観測する3次元空間の世界は3-ブレーンとして、余剰次元を含んだ全空間の中に埋め込まれる。この全空間のことをバルクと呼ぶ。

バルクでの記述は以下ようになる。3-ブレーンは平坦な4次元時空 \mathbb{R}^4 のうちの3次元空間に広がっているとし、余剰次元は δ 次元トーラス T^δ とする。バルクを含む全時空の座標を X^M ($M = 0, 1, 2, \dots, 3 + \delta$) と表す。4 + δ 次元の計量は $G_{MN}(X)$ とし、ブレーンの位置は $Y^M(x^\mu)$ とする。ここで、ブレーンの上に沿った座標が x^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) である。ブレーンから離れ、余剰次元方向に沿った座標は x^m ($m = 4, 5, 6 \dots, 3 + \delta$) とする。これらの座標を用いてバルクの中に埋め込まれたブレーンを表した図が図4である。

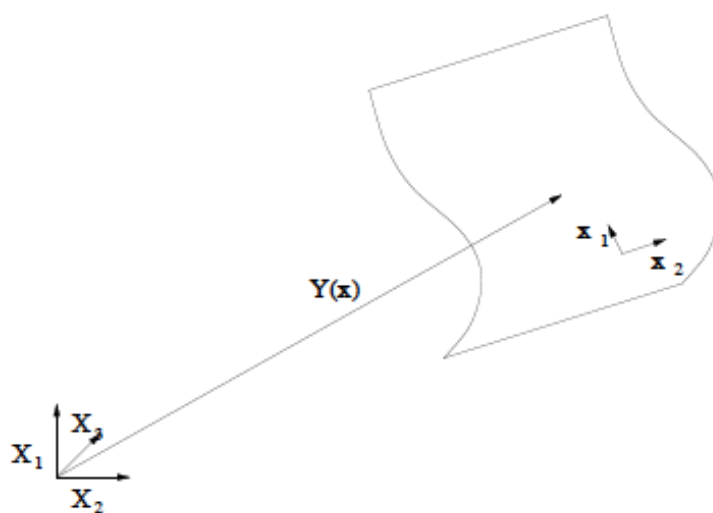


図4 バルクの中に埋め込まれたブレーン 出典：Csaba Csaki 著 [17]、Figure 1 より転載

このブレーン上に SM のスカラー場、ゲージ場、フェルミオン場は局在していることをこれから示す。これらの場の有効作用を書き下すためには、ブレーン上の計量を見出す必要がある。

^{*3} p 空間次元のブレーンのことを p -ブレーンと呼ぶ。1-ブレーンはひも状のブレーンであり、2-ブレーンは膜ブレーン、3-ブレーンが我々の観測する空間 3 次元のブレーンである。

ブレーン上の2点間の距離から計量を見出す。ブレーン上の2点の世界距離の2乗は、ブレーンの位置 $Y^M(x)$ を用いて

$$\begin{aligned} ds^2 &= G_{MN}(Y(x)) dY(x)^M dY(x)^N \\ &= G_{MN}(Y(x)) \frac{\partial Y^M}{\partial x^\mu} dx^\mu \frac{\partial Y^N}{\partial x^\nu} dx^\nu \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

である。よって、ブレーン上での計量は、

$$g_{\mu\nu} = G_{MN}(Y(x)) \partial_\mu Y(x)^M \partial_\nu Y(x)^N \quad (4.2.2)$$

となる。この上式(4.2.2)は任意のバルク背景場 $G_{MN}(X)$ 、任意のブレーンの位置と形状での、ブレーン上での計量である。

平坦な計量を持った空間に埋め込まれた平坦なブレーンの場合を考える。ADD模型はこの場合に相当する。平坦なブレーンが平坦な計量を持った時空に埋め込まれている時、バルクでの計量 $G_{MN}(X)$ ならびにブレーンの位置 $Y^M(x)$ は以下のように表すことができる：

$$\begin{aligned} G_{MN}(X) &= \eta_{MN}, \\ Y^M(x) &= \delta_\mu^M x^\mu. \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

よってブレーンの位置は、 $Y^0(x) = x^0, Y^1(x) = x^1, Y^2 = x^2, Y^3 = x^3, Y^4(x) = 0, \dots, Y^{3+\delta}(x) = 0$ となっている。

この時ブレーン上の計量 $g_{\mu\nu}$ は、4D ミンコフスキー計量となる：上式(4.2.3)を式(4.2.1)に代入し、

$$\begin{aligned} ds^2 &= \eta_{MN} \frac{\partial(\delta_\rho^M x^\rho)}{\partial x^\mu} dx^\mu \frac{\partial(\delta_\sigma^N x^\sigma)}{\partial x^\nu} dx^\nu \\ &= \eta_{MN} \delta_\rho^M \delta_\mu^\rho dx^\mu \delta_\sigma^N \delta_\nu^\sigma dx^\nu \\ &= \eta_{\rho\sigma} dx^\rho dx^\sigma \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

が得られる。ADD模型では、このような計量 $\eta_{\rho\sigma}$ （本来はアインシュタイン方程式の解として求められる）の周りでの揺らぎを考え、SM場とKKモードとの相互作用を求めればよい。

バルク（全空間）での作用は第4.1節で導入した高次元アインシュタイン・ヒルベルト作用とバルク宇宙定数 Λ_b を合わせて

$$S_{bulk} = - \int d^{4+\delta} X \sqrt{|G|} \left(\frac{\overline{M}_D^{\delta+2}}{2} R^{(4+\delta)} + \Lambda_b \right) \quad (4.2.5)$$

となる。

ブレーン上での作用については、以下のように考えられる。ブレーン上での作用は、バルク座標 X^M とブレーン上での x^μ それぞれの一般座標変換について不変な作用である。 x^μ の座標変換はブレーンの（表面）上でのパラメトライゼーションを変えることに相当し、物理的な意味はない。 x^μ の変換後も同じ物理を記述する。そのため、例えば以下のようなゲージ固定条件が必要となる：

$$Y^\mu(x) = x^\mu. \quad (4.2.6)$$

残りの δ の自由度 $Y^m(x)$ ($m = 4, 5, \dots, 3 + \delta$) は物理的な自由度に相当し、バルク上での余剰次元方向のブレーンの位置に相当する。作用を構築するには以下のように考える。ブレーン上の脚 μ はブレーン上の脚と縮約を取り、バルク上の脚 M はバルク上の脚と縮約を取りスカラーを作れば良い。例えば、 μ 1 つの脚を持つ場は、ブレーン上のベクトル、バルクでのスカラーであり、 M 1 つの脚を持つ場は、ブレーン上のスカラー、バルクでのベクトルである。 $g_{\mu\nu}$ はブレーン上のテンソル、バルクでのスカラーとなる。

ブレーン上での作用は以下のようなになる [17]。ブレーン上に局在した SM 場はブレーン上の脚 μ と縮約を取り、

$$S_{brane} = \int d^4x \sqrt{|g|} \left[-f^4 - R^{(4)} + \frac{g^{\mu\nu}}{2} D_\mu \Phi D_\nu \Phi - V(\Phi) - \frac{g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}}{4} F_{\mu\rho} F_{\nu\sigma} + \dots \right], \quad (4.2.7)$$

ここで、 f^4 はブレーンのエネルギー密度 (ブレーン張力) である、重力背景場 (計量) へのバックリアクションを無視するためには、プランクスケールに比べて十分に小さく取らなければならない。ADD 模型ではこの f^4 の項を無視していた。歪曲された背景場の RS 模型では、 f^4 の影響まで考える。

4.3 KK グラビトンと SM 粒子との結合、KK グラビトンの質量・伝搬関数

始めに ADD 模型における KK グラビトンと SM 粒子との結合について述べ、次に KK グラビトンの質量、最後に KK グラビトンの伝搬関数について紹介する。

KK グラビトンと SM 粒子との結合

グラビトンの様々な質量モードと SM 場の相互作用ラグランジアンを構築する。バルクグラビトンは背景重力場周りの揺らぎに対応する。ADD 模型ではブレーンのエネルギー密度等は十分小さいと仮定している。そのためアインシュタイン方程式の解と

して得られるバルク計量は平坦となる。

$$G_{MN} = \eta_{MN} + \frac{1}{\overline{M}_D^{\frac{\delta}{2}+1}} h_{MN} \quad (4.3.1)$$

G_{MN} は無次元なので、揺らぎは $[h_{MN}] = \frac{\delta}{2} + 1$ の質量次元を持つ。ここに h_{MN} は重力場、 $\overline{M}_D^{\frac{\delta}{2}+1}$ は h_{MN} の質量次元を合わせる為の係数である。係数のベキで揺らぎの質量次元が決まる。 h_{MN} の質量次元並びに式 (4.3.1) の係数のベキは以下のようにして分かる。 h_{MN} の運動項がラグランジアン²の質量次元 $[\mathcal{L}] = 4 + \delta$ を再現するように場 h_{MN} の質量次元を決め、付随してその係数のベキを決めた。スカラー場を例に取ってみると分かりやすい。運動項 $\mathcal{L}_{kin} \sim \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$ の質量次元を考える。 $4 + \delta$ 次元のラグランジアンなので $[\mathcal{L}_{kin}]$ の質量次元は $[\mathcal{L}_{kin}] = 4 + \delta$ 、また $[\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi] = 2[\phi] + 2$ より、

$$\begin{aligned} 4 + \delta &= 2[\phi] + 2 \\ \therefore [\phi] &= 1 + \frac{\delta}{2}. \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

と場 ϕ の $4 + \delta$ 時空での質量次元が決まる。

グラビトンの場合は、高次元アインシュタイン・ヒルベルト作用のラグランジアンへ式 (4.3.1) を代入し M_D の 0 次 (h の 2 次) までの近似を取った Fierz-Pauli ラグランジアンに従う。このラグランジアンは $\partial h \partial h$ の項を含むため [21]、スカラー場の場合と同様の議論で $[h^{MN}] = 1 + \frac{\delta}{2}$ と分かる。

平坦なブレーンが平坦な時空に埋め込まれている時、式 (4.2.2)、式 (4.2.3) よりブレーン上の計量は

$$g_{\mu\nu}(x) = G_{\mu\nu}(x_\mu, x^m = 0) \quad (4.3.3)$$

である。

次に、4D の作用を考える。SM 場の作用は

$$S = \int d^4x \mathcal{L}_{SM} \sqrt{|g|} (g_{\mu\nu}, \Psi, A, \dots) \quad (4.3.4)$$

である。この作用には計量が含まれている。この計量の背景場からの揺らぎのグラビトン $h_{\mu\nu}$ と SM 場の結合をこの作用から取り出す。 $h_{\mu\nu}$ の 1 次の場合、エネルギー・運動量テンソルの定義を考えれば、この相互作用は容易に得られる。エネルギー・運動量テンソルの定義は

$$\sqrt{|g|} T^{\mu\nu} = \frac{\delta \mathcal{L}_{SM}}{\delta g_{\mu\nu}} \quad (4.3.5)$$

である。

上式 (4.3.5) と式 (4.3.1)、式 (4.3.3) より、相互作用ラグランジアンは

$$S_{int} = \int d^4x T^{\mu\nu} \frac{h_{\mu\nu}(x_\mu)}{\bar{M}_D^{\frac{\delta}{2}+1}} \quad (4.3.6)$$

と分かり、グラビトンと SM 粒子との結合が得られた。

次に、式 (4.3.6) の $h_{\mu\nu}(x)$ は質量 0 のグラビトンと、質量を持った KK グラビトンの和で表される事を以下に示す。グラビトンのモード展開は以下のように表される：

$$h_{MN}(x, y) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{k_\delta=-\infty}^{\infty} \frac{h_{MN}^{\vec{k}}(x)}{\sqrt{V_\delta}} e^{\frac{\vec{k} \cdot \vec{y}}{r_D}}, \quad (4.3.7)$$

ここで $y^m \equiv x^m$ 、余剰次元はトーラス T^δ のコンパクト化されているので、その体積は $V_\delta = (2\pi R)^\delta$ である。ブレーン上の座標を $y^m = 0$ として、上式を、相互作用ラグランジアンである式 (4.3.6) へ代入すると、

$$S_{int} = \int d^4x T^{\mu\nu} \left(\sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{k_\delta=-\infty}^{\infty} \frac{h_{\mu\nu}^{\vec{k}}(x_\mu)}{\bar{M}_D^{\frac{\delta}{2}+1} \sqrt{(2\pi R)^\delta}} \right) \quad (4.3.8)$$

となる。ここで、式 (4.1.9) を用いて

$$S_{int} = \int d^4x T^{\mu\nu} \left(\sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{k_\delta=-\infty}^{\infty} \frac{h_{\mu\nu}^{\vec{k}}(x_\mu)}{\bar{M}_{\text{pl}}}} \right) \quad (4.3.9)$$

である。 $\frac{1}{\bar{M}_{\text{pl}}}$ で結合するゼロ・モードと質量を持つ無数の KK モードが足し合わさり、式 (4.3.6) のように $\frac{1}{\bar{M}_D^{\frac{\delta}{2}+1}}$ の結合の強さ (\bar{M}_D は TeV スケール) となっていることが分かる。

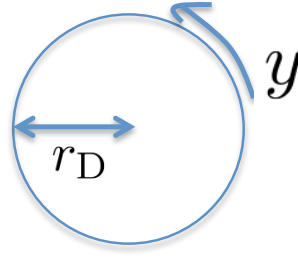
KK グラビトンの質量

ADD 模型では、零質量のグラビトンであるゼロ・モードから、質量を持つ複数の KK モード (KK タワーと呼ぶ) が等間隔の質量差で存在する。単純化のために、余剰次元は 1 つ、着目する場合はスカラー・ボソンの場合で質量を持つ機構を以下に説明する。なお、クライン・ゴールドン方程式は全てのスピンの場が満たすべきアインシュタインの関係を表しているものなので、このスカラー・ボソンの場合での議論は KK グラビトンの場合にも適応できる [19]。図 5 のように余剰次元は半径 r_D の S^1 にコンパクト化されている。 y は余剰次元方向とする。この時、場に対して以下の周期的境界条件が成立する：

$$\phi(x, y) = \phi(x, y + 2\pi r_D). \quad (4.3.10)$$

よって場を以下のようにフーリエ展開できる：

$$\phi(x, y) = \frac{1}{2\pi r_D} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \phi^{(n)}(x) e^{i \frac{ny}{r_D}}. \quad (4.3.11)$$



$$\phi(x, y) = \phi(x, y + 2\pi r_D)$$

図5 S^1 にコンパクト化された余剰次元

この場は以下のクライン・ゴールドン方程式を満たさなければならない：

$$(\partial_\mu \partial^\mu + \partial_y \partial^y) \phi(x, y) = 0. \quad (4.3.12)$$

式 (4.3.11) をクライン・ゴールドン方程式 (4.3.12) に代入して

$$\left(\partial_\mu \partial^\mu - \left(\frac{n'}{r_D} \right)^2 \right) \phi^{(n')}(x) = 0 \quad (n' = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (4.3.13)$$

が成り立たなければならない。このようにして n' 番目の KK モードの、4次元の世界から見た質量 $m_{n'}$ は

$$m_{n'} = \frac{|n'|}{r_D} \quad (4.3.14)$$

であることが分かる。式 (4.3.13) で $n' = 0$ の場合が質量の持たないゼロモードに対応し、 $n' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ の場合が質量を持つ（無数の）KK グラビトンに対応する。

質量差 Δm は式 (4.3.13)、式 (4.1.10)、 $M_{\text{pl}} \sim 10^{18}$ GeV を用いて

$$\begin{aligned} \Delta m &= \frac{1}{r_D} = M_D \left(\frac{M_D}{M_{\text{pl}}} \right)^{\frac{2}{\delta}} \\ &= \left(\frac{M_D}{\text{TeV}} \right)^{\frac{\delta+2}{2}} 10^{\frac{12\delta-30}{\delta}} \text{ eV} \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

となる。

KK グラビトンの伝搬関数

複数の KK グラビトン (KK モード) が寄与する伝搬関数を考える。本節で見たように 1 つの KK モードの相互作用は $\frac{1}{M_{\text{pl}}}$ で抑制されている。しかし、式 (4.3.15) で例えば $\delta = 4$ 、 $M_D \sim \text{TeV}$ の時、等間隔の質量差は $\Delta m \sim 20$ keV であり、TeV スケールの加速器実験では複数の KK モードの寄与を足し合わせなければならない。カットオフパラメータ Λ_T を導入して次のように伝搬関数を表す：

$$\frac{1}{M_{\text{pl}}^2} \sum_n \frac{1}{q^2 - m_n^2} \equiv \frac{4\pi}{\Lambda_T^4} \quad (\delta > 2), \quad (4.3.16)$$

ここで、 m_n は n 番目の KK モードの質量である [20] ^{*4}。カットオフ Λ_T はストリング理論の観点からは $\Lambda_T < M_D$ の関係となる [20]。よって実験による制限として Λ_T の下限を求める事ができれば、それは M_D の下限を求めた事になる。ADD 模型のモデルパラメータは M_D に対応した Λ_T である。

5 ランドール=サンドラム模型

本章では RS 模型をレビューする [13, 17, 18, 19, 20, 21]。RS 模型は、余剰次元を 1 つ持つ 5 次元時空の余剰次元模型である。ADD 模型の場合と同様に、現在までの観測と矛盾がないように、余剰次元は有限の大きさにコンパクト化されていると考える。結果、RS 模型に於いても、コンパクト化された余剰次元に重力が伝搬するため、零質量のグラビトンだけではなく、質量を持ったグラビトンのモードである KK グラビトンが複数現れる。KK グラビトンの質量は、ADD 模型の場合と異なり TeV スケールの質量を预言する。

第 5.1 節で RS 模型の計量をアインシュタイン方程式から求め、第 5.2 節でゲージ階層性問題の解決方法を述べ、第 5.3 節で KK グラビトンと SM 粒子との相互作用、KK グラビトンの質量、KK グラビトンの伝搬関数を紹介する。

5.1 RS 模型の計量

ADD 模型と違い、RS 模型に於いて半径はプランクスケール（の逆数）程に小さくコンパクト化されている。RS 模型の 5 次元方向への 4 次元計量は ADD 模型の場合と異なる。この計量が、プランクスケール程にコンパクト化された小さな半径であるのにも拘らず、RS 模型がゲージ階層性問題を解決することを可能とする。

本節では、RS 模型の計量をアインシュタイン方程式から求める。

始めに、5 次元目の空間のコンパクト化について述べる。5 次元目の余剰次元は S^1/Z_2 オビフォールドにコンパクト化されている（図 6）。余剰次元の座標を y とする。 $-\infty < y < \infty$ の y でパラメトライズされた無限の線 \mathbb{R} の無限に広がる余剰次元から出発し、コンパクト化をしていく。まず、 $y \rightarrow y + 2\pi r_D$ と同一視することで円周 S^1 を得る。ADD 模型の余剰次元はこの場合に相当する。RS 模型ではさらに $Z_2 : y \rightarrow -y$ の射影を行う事で $S^1 \rightarrow S^1/Z_2$ の線 $[0, \pi r_D]$ の余剰次元を得る。結果、5 次元目の座標 y は周期性と

^{*4} このカットオフスキームは Giudice-Rattazzi-Wells (GRW) の方法である [20]。他の方法として Han-Lykken-Zhang (HLZ) [21] や Hewett [25] の方法がある。詳細は参考文献 [26] を参照のこと。

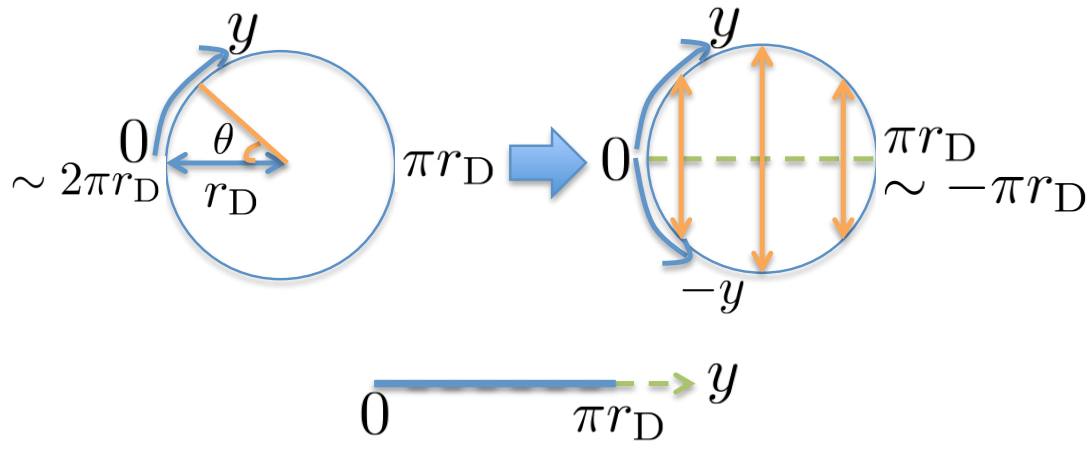


図6 S^1/Z_2 オビフォルドにコンパクト化された余剰次元

折り返し $Z_2: y \rightarrow -y$ を合わせた同一視である

$$y \sim -y + 2\pi n r_D (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5.1.1)$$

を満たす。上式 (5.1.1) より Z_2 変換で固定される2点 $y = 0$ ($n = 0$ のとき)、 $y = \pi r_D$ ($n = 1$ のとき) があり、それぞれ半線の $[0, \pi r_D]$ の端に対応する。これらオビフォルドの固定点は、5次元時空で眺めると4次元時空に広がった固定面となる。

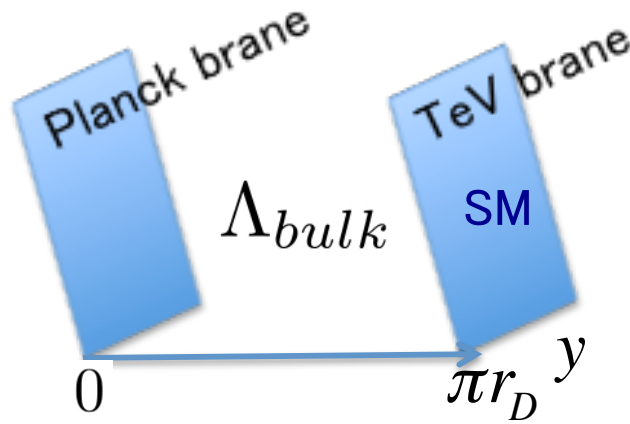


図7 余剰次元方向 y と2つのブレーンを示す。TeV ブレーン上に SM 場が局在している

この4次元に広がった固定面上にブレーンの世界面がある (図7)。 $y = r_D$ に位置するブレーンを TeV ブレーンと呼び (IR ブレーンとも呼ぶ)、このブレーン上に SM 場が局在している。 $y = 0$ に位置するブレーンを Planck ブレーンと呼ぶ (UV ブレーンと呼ぶこともある)。

ADD 模型ではブレーンのエネルギー密度 (張力) は小さいと仮定し、ブレーンの背景場へのバックリアクションは無視をする近似をとった。RS 模型ではブレーンの持つエネルギー密度を取り入れる。その結果、周りの時空が曲げられてしまう。しかし、バルク宇宙項 Λ_{bulk} のある高次元時空を考えることでバルク宇宙項による効果とブレーン

ン張力による効果が相殺し、余剰次元上の点 $y = y_i$ での4次元時空は平坦となる。そこでアインシュタイン方程式の解の計量として以下を仮定し、後にアインシュタイン方程式を満たすことを確認する：

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x, y)dx^\mu dx^\nu - dy^2. \quad (5.1.2)$$

上式 (5.1.2) では4次元時空の計量 $g_{\mu\nu}(x, y)$ が y にも依存する。こういった計量を非因子型の計量 (non-factorizable metric) と呼ぶ。 V_0 を $y = 0$ でのブレーン (Planck ブレーン) のエネルギー密度、 V_1 を $y = \pi r_D$ でのブレーン (TeV ブレーン) のエネルギー密度、バルクのエネルギー密度 (宇宙項) を Λ_{bulk} とすると、

$$\frac{V_0}{12M_D^3} = k = -\frac{V_1}{12M_D^3}, k = \sqrt{\frac{-\Lambda_{bulk}}{12M_D^3}} \quad (5.1.3)$$

の関係が成立するとき、静的 (時間に依存しない) かつ平坦 (4次元時空に依存しない) ブレーン上の計量の実現されることがアインシュタイン方程式を解くと分かる。アインシュタイン方程式の解として得られる計量は

$$ds^2 = e^{-2k|y|}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2 \quad (5.1.4)$$

となる。 $e^{-k|y|}$ を歪曲因子 (歪曲因子、warp factor) と呼ぶ。この計量 (5.1.4) の意味する

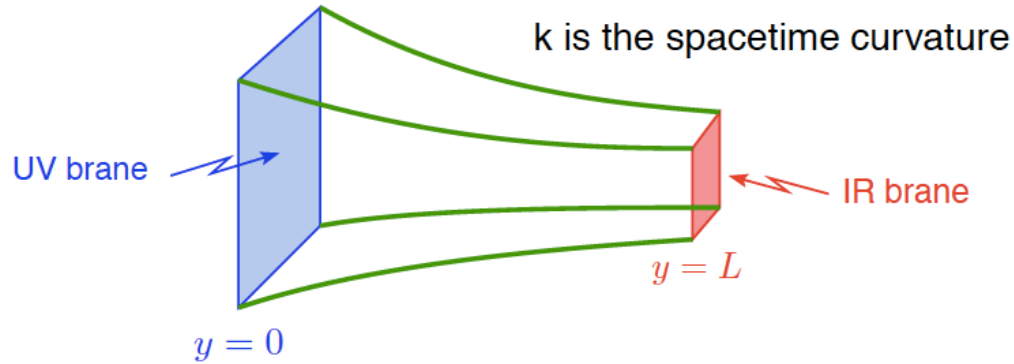


図8 $L = \pi r_D$ である。3+1次元は平坦であるが、余剰次元方向 y に沿って x^μ 方向の計量が変わる。出典：Eduardo Ponton 著 [13]

ことを図8に示す。4次元時空である3+1次元は平坦であるが、余剰次元方向 y に沿って x^μ 方向の計量が変わっていく。計量を

$$ds^2 = e^{-A(y)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2 \quad (5.1.5)$$

から始め、式 (5.1.4) のように $A(y) = 2k|y|$ となることを、アインシュタイン方程式から確かめる。

求めやすいように、座標変換 $z = f_1(y)$ をする。

$$e^{-A(z)/2}dz = dy \quad (5.1.6)$$

となるように関数 $f_1(y)$ を選べば、式 (5.1.5) は以下のように書ける：

$$ds^2 = e^{-A(z)}(\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dz^2), \quad (5.1.7)$$

ここで、式 (5.1.5) における $A(y)$ の y を z で書き換えた関数を、新たに $A(z)$ と定義し直した。

式 (5.1.7) の計量 g_{MN} は、平坦な計量 η_{MN} と共形変換で関係付けられた共形的平坦 (conformally flat) な計量である。共形変換とは、変換後にあるスケールをかけると変換前の計量を再現するような変換である。この変換は長さを変えるが角度（形）は変えない。式 (5.1.7) の計量 g_{MN} は平坦な計量 η_{MN} と以下の共形変換で関係付けられる：

$$g_{MN} = e^{-A(z)}\eta_{MN}. \quad (5.1.8)$$

計量 g_{MN} と計量 \tilde{g}_{MN} の間に上式のような関係：

$$g_{MN} = e^{-A(z)}\tilde{g}_{MN}. \quad (5.1.9)$$

がある時、計量 g_{MN} 、 \tilde{g}_{MN} それぞれで計算されたアインシュタイン・テンソル $G_{MN} = R_{MN} - 1/2g_{MN}R$ は関数 A を用いて関係付けられる：

$$G_{MN} = \tilde{G}_{MN} + \frac{D-2}{2} \left[\frac{1}{2}\tilde{\nabla}_M A \tilde{\nabla}_N A + \tilde{\nabla}_M \tilde{\nabla}_N A - \tilde{g}_{MN}(\tilde{\nabla}_K \tilde{\nabla}^K A - \frac{D-3}{4}\tilde{\nabla}_K A \tilde{\nabla}^K A) \right]. \quad (5.1.10)$$

ここで、アインシュタイン・テンソル \tilde{G}_{MN} と共変微分 $\tilde{\nabla}$ は計量 \tilde{g}_{MN} を用いて計算され、アインシュタイン・テンソル G_{MN} は計量 g_{MN} に基づく。今、 $\tilde{g}_{MN} = \eta_{MN}$ と対応するので、 $\tilde{G}_{MN} = 0$ 、 $\tilde{\nabla} \rightarrow \partial_M$ となる。5次元時空を考えているので $D=5$ である。この場合、アインシュタイン・テンソルは比較的容易に計算ができ、式 (5.1.10) を用いて

$$G_{55} = \frac{3}{2}A'^2 \quad (5.1.11)$$

$$G_{\mu\nu} = -\frac{3}{2}\eta_{\mu\nu}(-A'' + \frac{1}{2}A'^2) \quad (5.1.12)$$

となる。ここで、 A' は z での微分を表す。アインシュタイン・テンソルの他の成分は0となる。このアインシュタイン・テンソル G_{MN} は5次元の全時空でのアインシュタイン方程式（バルク・アインシュタイン方程式）

$$G_{MN} = \kappa_5^2 T_{MN} \quad (5.1.13)$$

の左辺 G_{MN} である。 κ_5^2 は高次元でのニュートン定数 $G_{(4+1)}$ に対応し、

$$\kappa_5^2 = 8\pi G_{(4+1)} = \frac{1}{M_D^3} \quad (5.1.14)$$

で与えられる。ここで \overline{M}_D を5次元での基本スケールとして新たに定義した。5次元でのアインシュタイン・ヒルベルト作用にバルク宇宙項 Λ_{bulk} を加えた作用は

$$S = - \int d^5x \sqrt{g} \left(\frac{\overline{M}_D^3}{2} R + \Lambda_{bulk} \right) \quad (5.1.15)$$

である。5次元でのアインシュタイン方程式 $G_{MN} = \kappa_5^2 T_{MN}$ のエネルギー・運動量テンソル T_{MN} は作用 (5.1.15) バルク宇宙項の部分から成り、

$$\begin{aligned} T_{MN} &= \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\delta(-\sqrt{g}\Lambda_{bulk})}{\delta g^{MN}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{g}} (-1) \frac{\delta \sqrt{g}}{\delta g^{MN}} \Lambda_{bulk} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{g}} \right) \frac{\delta g}{\delta g^{MN}} \Lambda_{bulk} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{g}} \right) (-g g_{MN}) \Lambda_{bulk} \\ &= \frac{1}{2} \Lambda_{bulk} g_{MN}, \end{aligned} \quad (5.1.16)$$

ここで、 $dg = g g^{ik} dg_{ik} = -g g_{ik} dg^{ik}$ を用いた。アインシュタイン方程式 (5.1.13) のエネルギー・運動量テンソルに上式 (5.1.16) を代入して、(全時空での) アインシュタイン方程式は、

$$G_{MN} = \frac{1}{2\overline{M}_D^3} \Lambda_{bulk} g_{MN} \quad (5.1.17)$$

となる。このアインシュタイン方程式の (5,5) 成分からみていく。この方程式は、上式 (5.1.17)、式 (5.1.11)、式 (5.1.8) より、歪曲因子 $A(z)$ に関する方程式となり

$$\frac{3}{2} A'^2 = -\frac{1}{2\overline{M}_D^3} \Lambda_{bulk} e^{-A(z)}. \quad (5.1.18)$$

上式 (5.1.18) より、座標 z に依存した実数解 $A(z)$ はバルク宇宙定数が負、即ち $\Lambda_{bulk} < 0$ の時にのみ、得られることが分かる。これは、5次元時空全体は負のバルク宇宙項を持った反ド・ジッター空間 AdS_5 でないといけないという意味を持つ。バルク宇宙項 Λ_{bulk} が負の時、式 (5.1.18) は平方根を取ることができ

$$A' = \sqrt{-\frac{\Lambda_{bulk}}{3\overline{M}_D^3}} e^{-A/2} \quad (5.1.19)$$

を得る。上式を解くために $e^{-A(z)/2} = f$ と置き、 $f' = -f A'/2$ なので

$$\begin{aligned} -\frac{f'}{f^2} &= \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{\Lambda_{bulk}}{3\overline{M}_D^3}} \\ \frac{d(f^{-1})}{dz} &= \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{\Lambda_{bulk}}{3\overline{M}_D^3}} \\ \frac{d(f^{-1})}{dz} &= k, \end{aligned} \quad (5.1.20)$$

ここで、

$$k = \sqrt{-\frac{\Lambda_{bulk}}{12\overline{M}_D^3}} \quad (5.1.21)$$

である。よって、

$$\begin{aligned} f^{-1} &= kz + \text{const.} \\ e^{A/2} &= kz + \text{const.} \\ e^{-A(z)} &= \frac{1}{(kz + \text{const.})^2} \end{aligned} \quad (5.1.22)$$

が得られる。上式 (5.1.22) の const. は計量のある点 z で定めたとき、決定される。式 (5.1.7) に見るように、これは座標 (x^μ, z) の単位を同時にリスケールすることで吸収されるため、自由に決められる。 $e^{-A(0)} = 1 \leftrightarrow \text{const.} = 1$ とする。式 (5.1.22) は

$$e^{-A(z)} = \frac{1}{(kz + 1)^2} \quad (5.1.23)$$

となる。 S_1/Z_2 オビフォルド (図 6) を考えているので、解は $y \rightarrow -y$ 、式 (5.1.6) より $z \rightarrow -z$ の変換で対称になっていなければならない。RS 解と呼ばれる、求める計量は結局式 (5.1.23) を式 (5.1.7) へ代入して

$$ds^2 = \frac{1}{(k|z| + 1)^2} (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2) \quad (5.1.24)$$

となる。これで、アインシュタイン方程式の (5,5) 成分の解は見つかった。しかし、式 (5.1.12) を用いてアインシュタイン方程式 (5.1.17) の (μ, ν) 成分が満たされることを確認しなければならない。

式 (5.1.12) 右辺には $A''(z)$ が含まれている。その形は式 (5.1.23) を用いて

$$A(z) = -\ln \frac{1}{(k|z| + 1)^2}, \quad (5.1.25)$$

$$A'(z) = \frac{2k(u(z) - u(-z))}{1 + k|z|}, \quad (5.1.26)$$

$$A''(z) = -\frac{2k^2}{(1 + k|z|)^2} + \frac{4k\delta(z)}{1 + k|z|} \quad (5.1.27)$$

となる。ここで、 $u(z)$ はステップ関数であり

$$u(z) = \begin{cases} 0 & (z < 0) \\ 1 & (z \geq 0) \end{cases}$$

である。

式 (5.1.27) から分かるように $A''(z)$ はデルタ関数を含み、固定点 $z = 0$ ($y = 0$) で現れている。周期性より、もう片方の固定点 $z = z_1$ ($y = \pi r_D$) でもデルタ関数が出てくると考え

$$A''(z) = -\frac{2k^2}{(1 + k|z|)^2} + \frac{4k(\delta(z) - \delta(z - z_1))}{1 + k|z|} \quad (5.1.28)$$

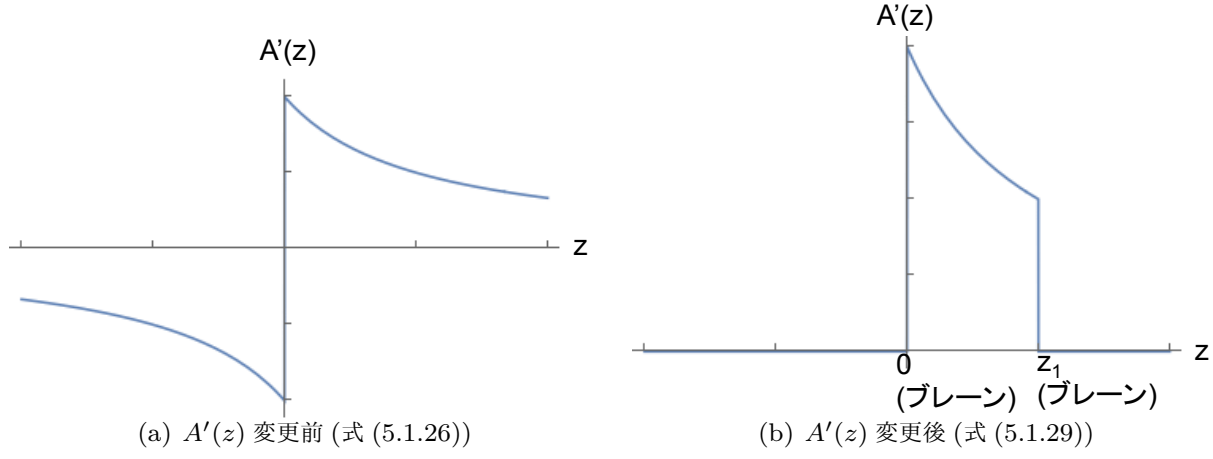


図9 $A'(z)$

とする。

式 (5.1.28) のこれらのデルタ関数は、固定点にあるブレーンの張力（エネルギー密度）を導入し、それらと打ち消し合う。このようにして、アインシュタイン方程式の $\mu\nu$ 成分を成立させることができることを以下に見る。式 (5.1.28) を成立させるように式 (5.1.26) を変更し、

$$A'(z) = \frac{2k(u(z) - u(-z))}{1 + k|z|} - \frac{2k(u(z - z_1) - u(-(z - z_1)))}{1 + k|z|} \quad (5.1.29)$$

とする。 $A'(z)$ に関して、変更前の式 (5.1.26) と変更後の式 (5.1.29) の関数形を比較すると、それぞれ図9(a)、図9(b) のようになる。

アインシュタイン・テンソルの $\mu\nu$ 成分は式 (5.1.12) の右辺に式 (5.1.29)、式 (5.1.28) を代入し、

$$G_{\mu\nu} = -\frac{3}{2}\eta_{\mu\nu} \left[\frac{4k^2}{(1 + k|z|)^2} - \frac{4k(\delta(z) - \delta(z - z_1))}{1 + k|z|} \right] \quad (5.1.30)$$

となる。上式第1項は、式 (5.1.21)、式 (5.1.24) より、

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2}\eta_{\mu\nu} \left(\frac{4k^2}{(1 + k|z|)^2} \right) &= \frac{1}{2\overline{M}_D^3} \Lambda_{bulk} \frac{\eta_{\mu\nu}}{(1 + k|z|)^2} \\ &= \frac{1}{2\overline{M}_D^3} \Lambda_{bulk} g_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (5.1.31)$$

である。アインシュタイン方程式 (5.1.17) の右辺、バルク宇宙項からのエネルギー・運動量テンソルの $\mu\nu$ 成分に一致した。式 (5.1.30) の第2項はブレーンの張力（エネルギー密度）に対応させる。 $z = 0 (y = 0)$ でのブレーンの張力を V_0 とし、第2項と消し合うエネルギー・運動量テンソルを求める。作用は

$$-\int d^4x \sqrt{|g_{brane}|} V_0 = -\int d^5x \frac{\sqrt{\det(g_{MN})}}{|g_{55}|} V_0 \delta(z), \quad (5.1.32)$$

ここで g_{brane} は $z=0(y=0)$ の4次元時空ブレーン上の計量である。この時、対応するエネルギー・運動量テンソルは式 (4.3.5) と同様の定義を用いて

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= -\frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\delta(\sqrt{\det(g_{\mu\nu})}V_0/|g_{55}|\delta(z))}{\delta g^{\mu\nu}} \\ &= \frac{1}{2|g_{55}|} g_{\mu\nu} V_0 \delta(z) \\ &= \frac{1}{2} \text{diag}(V_0, -V_0, -V_0, -V_0) e^{-A(z)/2} \delta(z) \end{aligned} \quad (5.1.33)$$

である。ここで計量 $g_{\mu\nu}$ は式 (5.1.24) を用いた。アインシュタイン方程式の $\mu\nu$ 成分が成立するためには、アインシュタイン・テンソルの $\mu\nu$ 成分である式 (5.1.30) の第2項 $G_{\mu\nu}^{(2)}$ とエネルギー・運動量テンソルの $\mu\nu$ 成分との間に、 $G_{\mu\nu}^{(2)} = T_{\mu\nu}/\overline{M}_D^3$ が成立すれば良い。そのためにはもう片方の固定点 $z=z_1$ でのブレーンの張力 V_1 を導入し、以下の関係式が成り立てば良く

$$-\frac{3}{2}\eta_{\mu\nu} \left[-\frac{4k(\delta(z) - \delta(z-z_1))}{1+k|z|} \right] = \frac{\eta_{\mu\nu}}{2\overline{M}_D^3} \left[\frac{V_0\delta(z) + V_1\delta(z-z_1)}{1+k|z|} \right] \quad (5.1.34)$$

となる。左辺がアインシュタイン・テンソルの $\mu\nu$ 成分である式 (5.1.30) の第2項、右辺がエネルギー・運動量テンソルに対応する。上式が成り立つためには、ブレーンの張力（エネルギー密度）の符号は逆になり、以下の関係式が成立し、

$$V_0 = -V_1 = 12k\overline{M}_D^3 \quad (5.1.35)$$

となる。

ここで、ブレーンの片方（Planck ブレーン）が正のエネルギー密度 V_0 を持ち、もう片方（TeV ブレーン）が負のエネルギー密度 V_1 を持つことについて少し述べておきたい。それぞれのブレーンのエネルギー密度の和は $V_0 + V_1 = 0$ となっている。片方のブレーン（TeV ブレーン）のエネルギー密度が負となっている。これはブレーンのエネルギー密度についての拘束条件が成り立つようにするために、 $A''(z)$ に加えるデルタ関数の符号を負に選んだことに起因する（式 (5.1.28) 参照）。この拘束条件は $A''(y)$ を S^1 で積分すると0になるという条件である。結果 $0 \propto V_0 + V_1$ が成立する。この拘束条件が満たされない場合、ブレーン上の4次元宇宙は指数関数的に膨張してしまう [27, 28]。

話を戻して、このようにして計量 (5.1.24) は S^1/Z_2 にオビフォルドにコンパクト化された余剰次元、負のバルク宇宙項、2つのブレーンのエネルギー密度（それぞれ正のエネルギー密度と負のエネルギー密度）の元でアインシュタイン方程式を満たすことが分かった。

式 (5.1.21) のように歪曲因子 k とバルク宇宙項 Λ_{bulk} は関係しており、結局式 (5.1.35) より

$$\Lambda = -\frac{V_0^2}{12\overline{M}_D^3}$$

$$V_1 = -V_0 \quad (5.1.36)$$

の関係がある。

共形的計量となる座標 z を使った RS 解を再び書くと

$$ds^2 = \frac{1}{(k|z|+1)^2}(\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dz^2) \quad (5.1.24)$$

である。上式 (5.1.24) と式 (5.1.6)、式 (5.1.7)、より

$$e^{-A(z)/2}dz = \frac{dz}{k|z|+1} = dy \quad (5.1.37)$$

となり、 $z=0$ に対応した点を $y=0$ として積分した $k|z| = e^{k|y|} - 1$ から、

$$\frac{1}{(k|z|+1)^2} = e^{-2k|y|} \quad (5.1.38)$$

となる。上式 (5.1.38) を式 (5.1.24) へ代入し、RS 計量はよく知られた形の以下のように書け

$$ds^2 = e^{-2k|y|}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2 \quad (5.1.39)$$

となる。

5.2 ゲージ階層性問題の解決方法

負のエネルギー密度を持ったブレーン上に SM 場が存在すると、RS 模型がゲージ階層性問題の解決策になることを以下に示す。

重力場のゼロモードと KK モードの局在化を決める方程式は、シュレーディンガー方程式の形に書き換えることができる。その方程式のポテンシャルは図 10 に示すように火山状の形となる。 $y=0$ でのデルタ関数的な引力ポテンシャルにより、1つだけ束縛状態（ゼロモード）が現れ、原点以外でのなだらかな斥力ポテンシャルのために、KK モード（励起状態）は原点から遠方に押しやられる [18]。ゼロモードが Planck ブレーン側に局在することで、TeV ブレーン側での重力は弱くなる。

RS 模型の基本スケールをプランクスケールとした時、電弱スケールは以下のようにして導出できる。場に質量を与えるヒッグス場 H のブレーン上での作用は

$$S^{Higgs} = \int d^4x \sqrt{|g^{brane}|} [g_{\mu\nu} \nabla^\mu H \nabla^\nu H - V(H)],$$

$$V(H) = \lambda [((H^\dagger H) - v_{Higgs}^2)^2] \quad (5.2.1)$$

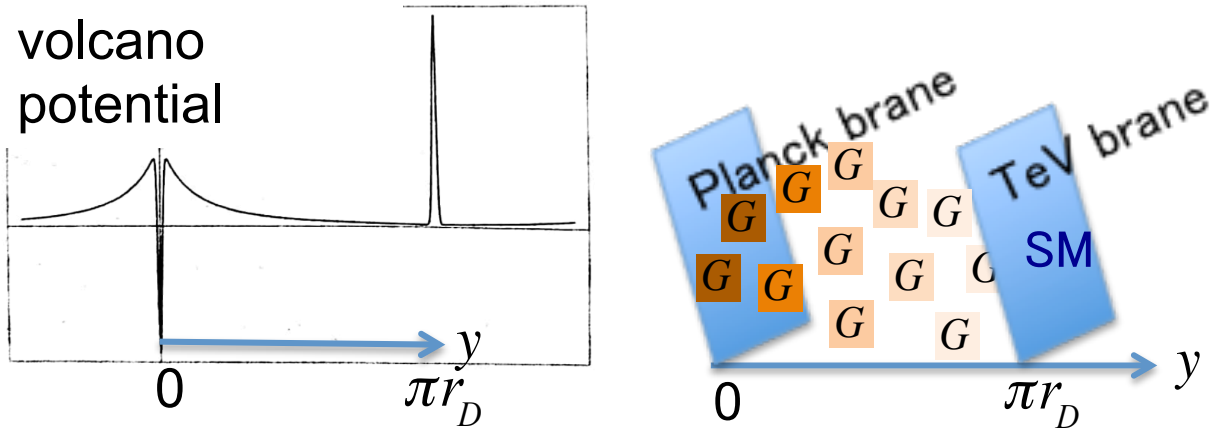


図 10 火山状ポテンシャル（左）とゼロモードが Planck ブレーン側に局所化している様子（右）を示す。左図では、デルタ関数をガウス型で代用してある。右図で色が濃いほど G （ゼロモードグラビトンを表した）の存在確率が高い。左図は、坂東、中野、共立出版（2001）[18] の図を元に著者が手を加え作成した

である。ここで、負のエネルギー密度を持ったブレーン上 $y = r_D\pi$ の計量は

$$g_{\mu\nu} = e^{-2kr_D\pi}\eta_{\mu\nu} \quad (5.2.2)$$

である。上式 (5.2.2) を式 (5.2.1) に代入し、ヒッグス場の作用は

$$S^{Higgs} = \int d^4x e^{-4kr_D\pi} [e^{2kr_D\pi}\eta_{\mu\nu}\partial^\mu H\partial^\nu H - \lambda(H^\dagger H - v_{Higgs}^2)^2] \quad (5.2.3)$$

となる。

運動項を $\eta_{\mu\nu}\partial^\mu H\partial^\nu H$ の形にするために場を再定義（正準規格化）する必要がある。ヒッグス場を $\tilde{H} = e^{-kr_D\pi}H$ と再定義すれば良い。再定義したヒッグス場を用いた作用は、

$$S^{Higgs} = \int d^4x [\eta_{\mu\nu}\partial^\mu \tilde{H}\partial^\nu \tilde{H} - \lambda(\tilde{H}^\dagger \tilde{H} - (e^{-kr_D\pi}v_{Higgs})^2)^2]. \quad (5.2.4)$$

再定義後の通常のヒッグス場の作用で表した時、始めに導入した真空期待値 v_{Higgs} は以下のように指数関数的に減少し、通常のヒッグス場の真空期待値 \tilde{v}_{Higgs} と関係付いている：

$$\tilde{v}_{Higgs} = e^{-kr_D\pi}v_{Higgs}. \quad (5.2.5)$$

よって負の張力を持ったブレーン上では、すべての場の質量スケールが指数関数的に減少した結果、オーダー \tilde{v}_{Higgs} の質量を持っていることがわかる。これは正の張力を持ったブレーン上 $y=0$ では起きないことである。

RS の 5 次元時空の基本スケールをプランクスケールとすると、質量スケール減少の起こらない、正の張力を持ったブレーンをプランク・ブレーン、一方で負の張力を持ったブレーンを TeV ブレーンと呼ぶ。バルクでの座標 y 方向の歪曲により、正の張力を

持ったブレーンから負の張力を持ったブレーンへ進むにつれ、エネルギー（質量）のレッド・シフトが起きる。

v_{Higgs} をプランクスケールにとると、式 (5.2.5) より $kr_D = \mathcal{O}(10)$ の時、 $\tilde{v}_{Higgs} \sim \text{TeV}$ スケールが実現される。

5次元時空の基本物理量 \overline{M}_D がプランクスケールならば、RS 模型でのパラメータ、5次元時空でのバルク宇宙定数 Λ_{bulk} 、（関連して V_0, k ）、半径 r_D 、最初に導入した“ベア”のヒッグスの真空期待値 v_{Higgs} 全てをプランクスケールにすることができる。式 (5.1.21)、式 (5.1.35) より、 M_D, Λ_{bulk} がプランクスケールのとき、 $k, V_0 = -V_1$ もプランクスケールとなっている。 $kr_D = \mathcal{O}(10)$ は必要であるが、この場合 k と $1/r_D$ は1桁のみの違いである。ゲージ階層性 $\overline{M}_{pl}/\text{TeV} \sim 10^{16}$ に比較すると小さい。

また、RS 模型でのスケールパラメータは SM のカットオフに対応すると考えることができ、 $\Lambda \sim m = e^{-kr_D\pi} v_{Higgs} = e^{-kr_D\pi} \overline{M}_{pl} \sim \text{TeV}$ であるため、ヒッグス・ボソン質量の量子補正で問題となる微調整（ファインチューニング）問題は起こらない。

このように、RS 模型は、歪曲因子により、余剰次元の大きさ $r_D\pi$ を小さく（逆数がプランクスケール）したまま、電弱スケールである TeV スケールを導く。ADD 模型のように、余剰次元の大きさが大きいことによる新たな階層性を作らない。

最後に5次元時空の基本物理量 \overline{M}_D がプランクスケールと置けることを確認する。計量周りでの揺らぎであるグラビトン考えた時、グラビトンを記述する5次元でのアインシュタイン・ヒルベルト作用は、

$$S = -\overline{M}_D^3 \int d^5x \sqrt{g} R^{(5)} \subset -\overline{M}_D^3 \int e^{-4k|y|} \sqrt{g^{(4)}} e^{2k|y|} R^{(4)} d^5x. \quad (5.2.6)$$

よって、4次元アインシュタイン・ヒルベルト作用と比較して

$$\overline{M}_{pl}^2 = \overline{M}_D^3 \int_{y=-kr_D\pi}^{y=kr_D\pi} e^{-2kr_D\pi|y|} dy = \frac{\overline{M}_D^3}{k} (1 - e^{-2kr_D\pi}). \quad (5.2.7)$$

今 $kr_D = \mathcal{O}(10)$ としたので、上式 (5.2.7) 最終式の第2項 $\sim -e^{-2kr_D\pi}$ は無視できる。上式 (5.2.7) より k をプランクスケールとした時、5次元時空の基本スケール \overline{M}_D はプランクスケールと取れることがわかった。

5.3 KK グラビトンと SM 粒子との結合、KK グラビトンの質量・伝搬関数

RS 模型における KK グラビトンと SM 粒子との相互作用ラグランジアンは、

$$-\frac{1}{\Lambda} T^{\mu\nu}(x) \sum_{n=1}^{\infty} h_{\mu\nu}^{(n)}(x), \quad (5.3.1)$$

ここで、 $T^{\mu\nu}$ は SM 場のエネルギー・運動量テンソルであり、 $h_{\mu\nu}^{(n)}$ は n 番目の KK モードである。また、 $\Lambda = e^{-kr_D\pi}\overline{M}_{\text{pl}} \sim \text{TeV}$ であり、全ての質量を持った KK グラビトンと SM 場の相互作用は TeV スケール $\frac{1}{\Lambda}$ で抑制される。

n 番目の KK モードの質量は以下の通りに与えられ [29]、

$$m_n = kx_n e^{-kr_D\pi} \quad (5.3.2)$$

となる。 x_n は次数 1 の第一種ベッセル関数 $J_1(x)$ の根である。言い換えると $J_1(x_n) = 0$ を満たす x_n であり、始めの 4 つの根は $x_1 \sim 3.83$ 、 $x_2 \sim 7.02$ 、 $x_3 \sim 10.17$ 、 $x_4 \sim 13.32$ である。よって、ADD 模型の場合とは異なり、1 番目、2 番目、3 番目... の KK モードの質量は等間隔で増えていかない。

不変振幅での KK グラビトン交換の寄与は、

$$\frac{1}{\Lambda^2} \sum_n \frac{1}{q^2 - m_n^2 + im_n\Gamma_n} \quad (5.3.3)$$

であり、 Γ_n は n 番目の KK モードの崩壊幅である。

RS 模型のパラメータは AdS 曲率に関する $\frac{k}{\overline{M}_{\text{pl}}} \equiv \beta$ と余剰次元半径 r_D の 2 種類である。 k 、 r_D を決めると他のパラメータは自動的に決まる。式 (5.2.7) より基本スケール \overline{M}_{pl} が決まり、式 (5.1.35) より V_0 、 V_1 、式 (5.1.21) より Λ_{bulk} 、式 (5.2.5) より“ベア”のヒッグスの真空期待値 v_{Higgs} が決まる。

モデルパラメータの組は $m_1(k, r_D) = kx_1 e^{-kr_D\pi} \equiv m_G$ や $\Lambda(k, r_D) = e^{-kr_D\pi}\overline{M}_{\text{pl}}$ を用いて、 (β, r_D) の代わりに (m_G, Λ) としたり、 m_G 、 β を用いて (m_G, β) としたりする事もできる。本研究ではモデルパラメータを (m_G, β) (第 III 部)、もしくは $(m_Y = m_G, \Lambda)$ (第 IV 部) とし、着目する散乱過程におけるモデルパラメータへの制限を求める。ここで、 β と Λ の関係に注目すると

$$\beta = \frac{m_G}{\Lambda x_1} \quad (5.3.4)$$

が成り立つため、 m_G を固定したとき、 β と結合定数 $\frac{1}{\Lambda}$ は比例関係にある。つまり Λ が小さく SM 場との結合が強いとき、歪曲因子に関連した β は大きくなる。

第 III 部

LHC での準実光子交換過程を用いた余剰次元模型への制限

大型ハドロン衝突型加速器 (Large Hadron Collider。以下、LHC と呼ぶ) への設置が検討されている前方検出器を用いた、KK グラビトンの探索可能性を調べる。前方検出器は LHC において始状態に光子を含む散乱過程を効率的に検出することを可能にする。ADD 模型、RS 模型にて現れる KK グラビトンの LHC における準実光子交換過程での探索についてそれぞれ議論する。

6 陽子・陽子衝突実験

本章では、第 6.1 節で陽子・陽子衝突実験である LHC 実験の紹介をし、第 6.2 節で LHC 実験における前方検出器の仕組みとそれら前方検出器の設置計画について紹介する。

6.1 大型ハドロン衝突型加速器 (LHC)

大型ハドロン衝突型加速器 (LHC) は、2008 年の 9 月より稼動している世界で最も大きく (円周 27 km)、最もエネルギーの大きな素粒子実験の加速器である [30]。この加速器を用いて、陽子・陽子衝突実験である LHC 実験を行っている。文献 [31] によると、2009 年 11 月に世界最高の陽子衝突エネルギー 2.36 TeV を達成した。2010 年 3 月に重心系エネルギー 7 TeV の陽子衝突実験を開始し、データを蓄積した。2012 年 7 月にヒッグス・ボソンとみられる新粒子を発見、2013 年 3 月に重心系エネルギー 14 TeV (もしくは 13 TeV) へ向けた改良のために、長期シャットダウンした。

2015 年 6 月に重心系エネルギー 13 TeV の陽子衝突実験を開始した [30]。

LHC では加速器内部での衝突で作られた粒子を解析するために検出器を置いている。LHC での実験グループは 7 つあり、

- ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus)
- CMS (Compact Muon Solenoid)
- ALICE (A Large Ion Collider Experiment)
- LHCb (LHC beauty)
- TOTEM (Total, elastic and diffractive cross-section measurement)

- LHCf (LHC forward)
- MoEDAL (Monopole and Exotics Detector at the LHC)

である。最も大きい実験は ATLAS 実験と CMS 実験であり、汎用的な検出器を用いてヒッグス・ボソンから、暗黒物質粒子、磁気モノポール、余剰次元、超対称性理論等の新物理まで、様々な物理現象を探ることができる。この ATLAS 実験と CMS 実験が各々独立に設計された検出器を持つことは、新発見があった際に双方で確認を取って照らしあわせるという重要な役目を果たしている [32]。ALICE 実験と LHCb 実験は特定の現象の探索に特化している。ATLAS 検出器、CMS 検出器、ALICE 検出器、LHCb 検出器は地下の LHC リング上の大きな空洞に配置されている [32]。LHC 実験で行なわれている最も規模の小さい実験は TOTEM 実験と LHCf 実験であり、どちらも前方の粒子（ビーム衝突の際に衝突を逃れ、互いに"かすって"相互作用した陽子もしくは重イオン粒子）に焦点を当てている [32]。TOTEM 実験は CMS 実験でのインタラクション・ポイント (IP) の両側に位置した検出器を用い、LHCf は LHC のビームライン上で ATLAS 実験でのインタラクション・ポイントから 140 m 離れた両サイドに位置している [32]。MoEDAL 実験は LHCb 検出器に近い場所に検出器を置き、磁気モノポールを探索している [32]。

LHC の計画として High-Luminosity LHC (HL-LHC) があり、2025 年まで [33] もしくは 2016 年 [34] に稼働開始の計画である。HL-LHC は現行の LHC と比較して 5-10 倍の衝突を作る予定である [34]。HL-LHC のゴールは積分ルミノシティ 3000/fb である [35]。積分ルミノシティに散乱断面積をかけたものがイベント数となるため、これにより小さな散乱断面積でも沢山のイベント数を作ることができる。

重心系エネルギーを上げる計画もあり High-Energy LHC (HE-LHC) と呼ばれ、重心系エネルギー 25-27 TeV を、磁石技術を用いることで現行の 27 km の LHC トンネルで実現する可能性が模索されている [36]。

重心系エネルギーが上がれば、質量の大きい新粒子の探索に役立つ。また積分ルミノシティが上がれば、イベント数が増えるため、相互作用の小さい新粒子、質量の大きい新粒子の現象を探る事ができる。

一方、このようなシナリオの他に、特徴のある検出器を使う事で、今まで見る事のできなかった散乱過程を調べることができる。実際、LHC における前方検出器設置の計画があり、本研究ではこれに着目する。

6.2 LHC における前方検出器設置計画

LHC の散乱過程は、始状態が陽子であるため（陽子・陽子衝突）陽子内部のグルーオンやクォークの衝突が素過程となる。

一方で陽子は電荷を持つため、陽子から光子を放出される過程を考えることができる。陽子が準実光子の条件を満たす光子を放出した場合、陽子はパートンへと崩壊しない。準実光子とは陽子ビーム方向にほぼ沿って放出される、実光子として近似のできる光子のことを指す。ここで、実光子とは質量殻条件 $E^2 - \vec{k}^2 = 0$ を満たす光子の事である。 E と \vec{k} はそれぞれ放出された光子の、エネルギーと運動量である。

前方検出器を用いることで、このような陽子が検出された場合の素粒子反応過程のみを調べることができる。このことにより、その過程以外の陽子が他の粒子に分解してしまったバックグラウンド過程から区別することが可能である^{*5}。

今まで注目されることの少なかった始状態に光子を含む過程を調べることは、前方検出器の可能性、LHC の可能性を知る上で必要なことである。第 III 部では前方検出器に着目し、KK グラビトンの探索可能性に関する研究を行った。本 6.2 節ではその仕組みと計画について述べる。

前方検出器とその仕組みについて

前方検出器とは、衝突粒子のインタラクション・ポイントからビーム方向の前方に離れた位置に配置した検出器のことである。LHC においてビームは陽子から構成されている。前方で検出するため、前方検出器では、ビーム行程から、運動量を殆ど変化させないため磁場によって殆ど曲がらず、方向を殆ど変えない陽子を検出することができる。

図 11 を用いて、前方検出器の仕組みについて簡略に説明する。

1. 陽子が準実光子を放出したとき、陽子はパートンへと崩壊しない。
2. 陽子は光子を放出するため運動量が p から $p'(< p)$ へと変化する。
3. 運動量を失った陽子は、磁場の影響によりビーム行程から曲がる。
4. 陽子は前方検出器に検出される。

^{*5} 多重衝突事象により、バックグラウンド過程にこのような陽子がパートンに分解する過程が入ってしまうが、詳しくは 8.2 節を参照のこと。これらのバックグラウンド過程が入ってしまう場合にも、前方検出器の特徴を用いてバックグラウンドを減らすことができる。

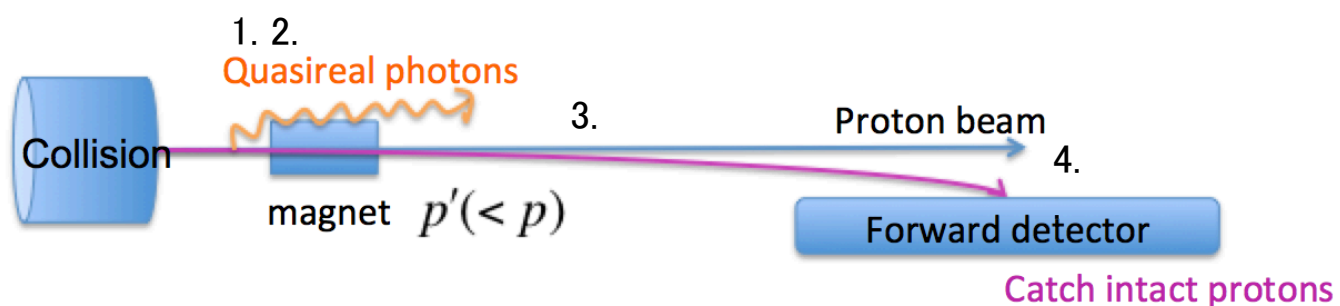


図 11 前方検出器の仕組み [37]

項目 3. の運動量を失った陽子がビーム行程から曲がる理由について説明する。垂直にかかった磁場のため陽子はローレンツ力により進路を曲げる。ここで、運動量を失うとその半径が小さくなり、ビーム行程からずれる。運動量を失うと陽子の軌道半径が小さくなる理由は、ローレンツ力と遠心力の釣り合いから導出できる。ローレンツ力と遠心力の釣り合いより、 $\frac{mv^2}{r} = Bqv$ が成り立つ。ここで、 m は陽子の質量、 q は陽子の電荷、 v は陽子の速さ、 r は陽子の軌道半径、 B は磁束密度である。式変形をしてこれは、次式のようになる：

$$mv = qrB. \quad (6.2.1)$$

相対論的効果を考慮に入れると $mv \rightarrow mv\gamma = p$ となる。ここで、 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ 、 p は陽子の運動量である。よって、式 (6.2.1) は、

$$p = qrB \quad (6.2.2)$$

となる。運動量と半径は比例関係にある事が分かる。結果、陽子の運動量が小さくなると、陽子の軌道半径が小さくなる。

LHC での前方検出器設置の計画は 2 つある。ATLAS Forward Physics プロジェクトと CMS-TOTEM 前方検出器シナリオと呼ばれる 2 つである。それぞれのプロジェクト/シナリオについて順に紹介する。

ATLAS Forward Physics プロジェクト

前方検出器設置計画として ATLAS Forward Physics プロジェクトがある [38, 39]。このプロジェクトでは相互作用ポイントから、220 m、420 m の距離に位置する前方検出器の取り付けが検討されている。

この前方検出器が検出する陽子の運動量の大きさに対する受容範囲は以下で表される。始状態の陽子の運動量を \vec{p} 、終状態の運動量を \vec{p}' とする。陽子はほとんどビーム行

程から曲がらないと考えたとき、陽子が失った運動量の割合 ξ は、

$$\xi = \frac{|\vec{p}| - |\vec{p}'|}{|\vec{p}|} \quad (6.2.3)$$

$$\sim \frac{E_\gamma}{E} \quad (6.2.4)$$

である。ここで E_γ は陽子から出た準実光子のエネルギー、 E は陽子のエネルギーである。この ξ が受容範囲を表す。ATLAS Forward Physics プロジェクトでの ξ の値の範囲は

$$0.0015 < \xi < 0.15 \quad (6.2.5)$$

である [40]。 ξ が大きいほど、陽子が失ったエネルギーは大きく、 ξ が小さいほど、陽子が失ったエネルギーは小さい。陽子の失うエネルギーが小さいほど、陽子の運動量は大きく保たれ、式 (6.2.2) より、陽子の軌道のビーム行程からのずれが小さいため、420 m 遠方の検出器で陽子は検出される。一方、陽子の失うエネルギーが大きいと、陽子の運動量は小さくなり、陽子の軌道のビーム行程からのずれは大きいと、近い方の 220 m 離れた検出器で検出される。このときの ξ の値は大きい。 ξ の値は式 (6.2.5) の範囲内で異なった範囲の ξ を取れ [41]、例えば $0.1 < \xi < 0.15$ と取る事ができる。

CMS-TOTEM 前方検出器シナリオ

ATLAS Forward Physics プロジェクトの他、前方検出器設置計画として、CMS-TOTEM シナリオがある [42]。相互作用ポイントから、147 m、220 m、420 m の距離に前方検出器を置くというシナリオである。147 m、220 m 地点の検出器は既に存在する [43]。

CMS-TOTEM 前方検出器シナリオでの ξ の値の範囲は

$$0.0015 < \xi < 0.5 \quad (6.2.6)$$

である。 ξ の値は式 (6.2.6) の範囲内で異なった範囲の ξ を取る事ができる [41]。例えば $0.1 < \xi < 0.5$ と取れる。

7 中間状態にカルーツァ＝クライン・グラビトンを含む散乱過程

準実光子交換過程では光子を放出した陽子はパートンに分解しない。光子放出により運動量を失った陽子は前方検出器において検出される。それにより陽子がパートンに分解する、他の散乱過程との区別を図る。

本研究では $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/g X$ 散乱過程に注目する (図 12)。ここで、 p はビーム内の陽子、 γ は陽子から放出された光子、 q は陽子内部のクォーク、反クォークである。具

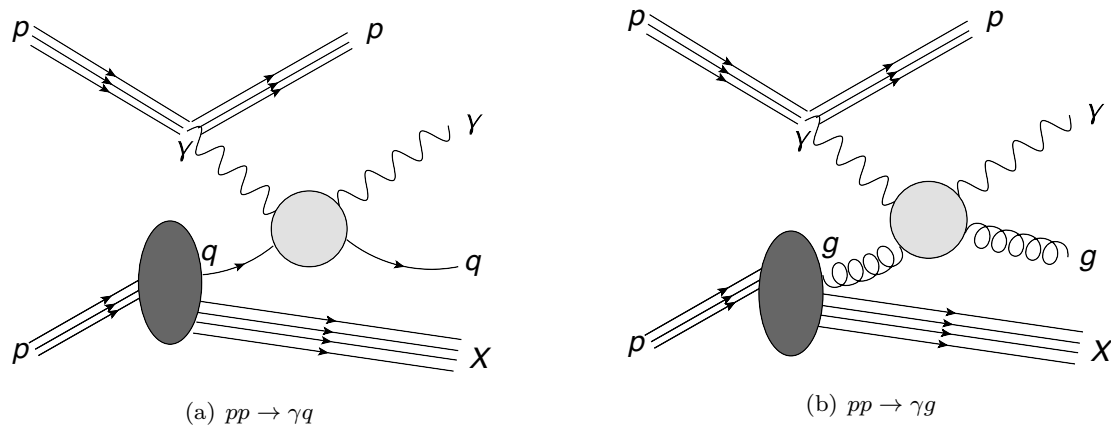


図 12 散乱過程: $pp \rightarrow \gamma q$ または γg [37]

体的にはアップクォーク u 、ダウルクォーク d 、チャームクォーク c 、ストレンジクォーク s 、それらの反クォークである、 \bar{u} 、 \bar{d} 、 \bar{c} 、 \bar{s} から構成される。 g はグルーオン、 X は観測しない粒子（主にハドロン）を表す。

先行研究 [41] では、図 12(a) の $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma qX$ 過程にのみ注目している。しかしながら LHC での実験ではトップクォーク、ボトムクォーク以外のクォーク 4 種類とグルーオンは区別する事はできない。クォークやグルーオンはパートンシャワーを作り、ハドロン化し、最終的にはジェットとして観測されるためである。また陽子内部でのグルーオンの分布関数を考慮すると、陽子がパートン化した際に放出されるグルーオンの量は決して無視のできる量ではないといえる [44]。従って本研究では図 12(b) のグルーオンとの反応を考慮し、 $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/g X$ 過程に対する KK グラビトンの寄与を評価する。

更に終状態におけるクォーク/グルーオンは単体で検出することができない（クォークの閉じ込め）。クォークやグルーオンからは更に沢山のクォークやグルーオンが派生し（パートンシャワー）、最終的にはハドロンとして検出される。その場合、元々終状態として発生したクォークの出た方向とエネルギー（運動量）に沿ってハドロン群（ジェット）がメインイベントとなって検出される。そのため、シミュレーション上で終状態のクォークやグルーオンに対し、パートンシャワーの生成、ハドロン化を行い、更にジェットとして扱った。

このような LHC 実験での観測を考慮したシミュレーションの他、終状態の運動量分布を始めとするいろいろな運動学的変数に対するイベント数の分布に注目した。このイベント分布を見ることにより、同過程における SM バックグラウンドとシグナルとの区別を図った。具体的には、運動学的変数に対してカットをかける。ここでカット

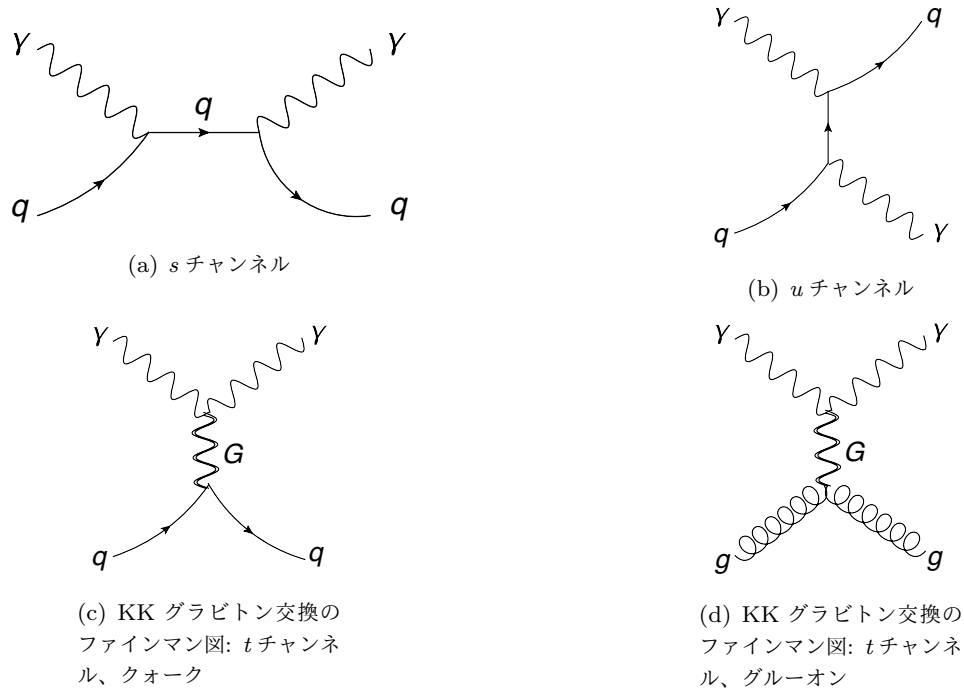


図 13 散乱過程: $pp \rightarrow \gamma q$ または γg のファインマン図 [37]

とは、ある範囲の運動学的変数の値をイベント数としてカウントしないことをいう。

以下の2点は、余剰次元模型への制限をより厳しく制限する方、KK グラビトンが存在した場合シグナルが見つかりやすい方へ結果が修正される。

1. 本研究で加えた図 12(b) の過程 $pp \rightarrow \gamma g$ はツリーレベルでは SM 粒子からの寄与はない。そのため図 12(b) の過程を加えるとシグナルのみが増える。
2. 運動学的変数に対するカットを考慮する事で、シグナルのイベント数をできるだけ残しつつ、SM バックグラウンドのイベント数を減らす。

これらの点においては、先行研究 [41] と比較してシグナルのバックグラウンドに対する割合が増える方向へ修正されると予想できる。

一方で、本研究ではより現実的な結論を導くために、多重衝突事象も考慮した。この事象とそのバックグラウンドへの影響については 8.2 節で述べるが、この事象を考慮することで、バックグラウンドが増える。これは、余剰次元模型への制限を弱める方、KK グラビトンが存在した場合シグナルが見つかりにくい方へ結果が修正される。

本研究での散乱過程のファインマン図を図 13 に与える。不変散乱振幅は SM 散乱過程（図 13(a)、図 13(b)）とシグナルの散乱過程（図 13(c)、図 13(d)）に分けられる。ツリーレベルでの SM の散乱過程は光子とクォークの間のコンプトン散乱である。その他、多重衝突事象に関連した SM バックグラウンドは、8.2 節で述べる。

一方、シグナルはグルーオンの寄与するファインマン図がある（図 13(d)）。シグナルにおいて、中間状態の粒子は KK グラビトンである（図 13(c)、図 13(d) の G に対応）。

RS 模型の中間状態の KK グラビトンは、先行研究 [41] と同様に第 4 励起状態（4 つの KK グラビトン）までを考慮した。

8 数値解析に基づいたシグナル／バックグラウンド・イベントの評価

ADD 模型ではモデルファイルである UFO ファイル (The Universal FeynRules Output) [47, 48, 49] を修正し作成した。式 (4.3.16) の KK グラビトンの伝搬関数を UFO ファイルで実装するために RS 模型のモデルファイル [45] での KK グラビトンの伝搬関数の記述を参考にした。

RS 模型では UFO ファイルを作るために KK グラビトンの第 4 励起状態まで扱えるよう、FEYNRULES [50] のファイルを修正した。FEYNRULES とはファインマン則を計算する為の、Mathematica のパッケージである*⁶。

シグナル、SM バックグラウンド過程におけるパートンレベルのイベント生成に MADGRAPH5_AMC@NLO [46] を用いた。この際、パートン分布を与えるパートン分布関数 (Parton Distribution Function、PDF) には LHAPDF インターフェース [51] を用いて MSTW2008 LO PDF [44] を使用した。このパートン分布関数を使用の際、factorization scale は $5m_Z$ に固定した。ここで、 m_Z は Z ボソンの質量である*⁷

陽子から放出された準実光子の光子分布は等価光子近似に基づいた光子分布関数 [52] を使用した。パートン分布関数を扱うように、この光子分布関数も MADGRAPH5_AMC@NLO にて実装される [53]。この光子分布関数に関して詳細は付録 E に記述する。

MADGRAPH5_AMC@NLO にて生成されたパートンイベントは PYTHIA8 [54] を使用してパートンシャワー、ハドロン化を行った。その後、anti- k_T アルゴリズム [56] のディスタンス・パラメータ $R = 0.6$ として Fastjet [57] を使い、ジェットを構成した。ジェットのエネルギー分解能は 10% とした。

LHC の重心系エネルギーは $\sqrt{s} = 14$ TeV を想定した。MadGraph5_aMC@NLO でのイベント生成時に終状態の光子へ課した横運動量の下限のカット、擬ラピディティカッ

*⁶ FEYNRULES のファイルにラグランジアン等の模型の情報を書き込む。この FEYNRULES ファイルより、MADGRAPH5_AMC@NLO [46] にて使用する様式に沿ったモデルファイル、UFO ファイルを出力できる。

*⁷ factorization scale の選び方に関して詳細な議論は先行研究 [41] を参照。

ト、それから PYTHIA8、ジェット再構成の実行後にリーディング・ジェットへ課したカットは以下の通りである。

$$p_T^\gamma > 40 \text{ GeV}, \quad |\eta^\gamma| < 2.5, \quad (8.0.1)$$

$$p_T^j > 50 \text{ GeV}, \quad |\eta^j| < 3.0 \quad (8.0.2)$$

ここで p_T^γ は終状態光子の横運動量、 η^γ は終状態光子の擬ラピディティである。 p_T^j はジェットの横運動量、 η^j はジェットの擬ラピディティである。横運動量の定義については付録 C、擬ラピディティの定義については付録 D にて説明する。

模型への制限を求めるにあたって積分ルミノシティは $L_{\text{int}} = 200 \text{ fb}^{-1}$ と選んだ。MADGRAPH5_AMC@NLO でのイベント生成、PYTHIA8 でのパートンシャワー、ハドロ化、その後のジェット構成を終えた解析において、パートンへ分解しない陽子を検出できる survival probability は $S = 0.7$ とし、光子の detection efficiency は $\varepsilon_\gamma = 0.8$ とした。このとき終状態光子の全イベント数 N は、

$$N = \sigma \times L_{\text{int}} \times S \times \varepsilon_\gamma \quad (8.0.3)$$

で与えられる。ここで σ は散乱断面積、 L_{int} は積分ルミノシティである。

8.1 シグナルとバックグラウンドの横運動量分布の比較

終状態光子の横運動量分布を調べた結果を ADD 模型、RS 模型の順に見ていく。横運動量の定義は付録 C に示した。ここでは、パートンレベルの結果を用いている。図 14 に ADD 模型のシグナルと SM バックグラウンドの終状態光子横運動量 (p_T^γ) 分布を示す。ADD 模型のカットオフスケールは $\Lambda_T = 6 \text{ TeV}$ とした。重心系エネルギー $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ 、積分ルミノシティは $L_{\text{int}} = 200 \text{ fb}^{-1}$ と選んだ。

図 14 (上) ではシグナル (青線) とバックグラウンド (灰色の影) でそれぞれイベント数を作成し、干渉を含んだ全イベント (赤線) と比較した。SM バックグラウンドへは γq 始状態のみが寄与する一方で、 γg の始状態も KK グラビトンが関与する散乱過程には寄与する。結果、 γq 始状態のみのイベント数と比較して γg の始状態も寄与に入れると ADD 模型のシグナルは約 25% 増える (青線の破線と点線イベント数を比較)。シグナルは高い横運動量領域に多く SM バックグラウンドは低い運動量領域に多いため、ある横運動量の値より大きな横運動量のみを拾えば主に SM バックグラウンドを大きく減らすことができる。こうすることで、シグナルが SM バックグラウンドに埋もれてしまうことを防ぎ、シグナルとバックグラウンドの区別がより可能となる。シグ

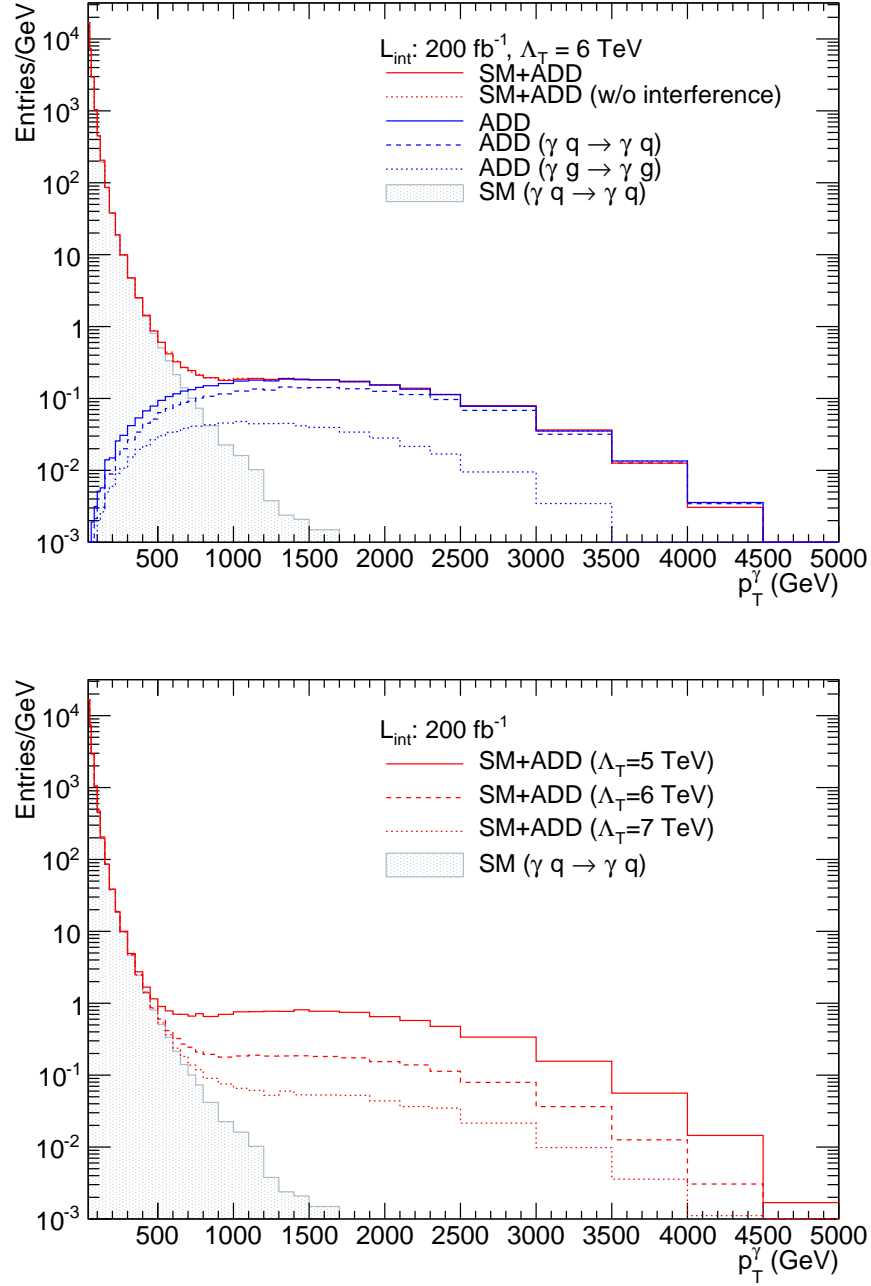


図 14 上図：ADD 模型のシグナルと SM バックグラウンドの終状態光子横運動量分布。ADD 模型のカットオフスケール $\Lambda_T = 6$ TeV と取った。重心系エネルギー $\sqrt{s} = 14$ TeV の $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma jX$ 散乱過程を評価した。シグナルの部分過程それぞれ $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma qX$ （青色破線）、 $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma gX$ （青色点線）の寄与を調べた。下図： $\Lambda_T = 5, 6, 7$ TeV での終状態光子横運動量 p_T^γ 分布 [6]

ナルとバックグラウンドの干渉については、赤線の実線と点線は殆ど違いがなく干渉は小さいことが分かる。

図 14（下）では、 $\Lambda_T = 5, 6, 7$ TeV でのシグナルとバックグラウンドの p_T^γ 分布を示す。ADD の伝搬関数は式 (4.3.16) で与えられるため、カットオフ Λ_T が大きくなるにつれ、KK グラビトンの寄与つまりシグナルが小さくなる。実際、 $\Lambda_T = 5$ TeV、 $\Lambda_T = 6$ TeV、 $\Lambda_T = 7$ TeV とカットオフが大きくなるにつれ、図中のグラフの線が SM バックグラウンドに近づいている。図 15（上）は RS 模型のモデルパラメータを $(\beta, m_G) = (0.05, 1.2 \text{ TeV})$

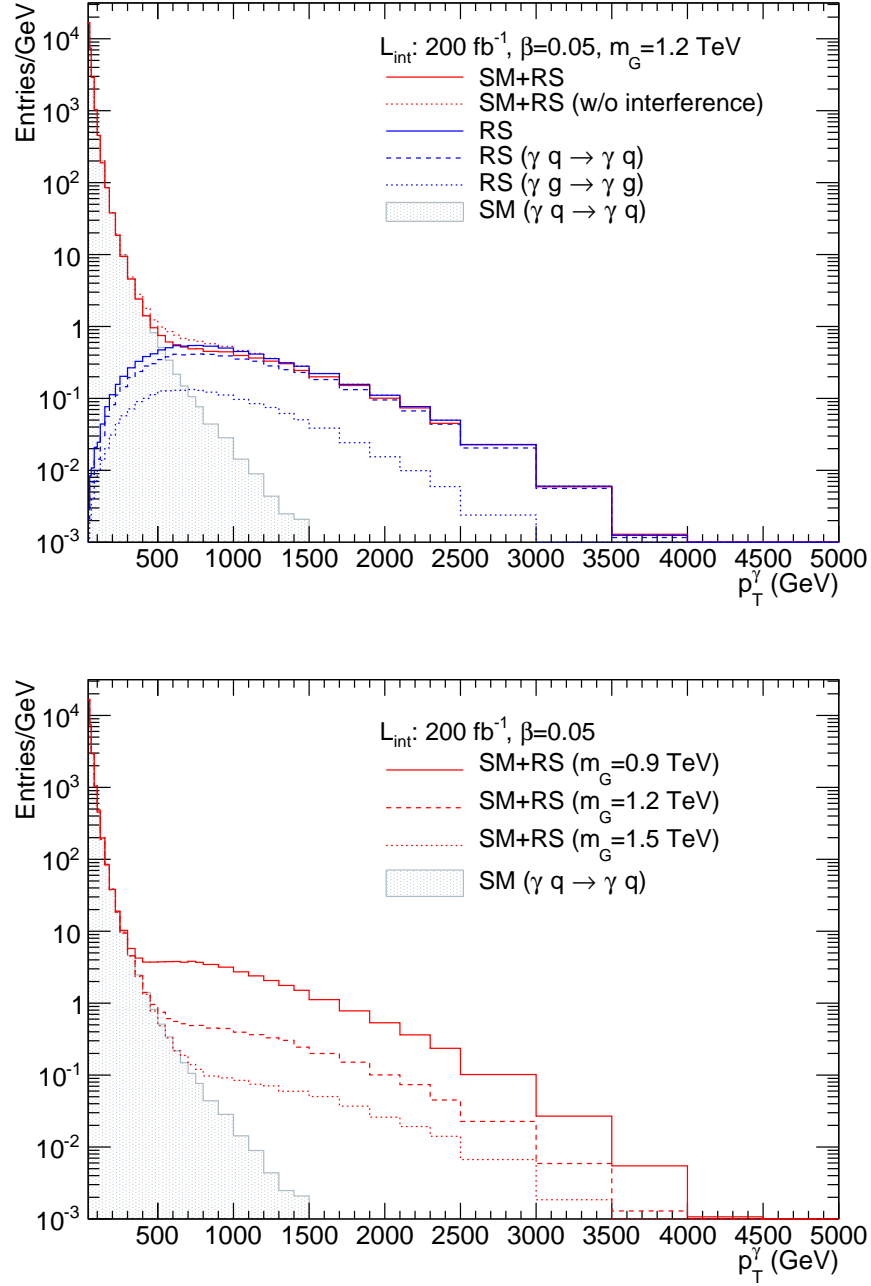


図 15 上図：RS 模型のシグナルと SM バックグラウンドの終状態光子横運動量分布。RS 模型のモデルパラメータを $\beta = 0.05$ 、 $m_G = 1.2$ TeV と取った。重心系エネルギー $\sqrt{s} = 14$ TeV の $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma jX$ 散乱過程を評価した。シグナルの部分過程それぞれ $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma qX$ (青色破線)、 $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma gX$ (青色点線) の寄与を調べた。下図： $\beta = 0.05$ 、 $m_G = (0.9, 1.2, 1.5)$ TeV での終状態光子横運動量 p_T^γ 分布 [6]

と取っている。このように KK グラビトンの第一励起状態の質量 $m_G = 1.2$ TeV とした場合、第 2-4 励起状態の質量は、2.2、3.2、4.2 TeV となる。この時スケールパラメータ Λ は 6.3 TeV となる。ADD 模型の場合と同様に、RS 模型の場合でも SM の場合と比較して高い横運動量 p_T を持った光子分布となっている。 γq 始状態のみの寄与の時と比較して、 γg 始状態の寄与を考えることでシグナルは約 25% 増える。

図 15 (下) では KK グラビトンの第一励起状態の質量を $m_G = 0.9, 1.2, 1.5$ TeV とした時のシグナル+バックグラウンドの p_T^γ 分布も示した。KK グラビトンの質量が増える

と、図中のグラフの線はSMバックグラウンドへ近づく。

これは以下のように解釈できる。式(5.3.4)より、歪曲因子に関係した β を固定（図15（下）では $\beta = 0.05$ に固定）して m_G を大きくすると Λ が大きくなる。このとき式(5.3.3)よりKKグラビトンが関係する不変振幅が全体に小さくなる。更に式(5.3.3)で伝搬関数部分の分母は $q^2 - m_n^2 + im_n\Gamma_n$ の形をしているため m_n^2 が大きいとき、 $q^2 \ll m_n^2$ となる q^2 の領域が増える。そのとき m_n^2 が大きいと伝搬関数部分の寄与が小さくなり、結果その領域でのKKグラビトンの寄与する不変振幅が小さくなる。従って、KKグラビトンの質量が増えると、シグナルの線がSMバックグラウンドへ近づく。

本研究ではADD模型、RS模型での光子の横運動量 p_T^γ のカットを

$$p_T^\gamma > 600 \text{ GeV} \quad (8.1.1)$$

取った。 $p_T^\gamma > 600 \text{ GeV}$ の高い光子横運動量のイベントのみを拾い、SMバックグラウンドを減らすことが目的である。

8.2 多重衝突事象によるバックグラウンド

前方検出器は、パートンに分解しない陽子を検出するという特徴を持つ。その事で、陽子がパートンに分解する他の散乱過程との区別を図る。前方検出器の特徴を活かし、本研究の散乱過程は準実光子を放出する陽子が崩壊しない過程に注目した。具体的には散乱過程 $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/g X$ である。準実光子を放出する片方の陽子が崩壊しないという特徴を持つ。前方検出器で崩壊しなかった陽子を検出し、中央の検出器において、光子やジェットを測定する事で散乱過程を特定する。

しかしながら、陽子がパートンへと崩壊しない過程というのは他にも存在する。LHCにおいて陽子と陽子が衝突するとき、陽子はバンチという約 10^{11} 個の塊で衝突する。そして、LHCのRUN2では、約50事象/バンチの反応が起こる[58]。同じバンチや近くのバンチにおいて、弾性散乱や、最終的に陽子がパートンへと崩壊した後も陽子を再構成する非弾性散乱といった、終状態に陽子が存在する過程と、終状態が光子とジェットの過程が同時に起きたときに本研究の散乱過程 $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/g X$ の主要なバックグラウンドとして考えられる。実際、こういった同じもしくは近くのバンチでの他の反応（パイルアップ）を主要なバックグラウンドとして考慮している論文がある[58]。

多重衝突事象によるバックグラウンドは両方の陽子がパートンへ分解する散乱過程

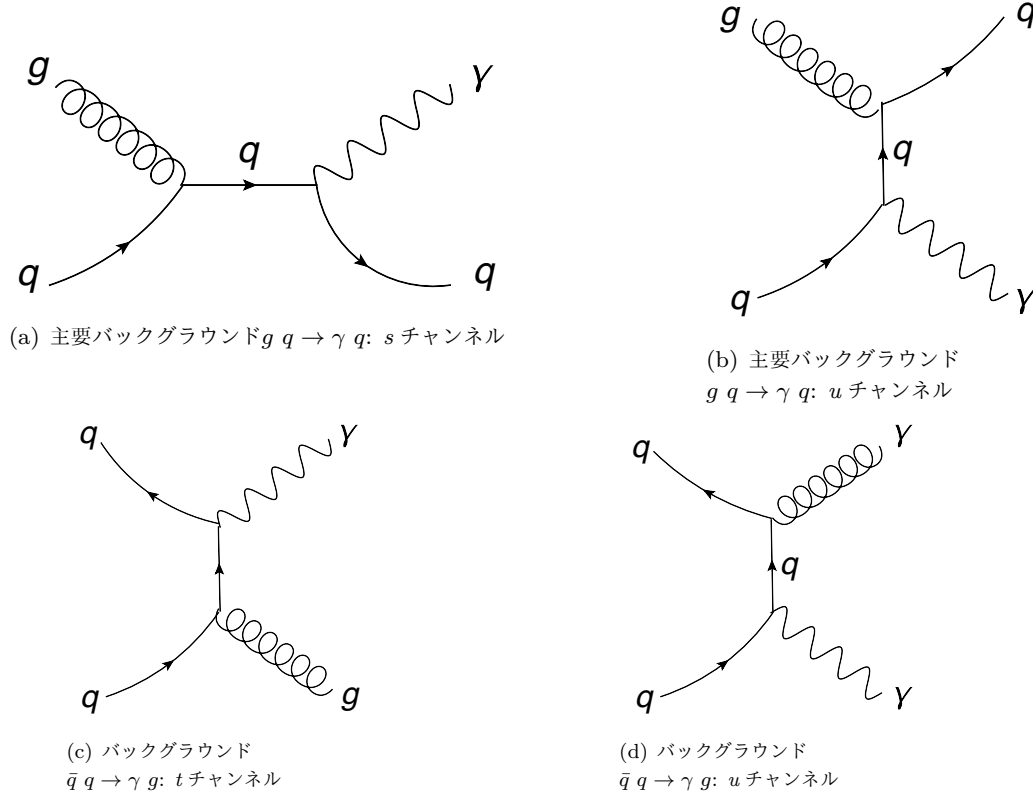


図 16 バックグラウンド過程 [37]

$pp \rightarrow \gamma q/g$ と、陽子がパートンへ分解しない過程もしくは陽子が分解したものの、また陽子が作られる過程が、同じバンチの中で同時に起きた場合のイベントである。陽子がパートンへ分解する過程での終状態 γ と ($q/g \rightarrow$) ジェットが中央検出器で検出され、前方検出器にて陽子が検出される。実際は、 $pp \rightarrow \gamma q/g$ が起きたとき、ほぼ必ず前方検出器にて陽子が検出されるため、 $pp \rightarrow \gamma q/g$ をバックグラウンド過程の大きさの見積もりに考える。

多重衝突事象によるバックグラウンド散乱過程 $pp \rightarrow \gamma q/g$ について、MadGraph5_aMC@NLO を用いて、まずはパートンレベルで散乱断面積を評価した。振幅は、散乱過程 $g q \rightarrow \gamma q$ の図 16(a)、図 16(b) と、散乱過程 $\bar{q} q \rightarrow \gamma g$ の図 16(c)、図 16(d) から成る。2 桁の精度での散乱断面積は以下である。

- 主要バックグラウンド $g q \rightarrow \gamma q$: 13 nb
- バックグラウンド $\bar{q} q \rightarrow \gamma g$: 1.1 nb
- 合計: 14 nb

この 14 nb は γq を始状態とした SM バックグラウンド散乱過程の散乱断面積である約 3 pb の約 4,600 倍である。更にこのバックグラウンド $pp \rightarrow \gamma q/g$ の終状態光子の横運動量分布を調べた (図 17)。積分ルミノシティは 200 fb^{-1} 、光子の identification efficiency を

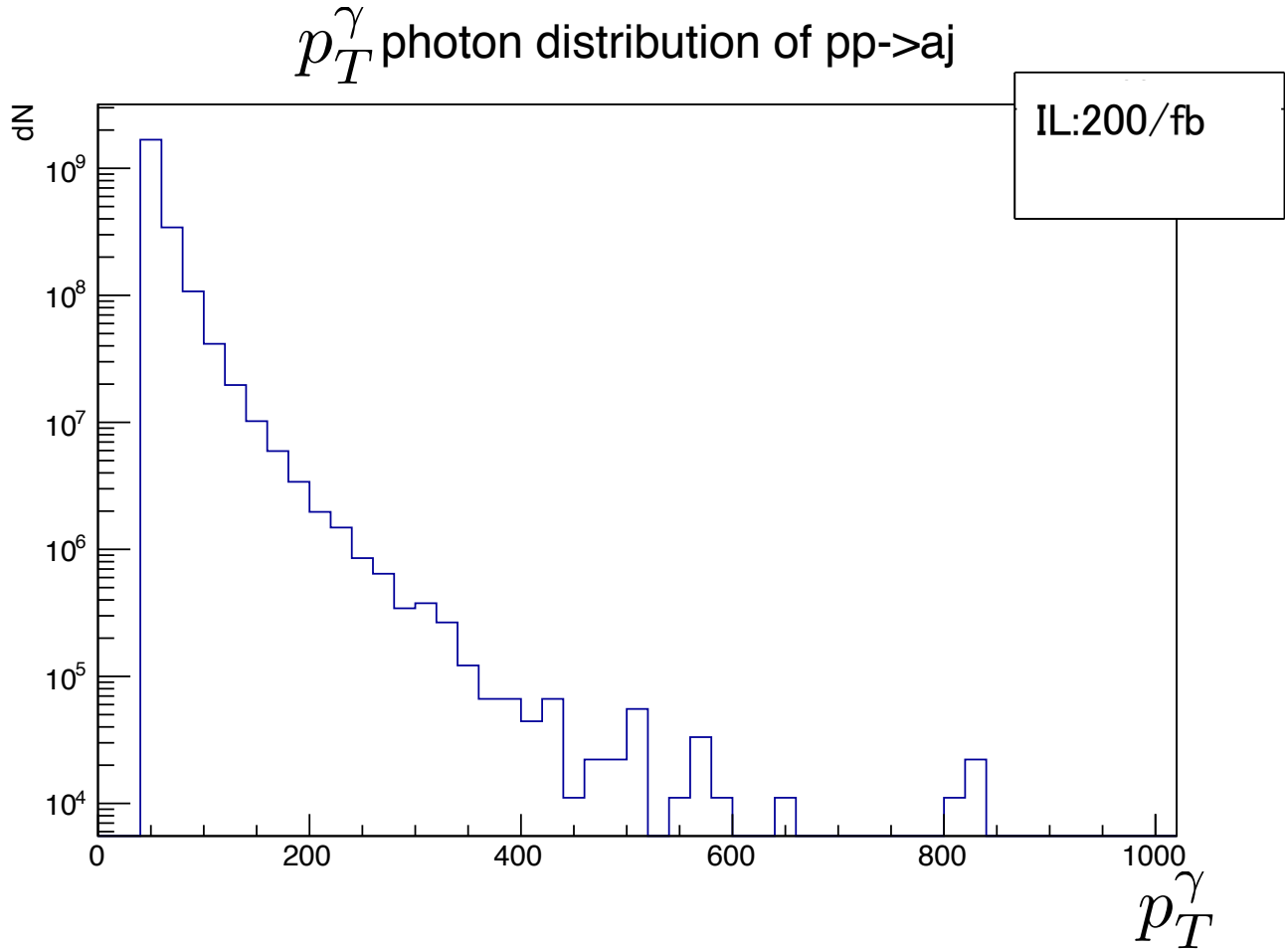


図 17 バックグラウンド $pp \rightarrow \gamma q/g$ [37]

$\epsilon_\gamma = 0.8$ とした。分布の形は γq を始状態とした SM バックグラウンド散乱過程と類似している。つまり、横運動量の低いところにイベント数が集中している。しかし、散乱断面積が大きいと横運動量カット 400 GeV、600 GeV 等を入れ、高い横運動量のみを取り出してもイベントが残ってしまう。分布の形を本研究の過程での SM バックグラウンドと同じと単純に見積もると、SM バックグラウンドの約 4,600 倍のイベントが残ってしまうことになる。

以上から、以下の 2 種類の SM 過程をバックグラウンドとして考え、詳細に評価する。

1. 光子を始状態に含む過程 $\gamma p \rightarrow \gamma j X$ （以降、 $\gamma p \rightarrow \gamma + j$ と示す）,
2. $pp \rightarrow \gamma j X$ と多重衝突事象(pile-up 事象)とのオーバーラップ（以降、 $pp \rightarrow \gamma + j + \text{PU}$ と示す）.

多重衝突事象（pile-up 事象）を評価するために、ミニマムバイアス事象（トリガーを非弾性衝突による事象を多く含むように、緩めた際の事象）を PYTHIA8 [54] を用いて生成した。多重衝突事象の平均数は 50 と仮定した。 $pp \rightarrow \gamma j X$ と多重衝突事象との間のオーバーラップはそれぞれの $pp \rightarrow \gamma j X$ のイベントに対し、複数の多重衝突のイベントが

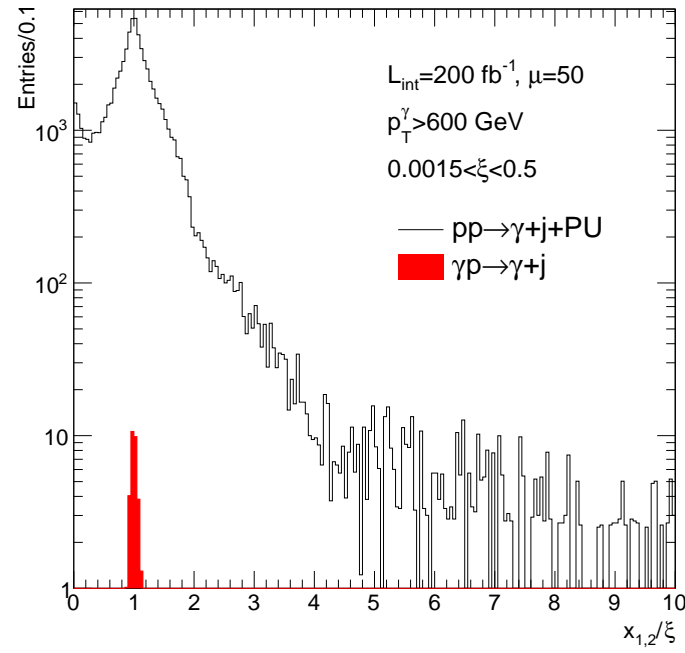


図 18 $pp \rightarrow \gamma j X$ 過程のイベントと多重衝突事象とのオーバーラップに依るバックグラウンドの $x_{1,2}/\xi$ 分布（実線）と $\gamma p \rightarrow \gamma j$ サンプル・イベント（赤塗りのヒストグラム）の分布載せる。 $p_T^\gamma > 600$ GeV と $0.0015 < \xi < 0.5$ のカットを適用している [6]

らランダムにイベントを取り出すことで見積もった。 $\sqrt{s} = 14$ TeV で、2 番目の過程は 16 nb (~ 14 nb) となり、1 番目の 3 pb の過程と比較して、4 桁ほども違う。このように、LHC のハード（散乱に関与する粒子が大きな運動量を持つ）な相互作用に於いては、グルーオンが始状態に関与する 2 番目の過程の方が、光子が始状態に関与する 1 番目の過程よりも大きな散乱断面積を占める。平均 50 もの多重衝突事象では、 $pp \rightarrow \gamma j X$ の過程が起きた時に前方に陽子がある他の過程が、同時に起きている。

$\gamma + j + \text{PU}$ のバックグラウンドを減らすために、このバックグラウンドでは前方の陽子と中央検出器で検出される粒子（光子やジェット）は別個の散乱事象から作られている、ということに注目する。これらの相関を調べるために陽子の運動量の一部をパートンが担い、それらパートンの運動量を中央検出器で検出される終状態の光子とジェットから計算することを考える：

$$x_1 = \frac{1}{2E_p} (p_T^\gamma e^{\eta^\gamma} + p_T^j e^{\eta^j}), \quad x_2 = \frac{1}{2E_p} (p_T^\gamma e^{-\eta^\gamma} + p_T^j e^{-\eta^j}). \quad (8.2.1)$$

ここで、 E_p は陽子のビームのエネルギー、変数 x_1 と x_2 はビーム方向に沿った z 方向に対して正の方向、負の方向に運動するパートンがどの割合で運動量を担っているか（モーメント・フラクション、 $0 < x_1 < 1$ 、 $0 < x_2 < 1$ ）を表す。 η^γ 、 η^j はそれぞれ終状態光子、終状態ジェットの疑ラピディティである。疑ラピディティの定義は付録 D に示した。 $\gamma + q \rightarrow \gamma + q$ 散乱過程の場合は、終状態光子とジェット、それから前方の陽子は

同じ衝突からの相互作用に基づいているため、始状態のモーメントム・フラクシオンと終状態の陽子のエネルギーから計算される ξ との関係は、 $x_1/\xi \simeq 1$ もしくは $x_2/\xi \simeq 1$ となる。ここで ξ は式(6.2.3)で定義した。一方で、もし終状態の光子とジェット、それから前方の陽子が違う衝突からの相互作用（多重衝突事象によるバックグラウンドへ寄与）ならば、始状態のモーメントム・フラクシオン x_1 、 x_2 それぞれと ξ の間に何の相関もない。図18は2種類のバックグラウンド過程に対する比 $x_{1,2}/\xi$ の分布を表す。ミニマムなカット(8.0.1)、(8.0.2)、それから終状態光子に対する横運動量カット $p_T^\gamma > 600$ GeV(式(8.1.1))をかけた後の分布となる。前方の陽子へは $0.0015 < \xi < 0.5$ (CMS-TOTEM)、 $0.0015 < \xi < 0.15$ (ATLAS Forward Physics プロジェクト、以下 AFP) が要求される。広い範囲の方を取って $0.0015 < \xi < 0.5$ (CMS-TOTEM) のカットをかけた。図18で $\gamma p \rightarrow \gamma + j$ 過程はほぼ1の所に狭いピークを持つ強い相関を持つのにし、 $pp \rightarrow \gamma + j + \text{PU}$ のサンプルイベントは広い $x_{1,2}/\xi$ の分布を示している。 $pp \rightarrow \gamma + j + \text{PU}$ のサンプルイベントでは、 $x_{1,2}$ と ξ の間には違う衝突からの相互作用のため何の相関もないはずであるが、比 $x_{1,2}/\xi$ が1の付近にピークがある。この理由は、この分布を作成するにあたって、前方に複数の陽子が存在した場合、 x_1/ξ もしくは x_2/ξ が1に近い方の陽子をサンプルとして拾い、多重衝突数 μ が50もの多重衝突事象では x_1 もしくは x_1 と近くなる ξ の値が存在するためである。前方の陽子へのカットとして、以下のカットを要請した：

$$0.9 < x_1/\xi < 1.1 \quad \text{もしくは} \quad 0.9 < x_2/\xi < 1.1. \quad (8.2.2)$$

多重衝突事象によるバックグラウンドを減らすために $x_{1,2}/\xi$ 比を使った式(8.2.2)のカットの効果を図19の p_T^γ (左)、 ξ (右)の分布に示す。ここで、終状態光子のカットは $p_T^\gamma > 600$ GeVを取った。図19(右)は、多重衝突事象における陽子の ξ 分布を表し、ディフラクティブな散乱(小さな ξ の値)もしくは、非弾性散乱においてパートンへ崩壊した陽子の一部が再び陽子へハドロ化した場合(大きな ξ の値)から主に構成されている。図19で ξ の範囲を代表例として $0.0015 < \xi < 0.5$ (CMS-TOTEM) と取った。 $x_{1,2}/\xi$ を用いたカットによって、 $\gamma + j + \text{PU}$ バックグラウンドは減る。始状態に光子を含む過程の $\gamma + j$ バックグラウンドは、 $x_{1,2}$ と ξ の間に強い相関があるため、カット後もほとんどイベントは残る。このカットをかけた時、シグナルも始状態に光子を含む過程のため、カット後もほとんどイベントは残ると予想される。

違う ξ のカットにおける、 $\gamma + j + \text{PU}$ サンプル・イベントへのリジェクション率は表1に示す。

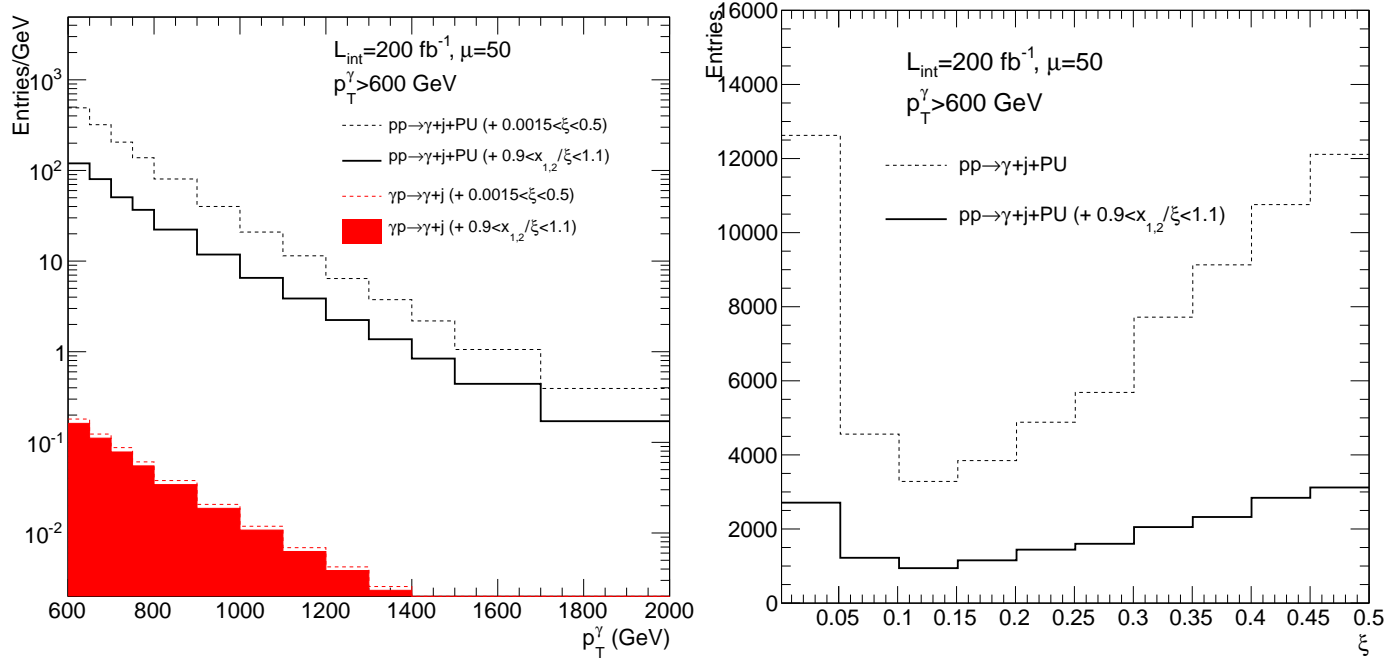


図 19 $\gamma + j + \text{PU}$ と $\gamma + j$ のサンプル・イベントに対する p_T^γ (左) と ξ (右) 分布を示す。サンプル・イベントには $p_T^\gamma > 600$ GeV のカット、 $0.0015 < \xi < 0.5$ のカット、 $x_{1,2}/\xi$ の比のカットをかけてある。 ξ 分布に対しては $\gamma + j + \text{PU}$ のみのサンプル・イベントの分布のみを示した [6]

ξ range	ξ range cut	$x_{1,2}/\xi$ ratio cut	overall
(0.0015, 0.5)	1.0	3.9	3.9
(0.0015, 0.15)	1.2	13	16
(0.1, 0.5)	1.0	4.5	4.5
(0.1, 0.15)	4.2	12	48

表 1 ξ カットと、 $0.9 < x_{1,2}/\xi < 1.1$ のカットをかけた時の、 $\gamma + j + \text{PU}$ イベント・サンプルに対するリジェクション率を示す。 $p_T^\gamma > 600$ GeV カットをかけた後の $\gamma + j + \text{PU}$ イベント・サンプルを用いた [6]

8.3 運動学的分布とイベントのカット

多重衝突事象による SM バックグラウンドへの寄与を含め、図 20 にシグナル + SM バックグラウンドと SM バックグラウンドの ξ 分布を示す。ここで、高い p_T の光子横運動量カット (式 (8.1.1)) と $x_{1,2}/\xi$ 比のカット (式 (8.2.2)) をかけてある。ADD 模型の小さな Λ_T のパラメータ領域、RS 模型での小さな m_G のパラメータ領域 (歪曲因子に関する β を固定した時) ではシグナル (+ SM バックグラウンド) は SM バックグラウンドを超越したイベント数を持っていることが分かる。この分布から分かるように KK グラビトンのシグナル・イベントは $\xi > 0.1$ の範囲に多い。バックグラウンドとの差異をよ

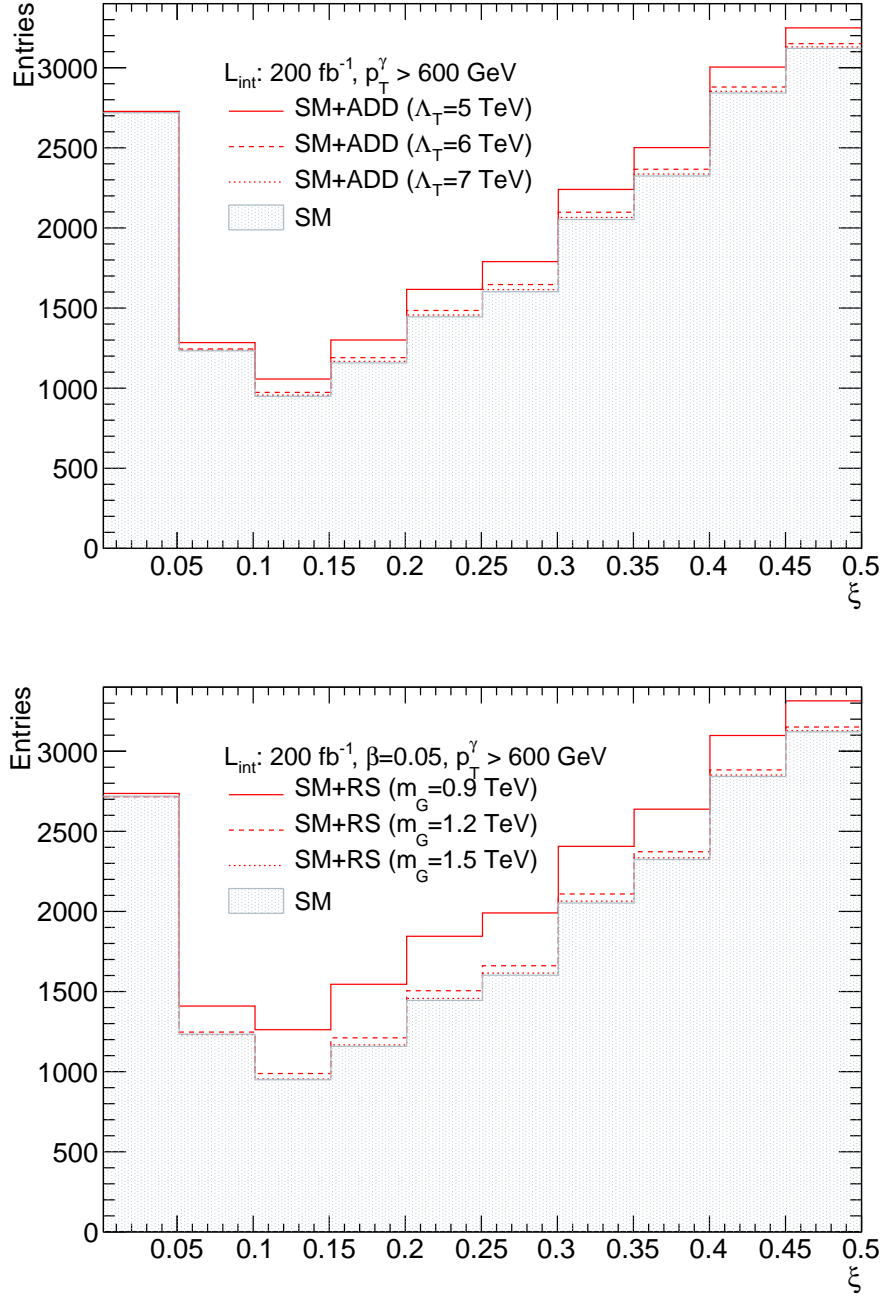


図 20 $\sqrt{s} = 14$ TeV での多重衝突事象の SM バックグラウンドへの寄与を含んだ $pp \rightarrow p\gamma jX$ 過程におけるシグナル+バックグラウンドの ξ 分布を載せる。ADD 模型（上）RS 模型（下）。ここで、 $p_T^\gamma > 600$ GeV、 $0.9 < x_{1,2}/\xi < 1.1$ のカットをかけている [6]

り増やすために ξ に下限のカットをかける：

$$0.1 < \xi < 0.5 \quad \text{CMS-TOTEM,} \quad (8.3.1)$$

$$0.1 < \xi < 0.15 \quad \text{AFP.} \quad (8.3.2)$$

全てのイベント・セレクションをした後の ADD 模型と RS 模型の終状態の光子の p_T 分布を図 21 と 22 にそれぞれ示す。上記 (8.3.1)、(8.3.2) の異なる ξ のカットをかけた。この分布では SM バックグラウンドがシグナルが分かる範囲に抑えられていることが分かる。本研究では p_T^γ カットを 600 GeV としたがバックグラウンドを更に減らすために、

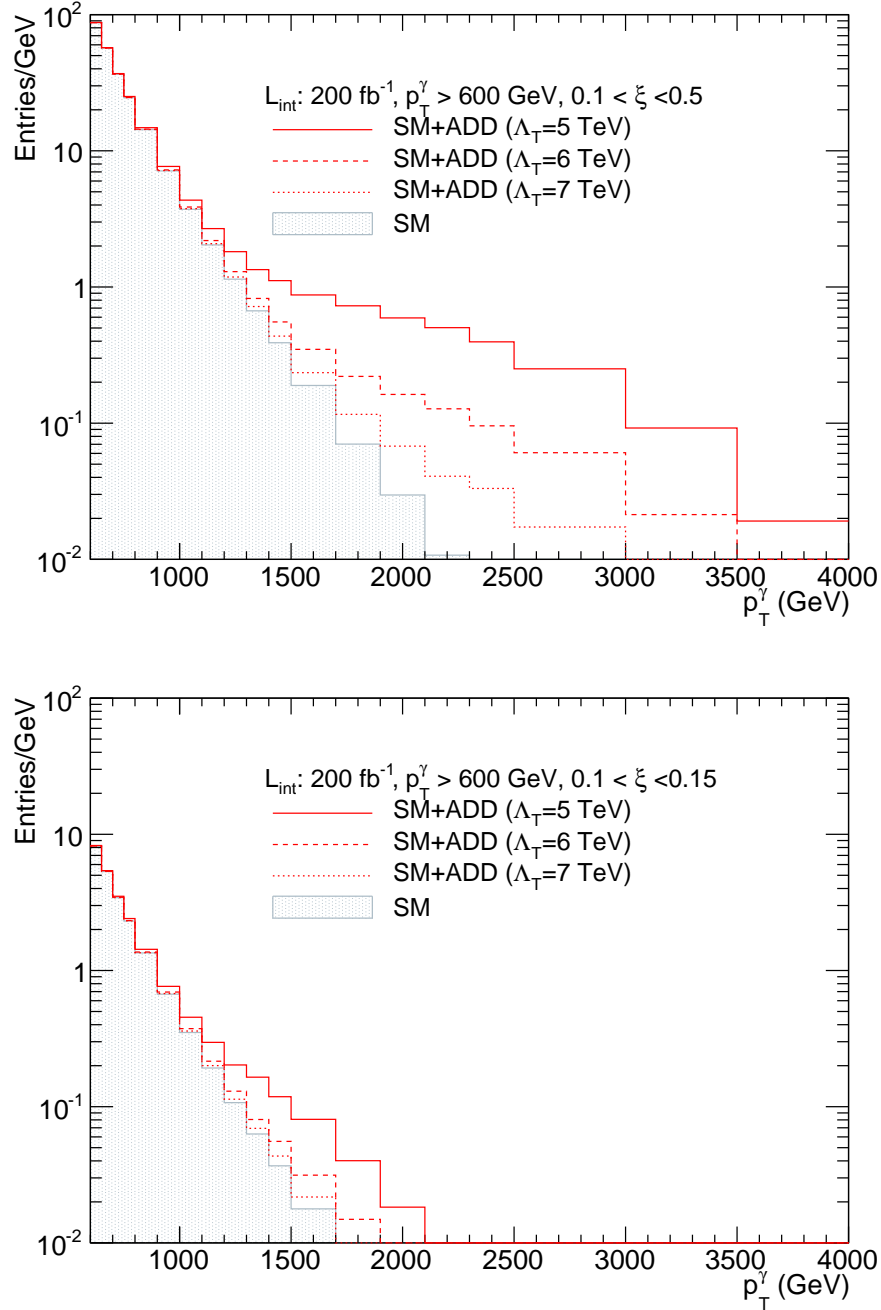


図 21 ADD 模型の $\sqrt{s} = 14$ TeV での $pp \rightarrow p_T^\gamma j X$ 過程におけるシグナル+バックグラウンドの p_T^γ 分布を示す。カットオフスケールは $\Lambda_T = 5, 6, 7$ TeV と取った。CMS-TOTEM (上)、AFP (下)。ここで $p_T^\gamma > 600$ GeV、 $0.9 < x_{1,2}/\xi < 1.1$ のカットをかけている [6]

より大きい p_T^γ カットをかける等の調整をすることができる。注意したいのは、イベント数が減ると統計誤差が増え結果モデルパラメータへの制限の不定性も増えるため、ある程度イベント数は残しておかなければならない。

最後に、イベントのカットについて以下にまとめる。式 (8.0.1)、式 (8.0.2)、式 (8.1.1)、式 (8.2.2)、式 (8.3.1)、式 (8.3.2) より、

$$p_T^\gamma > 600 \text{ GeV}, \quad |\eta^\gamma| < 2.5,$$

$$p_T^j > 50 \text{ GeV}, \quad |\eta^j| < 3.0,$$

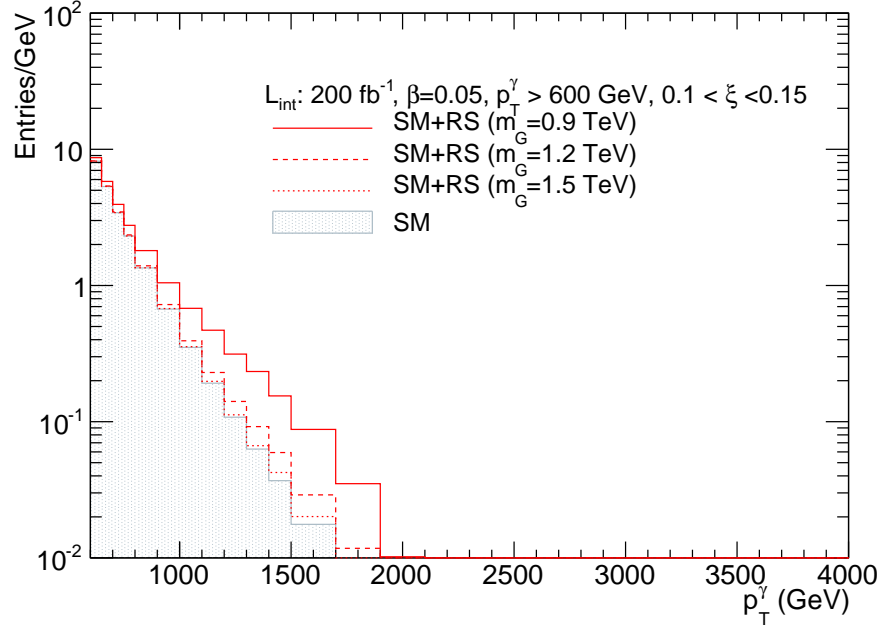
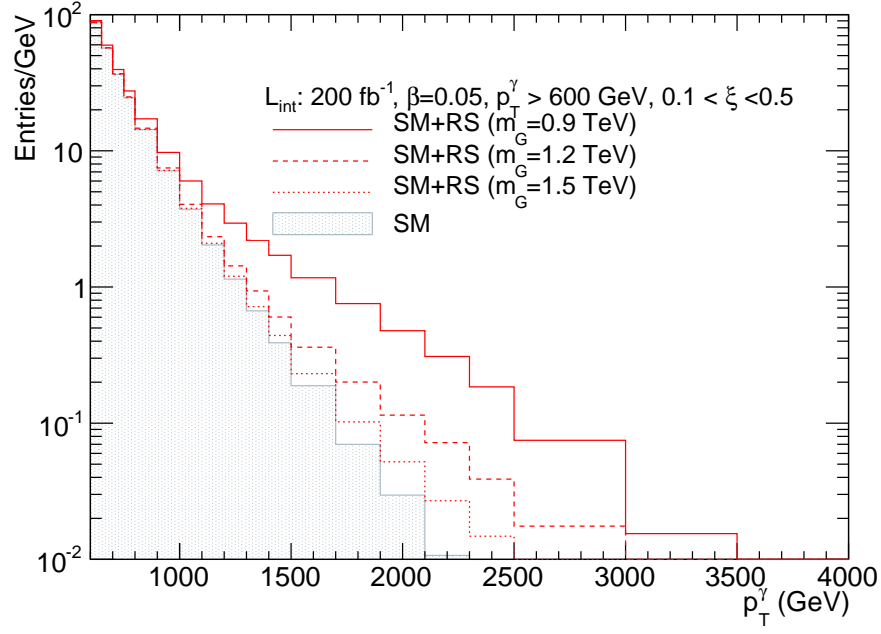


図 22 図 21 と同じ条件で RS 模型の AdS 曲率に関するモデルパラメータ $\beta = 0.05$ と固定し、異なる KK グラビトンの第一励起状態の質量 $m_G = 0.9, 1.2, 1.5$ TeV を取った [6]

$$\begin{aligned}
 &0.9 < x_1/\xi < 1.1 \quad \text{もしくは} \quad 0.9 < x_2/\xi < 1.1, \\
 &0.1 < \xi < 0.5 \\
 &0.1 < \xi < 0.15
 \end{aligned}$$

CMS-TOTEM,
AFP

となる。ここで p_T^γ は終状態光子の横運動量、 η^γ は終状態光子の擬ラピディティである。 p_T^j は終状態ジェットの横運動量、 η^j は終状態ジェットの擬ラピディティである。 ξ は式 (6.2.3) で定義した。変数 x_1 と x_2 はビーム方向に沿った z 方向に対して正の方向、負の方向に運動するパートン（始状態）がどの割合で運動量を担っているか（モーメント・フラクション、 $0 < x_1 < 1$ 、 $0 < x_2 < 1$) を表す。

9 モデルパラメータへの制限

本節では、ADD 模型、RS 模型のモデルパラメータへの制限を評価する。将来実験において SM 模型との差異がなかったと仮定し、両模型へのモデルパラメータへの制限をかける。統計誤差のみを考え、 χ^2 関数をシグナルと SM バックグラウンド・イベントから

$$\chi^2 = \frac{(N_{S+B} - N_B)^2}{N_B} \quad (9.0.1)$$

と定義する。イベント数は、モデルパラメータが 1 つ (Λ_T) の ADD 模型においては積分ルミノシティを $20 \text{ fb}^{-1} \sim 200 \text{ fb}^{-1}$ に対応して Λ_T をスキャンして求めた。RS 模型では積分ルミノシティを 200 fb^{-1} に固定し、それに対応したイベント数を求め、2 つのモデルパラメータ (式 (5.3.4) で定義される β と KK グラビトンの第一励起状態の質量 m_G) でパラメータ・スキャンを実行し、それぞれのモデルパラメータの点でイベント数を求めた。

$\chi^2 = 3.84$ でモデルパラメータは 95% の信頼度 (confidence level, CL) で棄却される。SM 模型の粒子のみが散乱に寄与する場合、 $N_{S+B} = N_B$ となり、 χ^2 は 0 となる。SM 模型との差異が増えるほど式 (9.0.1) で N_{S+B} が大きくなり、 χ^2 は増えていく。このようにして、 $\chi^2 \geq 3.84$ となるモデルパラメータ領域が 95% の信頼度で棄却される。

モデルパラメータ空間のそれぞれの点でシグナル (+ バックグラウンド) イベントを生成し χ^2 を計算した。排除領域と許容領域の境界の点は、それぞれの点を結び $\chi^2 = 3.84$ となる点を取って決めた。 χ^2 値は概ねモデルパラメータの変化に対してスムーズに変化していると仮定した。実際に、モデルパラメータの変化に対して概ね単調に χ^2 の値が減少 (増加) していることも確認した。リミットの線の不定性は N_{S+B} と N_B の不定性を統計誤差のみの $\sqrt{N_{S+B}}$ 、 $\sqrt{N_B}$ とし、 χ^2 の不定性を計算することで得た。

これまでに述べた全ての運動学的カットをかけたイベント・セレクションで、SM のバックグラウンドのイベント数 N_B は積分ルミノシティ 200 fb^{-1} で $0.1 < \xi < 0.5$ ($0.1 < \xi < 0.15$) のカットに対し $N_B = 13246$ (1245) となる。

ADD 模型におけるモデルパラメータ Λ_T への (期待できる) 下限を図 23 に示す。積分ルミノシティを $20/\text{fb} \sim 200/\text{fb}$ の範囲で変化させた。 200 fb^{-1} のデータを仮定すると、下限 $\Lambda_T = 6.3$ (5.4) TeV が CMS-TOTEM (AFP) で得られた。シグナルにより高いエネルギーを持った始状態光子を含むことのできる $0.1 < \xi < 0.5$ (CMS-TOTEM) の方が

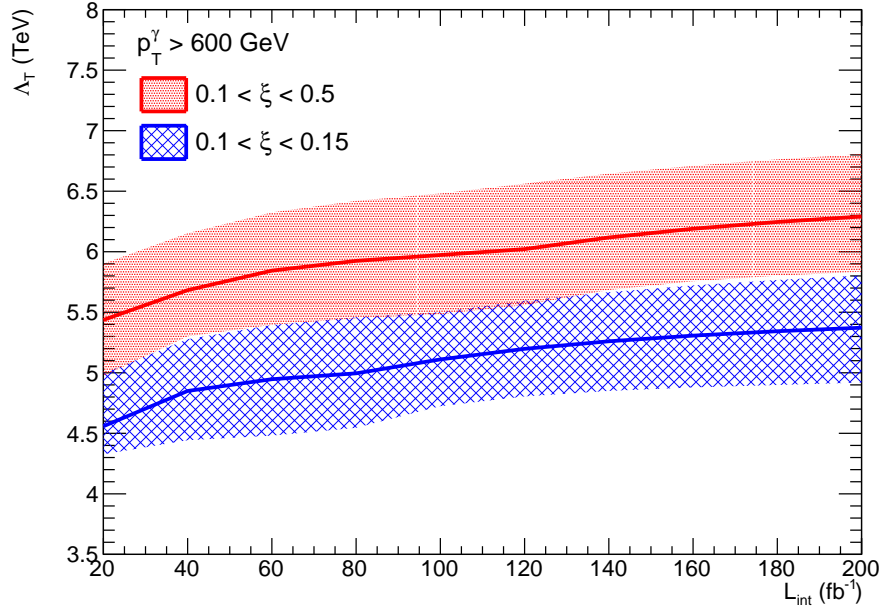


図 23 95 % 信頼度での、ADD 模型の積分ルミノシティを変えて行った時のカットオフパラメータ Λ_T への下限を示す。 $0.1 < \xi < 0.5$ (赤、CMS-TOTEM)、 $0.1 < \xi < 0.15$ (青、AFP) である。制限の線の付近の帯は $\pm 1\sigma$ の不定性を表す [6]

$0.1 < \xi < 0.15$ (AFP) よりも強い制限を与えた。SM 模型からの違いがない時に、強い制限を与えるということは、そのモデルパラメータ値を持つ模型が本当に存在していた場合、シグナルとして見つけやすいと解釈できる。本研究論文を発表した当時、制限は s チャンネルの KK グラビトンが関与したダイジェット探索 ($\Lambda_T = 7.1$ TeV) とほぼ同程度の制限となった [60]。

先行研究 [41] の $\Lambda_T = 6.6$ TeV (CMS-TOTEM) とほぼ同程度となった。本研究では、先行研究と比較してシグナルにグルーオンの寄与を考慮し、多重衝突事象のバックグラウンドを考慮し、ハドロン化、ジェット化を行い、運動学的量のカットも入れた。その結果、偶然にも先行研究と比較して Λ_T の下限が同程度となった。

RS 模型のモデルパラメータへの制限を図 24 に示す。ここで積分ルミノシティは 200 fb^{-1} とした。 ξ カット、 $0.1 < \xi < 0.5$ (CMS-TOTEM) の方が、 ξ カット、 $0.1 < \xi < 0.15$ (AFP) よりも強い制限を与えた。CMS-TOTEM における KK グラビトンの第一励起状態への質量の 95% 信頼度での下限は、AdS 曲率に關係するモデルパラメータ $\beta = 0.1$ (0.01) に対し、2.0 (0.5) TeV となる。AFP でのリミットは $\beta = 0.1$ (0.01) 対し $m_G = 1.7$ (0.4) TeV となった。

本研究論文を発表した当時の、8 TeV LHC 実験での終状態ダイレプトンとした解析 (積分ルミノシティは終状態電子対の場合の 20.3/fb、終状態ミューオン対の場合

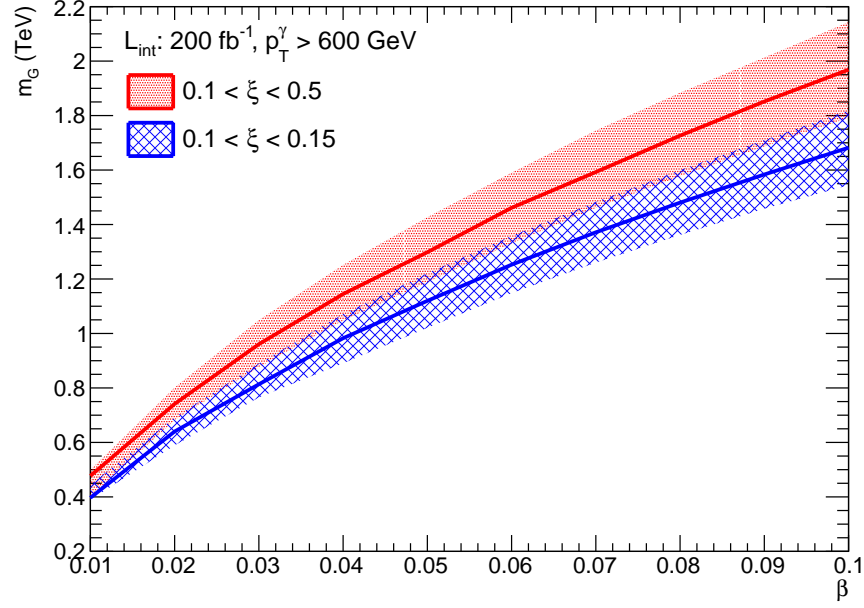


図 24 95 % 信頼度での AdS 曲率に関するモデルパラメータ $\beta = k/\overline{M}_{Pl}$ を変えて行った時の KK グラビトンの第一励起状態の質量 m_G への下限を示す。積分ルミノシティを 200 fb^{-1} と取った。 $0.1 < \xi < 0.5$ (赤、CMS-TOTEM)、 $0.1 < \xi < 0.15$ (青、AFP) 制限の線の付近の帯は $\pm 1\sigma$ の不定性を表す [6]

の $20.5/\text{fb}$ を組み合わせたもの) による制限は AdS 曲率に関するモデルパラメータ $\beta = 0.1$ (0.01) に対し、 2.68 (1.25) TeV である [61]。

先行研究 [41] と $\beta = 0.01$ で比較すると、先行研究の m_G の下限は $m_G \sim 0.35 \text{ TeV}$ (CMS-TOTEM) であるので、本研究は、制限がより強い方への修正 ($m_G \sim 0.5 \text{ TeV}$) となった。

10 前方検出器でのカルーツァ＝クライン・グラビトンの探索

始めに本研究の意義と前方検出器での KK グラビトンの探索可能性についてまとめる。次に本散乱過程における余剰次元模型での制限についてまとめる。

本研究の意義と前方検出器での KK グラビトンの探索可能性

本研究の意義は、本散乱過程において初めて多重衝突事象を考慮した現実的な解析を行い、モデルパラメータへの制限を求めた点である。このような現実的な解析を行った過程と得た結果は、前方検出器を用いた新粒子探索のための現象の理解に役立つと考える。

前方検出器は終状態に於いて前方に存在する陽子を検出することによって、陽子がパートンに崩壊する過程のバックグラウンドをシグナルから分離するという可能性を示す。一方で、多重衝突事象を考慮すると、終状態に前方の陽子が存在する過程と陽

子がパートンに崩壊する過程が同時に起きるため、陽子がパートンに崩壊する過程をバックグラウンドに多く含んでしまう事が明らかとなった。本研究では前方検出器の特徴を活かし、そのバックグラウンドの減少のためのカットをかけた。

将来的に実験の性能の向上、並びに解析的な理解が更に進めば、多重衝突事象によるバックグラウンドの更なる低減の可能性がある。これまで陽子・陽子衝突実験のLHC実験では、始状態にグルーオンやクォークのみを含む過程に焦点が当てられてきた。前方検出器の、始状態に光子を含む過程を、他の光子を含まない過程（陽子がパートンに崩壊する過程）から分離するという能力は、始状態に光子を含む過程による新物理（本研究では余剰次元模型）の探索というフロンティアを提供するものであり、それらが予言する新粒子（本研究ではKKグラビトン）の探索可能性は更に模索できる。本研究は、前方検出器を用いたLHC実験への理解と前進のための一助となると考える。

本散乱過程における余剰次元模型での制限についてのまとめ

次に余剰次元模型モデルパラメータへの制限について述べる。第9章で述べたように、ADD模型のモデルパラメータであるカットオフ Λ_T に対する下限は6.3 TeV (CMS-TOTEM) となった。一方で、CMS実験の研究グループによる最近(2017年3月)の解析結果(LHCの重心系エネルギー13 TeV、積分ルミノシティ2.6/fb)では $\Lambda_T = 9.4$ TeVもの強い下限を与えている[62]。

RS模型は2つのモデルパラメータがあり、KKグラビトンの質量 m_G とAdS曲率に係するモデルパラメータ β である。 $\beta = 0.1$ (0.01) に対し、 $m_G = 2.0(0.5)$ TeVの下限となる。これは、RS模型のモデルパラメータを式(5.3.4)を用いてスケールパラメータ Λ へ置き換えると $m_G = 2.0(0.5)$ TeV に対し $\Lambda = 5.2(13)$ TeVの下限に対応する。第IV部で述べる共鳴状態をシグナルとした場合での実験結果を用いた制限は $m_G = 2.0(0.5)$ TeV に対し $\Lambda = 54(100 \text{ 以上})$ TeVとなり、より強い制限を与える。

本研究では、重心系エネルギー14 TeV、積分ルミノシティ200/fbを想定したが、上で述べたように最近のLHC実験の結果（重心系エネルギー8 TeV、13 TeV、積分ルミノシティは数10/fb以下）よりもRS模型・ADD模型のモデルパラメータへの制限は弱くなる。本研究で注目した散乱過程に於ける、前方検出器によるADD模型やRS模型のKKグラビトン探索による模型パラメータへの制限が当初の予想よりも弱くなった理由としては、多重衝突事象によるバックグラウンドの増加が要因として考えられる。また

KK グラビトンを経た中間状態とした t チャンネル散乱過程に着目したが、TeV スケール質量の KK グラビトンを包含する RS 模型においては、KK グラビトンの共鳴状態 (s チャンネル) をシグナルとする方が散乱断面積は大きい。実際、第 IV 部で、KK グラビトンの共鳴状態をシグナルとした場合の RS 模型へのモデルパラメータへの制限が強いことが分かる。

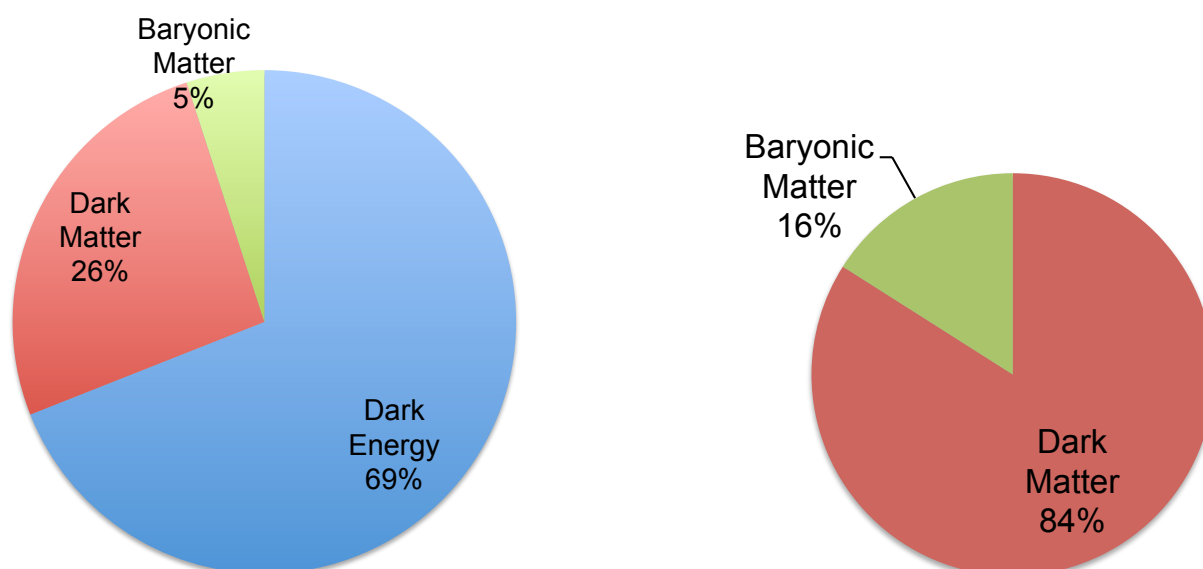


図 25 全宇宙のエネルギー密度の割合 (左)、物質質量密度の割合 (右)

第 IV 部

カルーツァ＝クライン・グラビトンを媒介とした暗黒物質模型への LHC からの制限

第 III 部では余剰次元模型、ADD 模型、RS 模型にて現れる KK グラビトンの LHC における準実光子交換過程での探索について議論した。

この第 IV 部では、RS 模型における KK グラビトンが暗黒物質と相互作用すると拡張した模型 [10, 11] に注目し、この模型への LHC からの制限を議論する。

RS 模型はゲージ階層性問題の解決策となるという意味で魅力的な模型である。この RS 模型をモデルパラメータはそのまま暗黒物質と KK グラビトンとの相互作用項を加える事で拡張する事ができる。KK グラビトンはエネルギー・運動量を持つ全ての場と結合するためこの相互作用を含める事はごく自然な拡張である。つまり、RS 模型は暗黒物質を含む物理へのアプローチとしても有効である。

この拡張された RS 模型は本質的にはオリジナルの RS 模型（第 II 部の第 5 章、第 III 部）と同じであるため、モデルパラメータへの制限は互いに比較する事ができる。

11 暗黒物質を媒介するカルーツァ＝クライン・グラビトン

暗黒物質とは、重力相互作用はするが光学的に観測されない物質である。宇宙マイクロ波背景放射の観測より、全宇宙のエネルギー密度、物質質量密度の割合は図 25

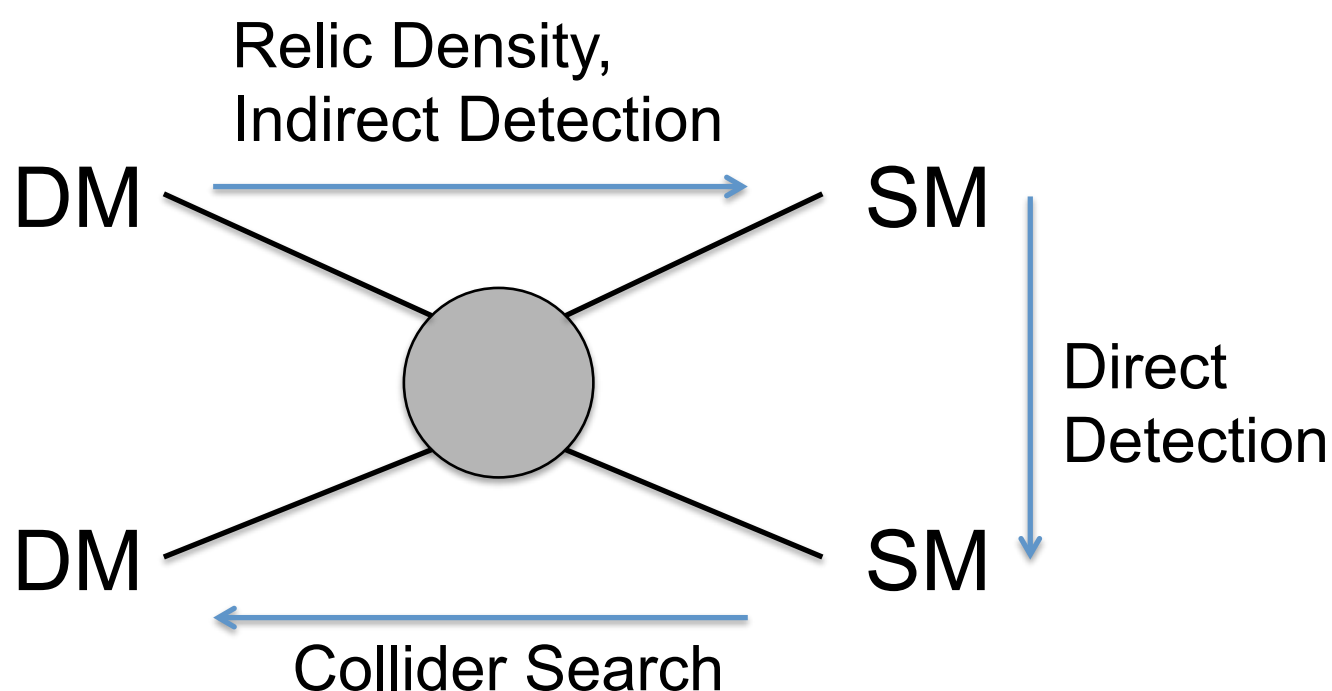


図 26 暗黒物質の探索

に示したようになっていると知られている [22, 59]。ここで、冷たい暗黒物質と暗黒エネルギーを含む宇宙の時間発展モデルである Λ CDM モデル (Lambda Cold Dark Matter models)、空間は平坦、ニュートリノの質量の和は 0.06 eV、宇宙定数が暗黒エネルギーに対応している等と仮定している。暗黒物質は全宇宙のエネルギー密度の 26% を占める。暗黒エネルギーを除いた、物質質量密度だけに注目すると物質の 84% を占める。一方で SM 粒子はエネルギー密度で 5% (図 25、左)、物質質量密度で 16% (図 25、右) しか占めない。

暗黒物質の探索は図 26 のように、間接探索 (Indirect Detection)、直接探索 (Direct Detection)、コライダーでの探索 (Collider Search) がある。矢印は散乱過程の時間方向を指す。また、図 26 の Relic Density (暗黒物質残存量) にあるように暗黒物質の消滅過程から、暗黒物質残存量を計算し、観測より知られている残存量と同じ、もしくは小さくなくてはならない。小さい場合は他の暗黒物質候補が残存量を補っていると考えられる立場である。

暗黒物質は物質質量密度の 84% という大きな割合を占め、その探索が行われているのにも関わらず、未だ観測がされていない。

もし、この暗黒物質が存在するならば、なぜ発見されていないのだろうか。

加速器実験に注目すると、1) 暗黒物質の質量が大きすぎるために、加速器のエネルギーで生成できない、2) 暗黒物質と SM の粒子との結合定数が小さいために、現行の

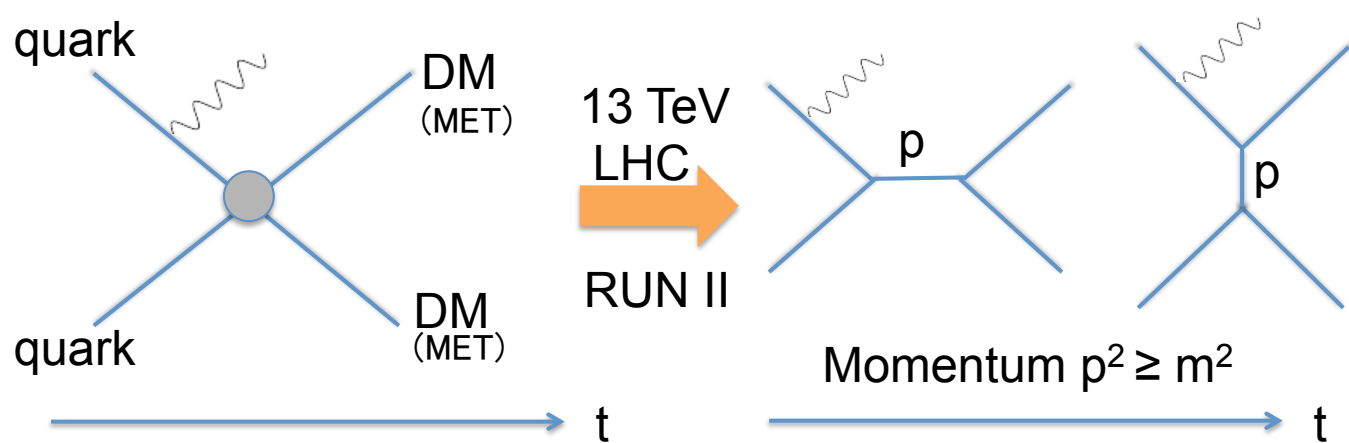


図 27 コンタクト・インタラクション（左）、中間状態を考慮に入れた場合（右）

加速器では十分なイベント数（統計量）が確保できていない、と言った理由が考えられる。

本研究では項目2の「結合定数が小さい」可能性に着目した。暗黒物質とSMの粒子の間の「有効」な結合定数が小さい、と考える。着目するモデルでは暗黒物質とSM粒子は直接に相互作用はしない。その代わり暗黒物質ともSM粒子とも相互作用をする媒介粒子を導入し、その媒介粒子を介して暗黒物質とSM粒子との散乱過程があるとする。この場合、この散乱過程には、媒介粒子が中間状態として存在するため、媒介粒子の質量や運動量により散乱断面積が抑制され、結果、「有効的」な結合定数が小さくなったと言える。

LHCのRUN1（2010-2012年、重心系エネルギー7 TeV、8 TeV）では図27の左図のように、媒介粒子の質量が十分重くとして近似した、直接の相互作用（コンタクト・インタラクション）のラグランジアンを用いた研究が盛んに行われてきた。

しかし、媒介粒子の質量がTeVスケールであると想定すると、媒介粒子を中間状態として考慮に入れる必要がある。特に、2015年より重心系エネルギー13 TeVの13 TeV LHC（RUN 2）が稼働し、重心系エネルギーが更に増えた。媒介粒子を中間状態として含めると、運動学的変数に依存した微分散乱断面積、散乱断面積は、散乱断面積のチャンネル（ s チャンネル、 t チャンネル、 u チャンネル）や媒介粒子のスピンに影響される。

媒介粒子として、スピン0やスピン1の場合のモデルへはすでにLHC RUN 1ならびにRUN 2のデータからモデルパラメータへの制限が付いている [63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72]。

本研究では媒介粒子としてスピン2のボース粒子であるRSモデルのKKグラビトンの場合に着目した。また、KKグラビトンは、エネルギー・運動量テンソルを持つどの粒

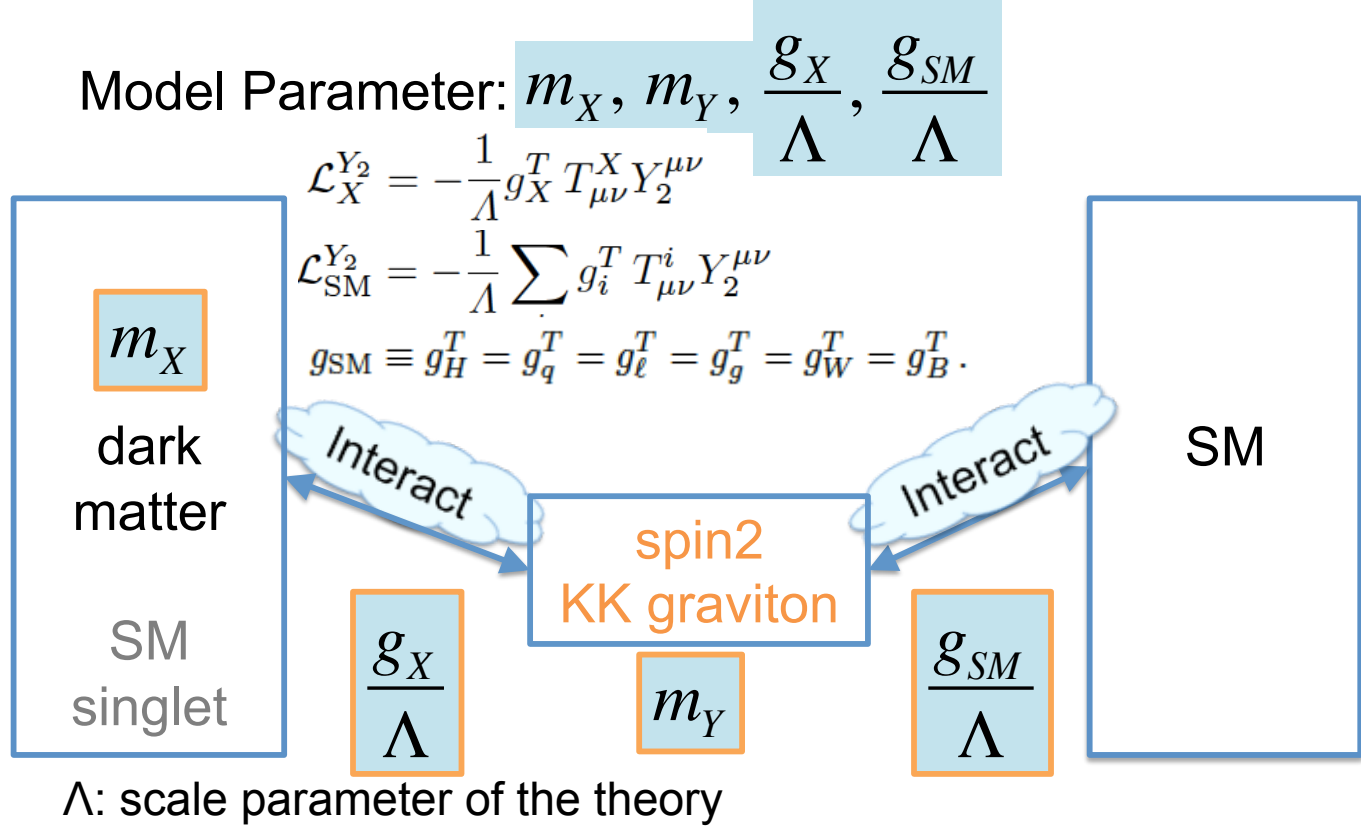


図 28 暗黒物質と SM 粒子の、KK グラビトンを経た相互作用

子とも結合し得る。暗黒物質とも相互作用すると考えるのは自然である。

暗黒物質と SM 粒子の、KK グラビトンを経た相互作用を図 28 に示す。暗黒物質は SM シングレットであり、SM のチャージ（ハイパー・チャージ、弱アイソスピン、結果として電荷）を持たず、結果、SM 粒子と相互作用しないと考える*⁸。KK グラビトンは第一励起状態のみを考える。

モデルパラメータは暗黒物質の質量 m_X 、KK グラビトンの質量 m_Y 、暗黒物質と KK グラビトンの結合定数 g_X/Λ 、KK グラビトンと SM 粒子の結合定数 g_{SM}/Λ の 4 つである：

$$\{m_X, m_Y, g_X/\Lambda, g_{SM}/\Lambda\}, \quad (11.0.1)$$

ここで、 Λ は RS 模型のスケールパラメータ、SM 粒子と KK グラビトンの結合定数は全て等しいとし、

$$g_{SM} \equiv g_H^T = g_q^T = g_\ell^T = g_g^T = g_W^T = g_B^T \quad (11.0.2)$$

とする。ここで、添字は、ヒッグス場 (H)、クォーク (q)、レプトン (ℓ)、 $SU(3)_C$ 、 $SU(2)_L$ 、 $U(1)_Y$ ゲージボソン (g, W, B) を指す。これは、重力場を除く全ての SM 場が δ 関数で TeV ブレーン（もしくは、IR ブレーン）に局所化している、Randall と Sundrum に提唱

*⁸ 例外として、暗黒物質がスカラーとした場合、ヒッグス・ボソンと 4 点の相互作用ラグランジアンを作ることができるが、今回はその項は無視した。

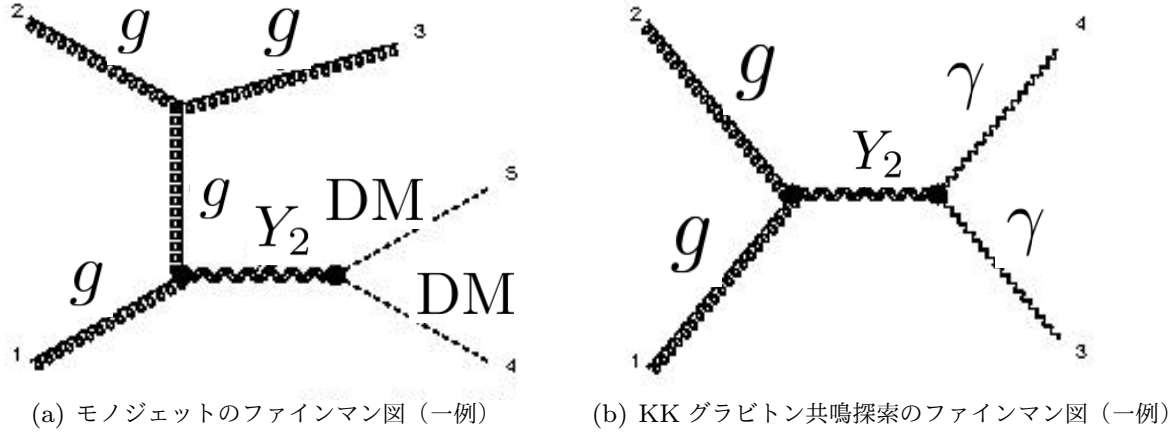


図 29 KK グラビトン、暗黒物質探索のファインマン図 (一例)。 g はグルーオン、 Y_2 は KK グラビトン、DM は暗黒物質、 γ は光子を示す。時間軸は紙面左から右へと取った

されたオリジナルの RS 模型 [9] ($g_{\text{SM}} = 1$) に対応する。SM 場は TeV ブレーンに局在しているため、SM 粒子の KK モードは現れない。暗黒物質としてスピン 0 を持つ実スカラー・ボソン、スピン 1/2 のディラック・フェルミオン、スピン 1 のベクトル・ボソンを候補とした。これらの 3 種類のスピンを持つ 3 種類の暗黒物質があり、それらが混ざって宇宙に存在すると考えることもできる。本研究ではそれぞれのスピンが持つ暗黒物質が 100% 暗黒物質を構成すると単純化した場合で議論する。

暗黒物質と KK グラビトンの相互作用ラグランジアンは、

$$\mathcal{L}_X^{Y_2} = -\frac{1}{\Lambda} g_X^T T_{\mu\nu}^X Y_2^{\mu\nu}, \quad (11.0.3)$$

, ここで、 g_X^T/Λ は結合定数、 $T_{\mu\nu}^X$ は暗黒物質のエネルギー・運動量テンソルである。SM 粒子と KK グラビトンの相互作用ラグランジアンは、

$$\mathcal{L}_{\text{SM}}^{Y_2} = -\frac{1}{\Lambda} \sum_i g_i^T T_{\mu\nu}^i Y_2^{\mu\nu}, \quad (11.0.4)$$

ここで、 i は SM 場それぞれを指し、ヒッグス場 (H)、クォーク (q)、レプトン (ℓ)、 $SU(3)_C$ 、 $SU(2)_L$ 、 $U(1)_Y$ ゲージボソン (g, W, B) を含む。文献 [73, 74] のように、RS 模型のスケールパラメータ Λ の他に以下のように現象を調べるための結合定数

$$g_i^T = \{g_H^T, g_q^T, g_\ell^T, g_g^T, g_W^T, g_B^T\} \quad (11.0.5)$$

を導入した。本研究では、式 (11.0.2) のように、全て等しく取り、 g_{SM} とした。

本研究では LHC 実験での探索に注目し、

1. 横方向消失エネルギー探索
2. KK グラビトンの SM 粒子への崩壊

からのモデルパラメータへの制限を求めた。項目1に関して、暗黒物質はSM粒子と相互作用をせず、媒介粒子へ崩壊することもないので、検出器で観測されず、(横方向)消失エネルギーがあるかどうかでの探索がされる。全て消失エネルギーだとイベントを観測できないので、モノジェットもしくはマルチジェットを伴った場合の散乱過程で、模型への制限を調べた。モノジェットの場合のファインマン図は、例えば図29(a)である。

項目2に関して、KKグラビトンがSM粒子対へ崩壊するチャンネルを考える。注目している模型は、KKグラビトンと暗黒物質粒子をSM粒子以外の未知粒子として含む。よってKKグラビトンのみの過程も本模型のシグナルとして考える必要がある。KKグラビトンの共鳴(s チャンネル)探索からの模型への制限を、LHCでの実験結果から明らかにする。KKグラビトン共鳴探索のファインマン図は、例えば図29(b)である。図29(b)は終状態が光子対の場合である。本研究では、SM粒子の終状態が、ジェット対、レプトン対、フォトン対、 WW 、 ZZ 、 $b\bar{b}$ 、 $t\bar{t}$ 、 hh それぞれの場合で模型への制限をかけ、比較した。この項目2の制限結果はオリジナルのRS模型[9]との比較ができる。

本研究ではKKグラビトンのレゾナンス(生成)に注目しているため、KKグラビトンの第一励起状態のみに注目する。

12 カルーツァ=クライン・グラビトンの生成と崩壊

暗黒物質やSM粒子の生成断面積は

$$\begin{aligned} & (\text{KKグラビトンの生成断面積}) \times (\text{KKグラビトンから暗黒物質もしくはSM対への崩壊分岐比}) \\ & \hspace{15em} (12.0.1) \end{aligned}$$

で与えられる(図29(a)、図29(b)参照)。

したがってKKグラビトンの生成断面積と、その崩壊分岐比が、暗黒物質やSM粒子の生成の散乱断面積の計算に必要となる。

暗黒物質の生成に関わる、横方向消失エネルギー探索では、KKグラビトン(+モノジェット/マルチジェット)が生成され、KKグラビトンが暗黒物質へ崩壊する過程(正確にはニュートリノへの崩壊も含む)が対象である。SM粒子の生成に関わる、KKグラビトン共鳴探索では、KKグラビトンが生成され、SM粒子へ崩壊する過程である。どちらもKKグラビトンの生成と崩壊の過程であるため式(12.0.1)で、散乱断面積の大きさが記述される。

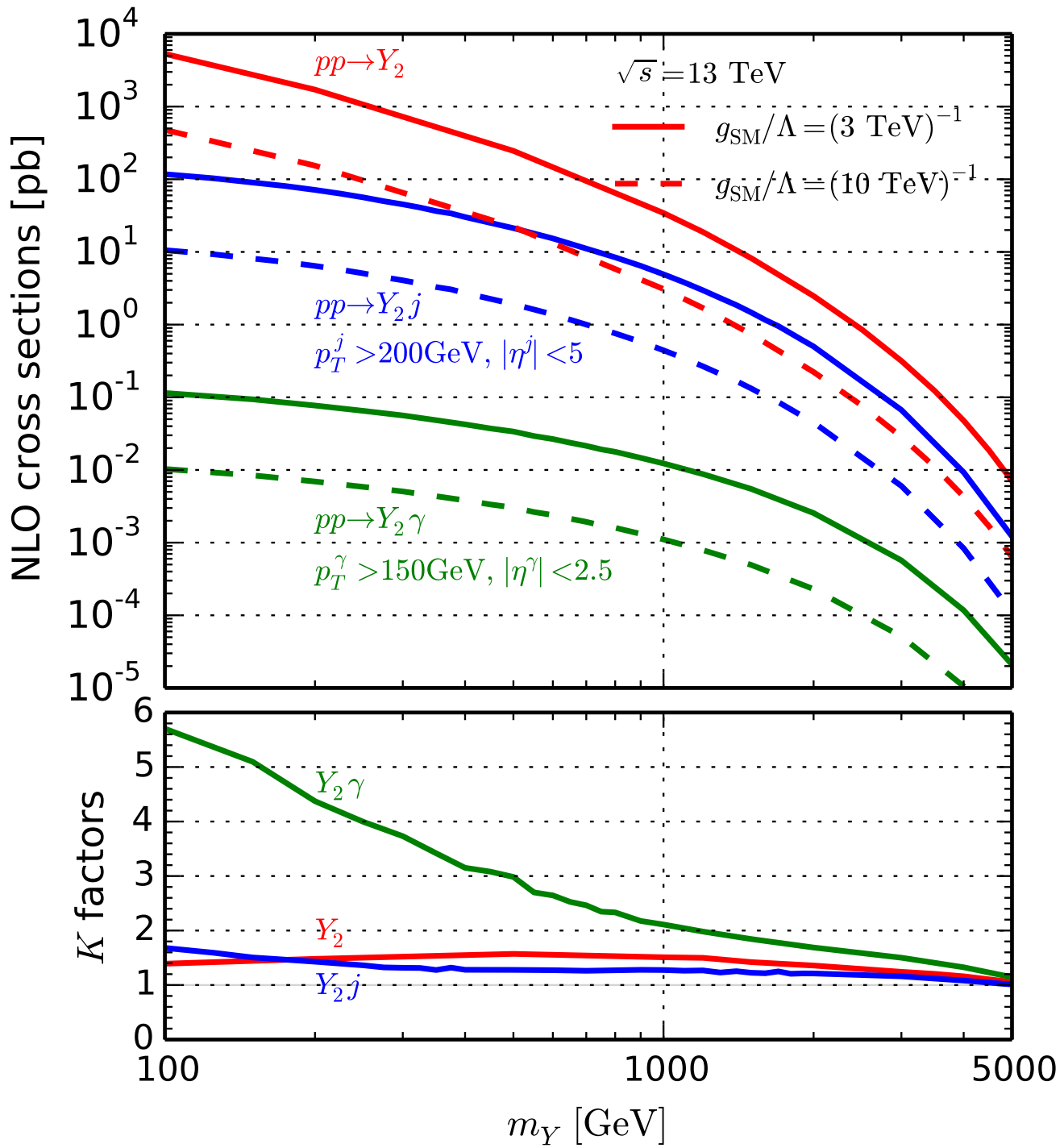


図 30 13 TeV LHC での KK グラビトンの質量を関数とした時の、KK グラビトンの NLO の精度での生成断面積。2 種類の g_{SM}/Λ を取った: $(3 \text{ TeV})^{-1}$ (実線)、 $(10 \text{ TeV})^{-1}$ (破線)。 $Y_2 + \text{jet}$ の生成では $p_T^j > 200 \text{ GeV}$, $|\eta^j| < 5$ のカット、 $Y_2 + \text{photon}$ 生成では $p_T^\gamma > 150 \text{ GeV}$, $|\eta^\gamma| < 2.5$ のカットを適用した。 K ファクターは下段に示す [7]

12.1 カルーツァ=クライン・グラビトンの生成

図 30 は、KK グラビトンの第一励起状態の質量を関数（横軸）とした KK グラビトンの生成断面積を表す。13 TeV 重心系エネルギーでの陽子・陽子衝突の QCD NLO (Next Leading Order) までの精度で求めた。Madgraph5_aMC@NLO を散乱断面積とイベント生成に使った。パートン分布関数には LO/NLO NNPDF2.3 [75] を用いた。図 30 の K ファ

クターは、(NLOの生成断面積)/(LOの生成断面積)で定義される。

散乱断面積は横軸のKKグラビトンの質量 m_Y を固定した時には、モデルパラメータ g_{SM}/Λ に依存する。 g_{SM}/Λ はKKグラビトンと始状態のSM粒子すなわちクォークやグルーオンとの間の結合定数なので、散乱断面積 σ は $\sigma \propto (g_{SM}/\Lambda)^2$ の関係となる。よって、 $g_{SM}/\Lambda = (10 \text{ TeV})^{-1}$ に対応した破線は $g_{SM}/\Lambda = (3 \text{ TeV})^{-1}$ の実線と比較して $(10/3)^2 \sim 11 \sim 1$ 桁大きい散乱断面積となるが、グラフはそれを表していることが分かる。

赤線は $pp \rightarrow Y_2$ の生成断面積である。この生成においてKKグラビトンの質量が小さいところでは、主にグルーオンの始状態が寄与する。LO (Leading Order) では、 $m_Y = 100 \text{ GeV}$ 、 $m_Y = 1 \text{ TeV}$ 、 $m_Y = 5 \text{ TeV}$ のとき、それぞれ97%、83%、28%がグルーオン対を始状態としたKKグラビトン生成の散乱断面積となる。これは、パートン分布関数から理解できる。

緑の線の $pp \rightarrow Y_2\gamma$ はモノフォトンを伴ったKKグラビトンの生成である。この生成過程におけるKファクターが m_Y の質量の小さい方で大きくなっている。これは、LOでの $Y_2\gamma$ の生成はLHCの陽子・陽子ビームの中のクォークと反クォークを始状態としてしか起きないが、NLOではグルーオンを始状態に含むからである。そして前段落で述べたように、生成粒子の質量が小さい領域では、グルーオンの寄与が大きい。そのため、 $Y_2\gamma$ 散乱断面積は m_Y の質量の小さい方で、LOの過程とNLO過程での違いが顕著になる。

暗黒物質探索（横方向消失エネルギー探索）では、暗黒物質が検出器に痕跡を残さないため、モノフォトンやモノジェットなどの他の粒子を伴ったシグナルの探索となる。図30に見るように、生成断面積の大きさを比較して、モノフォトンを伴った探索（生成断面積は図30の緑線）よりも、モノジェットを伴った探索（生成断面積は図30の赤線）の方が暗黒物質の探索に有効であると予想できる。モノフォトンを伴った散乱断面積が、モノジェットの場合と比較して小さい理由は結局、LOではクォークを始状態とした生成のみが起きるからである。 Z 粒子や W 粒子を伴う場合も同様である。よって、本研究では暗黒物質の探索（横方向消失エネルギー探索）でモノジェット／マルチジェットを伴う場合に注目した。

12.2 カルーツァ＝クライン・グラビトンの崩壊

KK グラビトンの部分崩壊幅について議論する。暗黒物質のペアと SM 粒子対 $X\bar{X}$ への崩壊 $Y_2 \rightarrow X\bar{X}$ はスピン 0 ($S = X_R, h$)、スピン 1/2 ($F = X_D, q, \ell$)、スピン 1 ($V = X_V, g, \gamma, Z, W$) に対して崩壊幅は

$$\Gamma_S = \frac{g_S^2 m_Y^3}{960\pi\Lambda^2} \beta_S^5, \quad (12.2.1)$$

$$\Gamma_F = \frac{g_F^2 N_\nu N_C^F m_Y^3}{160\pi\Lambda^2} \beta_F^3 (1 + \frac{8}{3} r_F), \quad (12.2.2)$$

$$\Gamma_V = \frac{g_V^2 N_s N_C^V m_Y^3}{40\pi\Lambda^2} \beta_V f(r_V), \quad (12.2.3)$$

ここで、

$$\beta_i = \sqrt{1 - 4r_i}, r_i = m_i^2/m_Y^2, \quad (12.2.4)$$

$$g_\gamma = g_B \cos^2 \theta_W + g_W \sin^2 \theta_W, \quad (12.2.5)$$

$$g_Z = g_B \sin^2 \theta_W + g_W \cos^2 \theta_W \text{ (ただし } \theta_W \text{ はワインバーグ角)}, \quad (12.2.6)$$

$$f(r_V) = 1 + \frac{1}{12} \kappa_H^2 - r_V (3 - \frac{20}{3} \kappa_H - \kappa_H^2) + r_V^2 (6 - \frac{20}{3} \kappa_H + \frac{14}{3} \kappa_H^2), \quad (12.2.7)$$

$$\kappa_H = g_H/g_V \quad (12.2.8)$$

である。グルーオン対と光子対への崩壊に対して、 $f(r_V)$ に於いて $\kappa_H = 0$ ベクトル・ボソンの暗黒物質に対して $\kappa_H = 1$ ととる。 N に関しては、ニュートリノの場合 $N_\nu = 1/2$ 、終状態が同種粒子の場合 $N_s = 1/2$ 、それ以外の場合は 1 ととる。 $N_C^{F,V}$ はカラー自由度である。

この部分崩壊幅 (12.2.3) に、 $Y \rightarrow Z\gamma$ への崩壊幅は含まれていない。本研究では、 $g_W = g_B$ の場合であり、この時 $Y \rightarrow Z\gamma$ への崩壊分岐比は $B(Y_2 \rightarrow Z\gamma) = 0$ となるからである。この崩壊分岐比が 0 となるのは、 $Y_2 \rightarrow Z\gamma$ の崩壊幅が $g_{Z\gamma}^2 = [(g_W - g_B) \cos \theta_W \sin \theta_W]^2$ に比例するためである。

部分崩壊幅のオーバーオール係数（分母の数字）はスカラー、フェルミオン、ベクトルの順番に大きくなっている。部分崩壊幅はスカラー、フェルミオン、ベクトルに対しそれぞれ、 β_S^5 、 β_F^3 、 β_V となっている。これは、KK グラビトンがスピン 2 であることによる、終状態が d 波（軌道角運動量 $L = 2$ ）、 p 波（ $L = 1$ ）、 s 波（ $L = 0$ ）の終状態に対応している。図 31 は、横軸を KK グラビトンの質量 m_Y とした、KK グラビトンの全崩壊幅と質量の比 Γ_Y/m_Y と KK グラビトンの崩壊分岐比を表したものである。ただし、KK グラビトンが SM 粒子のみに崩壊する場合であり暗黒物質へは崩壊しない場合で、崩壊幅並びに崩壊分岐比を数値計算した。作成したモデルファイル [76] を用

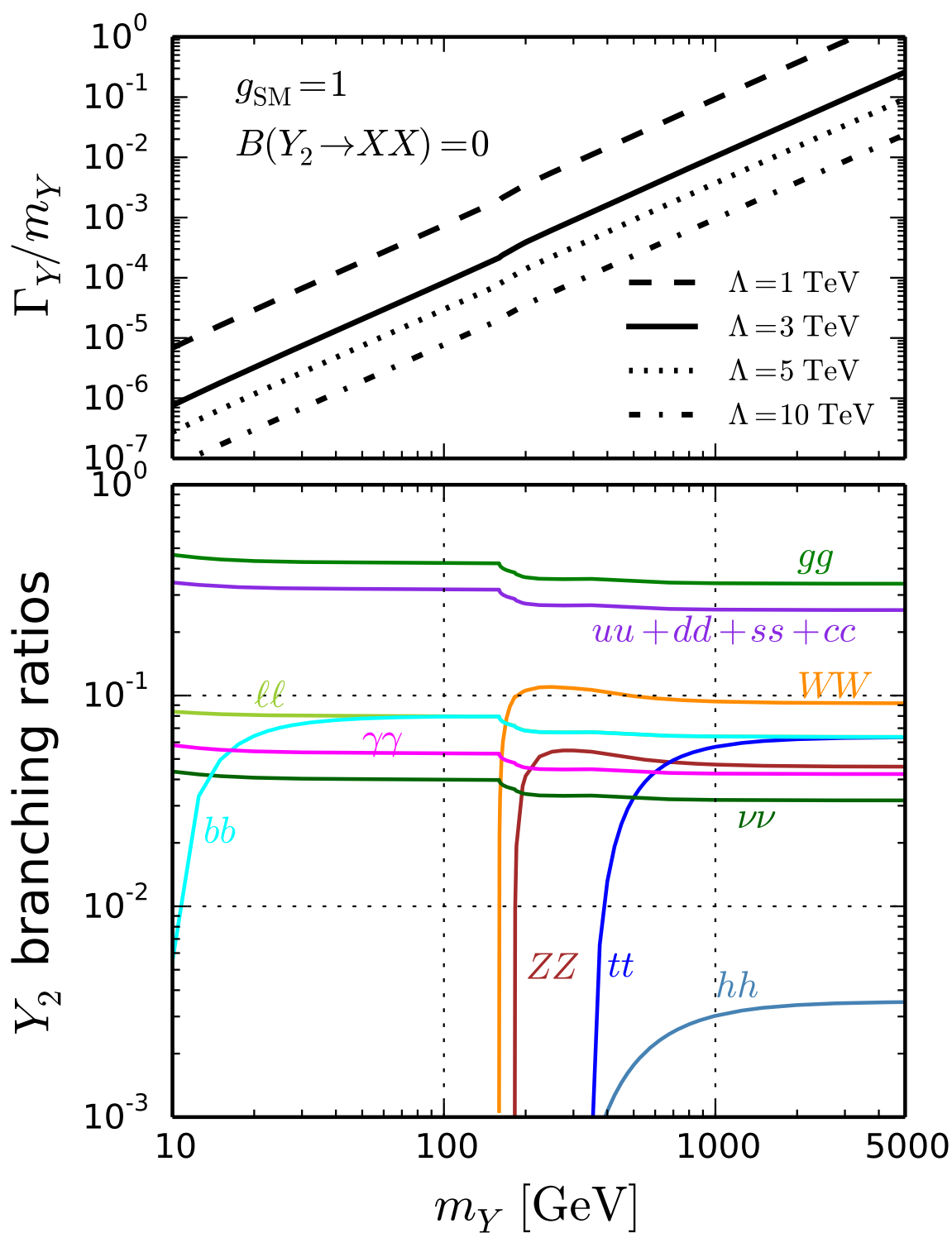


図 31 KK グラビトンの質量を変化させた時の KK グラビトンの全崩壊幅と KK グラビトンの質量で割った比 Γ_Y/m_Y (図の上段) と KK グラビトンの崩壊分岐比 (図の下段) を示す。ただし $g_{\text{SM}} = 1$ と取り、暗黒物質への崩壊は無視できるほど小さい場合とした [7]

い MADGRAPH5_AMC@NLO で数値的に計算した。各点の m_Y のパラメータポイントで MADGRAPH5_AMC@NLO 内のパッケージ MADWIDTH [77] により、崩壊幅が数値的に計算される。

式(12.2.1)より全崩壊幅は m_Y^3 に比例することが分かるが、図31の上図もそれに従っている。 $g_{\text{SM}}/\Lambda \lesssim (3 \text{ TeV})^{-1}$ であれば KK グラビトンの共鳴状態の全崩壊幅は $m_Y \lesssim 1 \text{ TeV}$

m_Y [GeV]	branching ratios [%]							
	jj	WW	tt	ZZ	$\gamma\gamma$	$\nu\nu$	ee	hh
100	86.5	0	0	0	5.3	4.0	2.7	0
500	79.1	9.9	3.3	5.0	4.4	3.3	2.2	0.2
1000	78.5	9.4	5.7	4.7	4.3	3.2	2.1	0.3

表2 KK グラビトンの崩壊分岐比を載せる。 $g_{\text{SM}} = 1$ 、 $B(Y_2 \rightarrow XX) = 0$ と取った。 jj はグルーオンと5フレーバーのクォーク (u クォーク、 d クォーク、 c クォーク、 s クォーク、 b クォーク) を指す。 $\nu\nu$ はニュートリノの3フレーバー (ν_e 、 ν_μ 、 ν_τ) を含む [7]

で、狭い $\Gamma_Y/m_Y < 1\%$ であることが分かる。図 31 から分かるように、 WW 対生成質量 $m_Y \sim 2m_W$ (m_W は W 粒子の質量) 付近よりも大きな KK グラビトンの質量 m_Y では崩壊分岐比の値はほぼ一定の値となる。さらに m_Y が大きくなると $t\bar{t}$ チャンネル、 hh チャンネルが現れる。

次に、表 2 に KK グラビトン質量 $m_Y = 100$ GeV、500 GeV、1 TeV での崩壊分岐比を示す。グルーオン、軽いクォーク (u クォーク、 d クォーク、 s クォーク、 c クォーク、 b クォーク) への崩壊はダイジェット jj として観測されるが、 m_Y に依って約 80% もしくは 80% 以上を占める大きな崩壊分岐比を持つことが分かる。ダイフォトンのチャンネルは 4-5% の崩壊分岐比、 WW 、 tt 、 ZZ は運動学的に KK グラビトンが崩壊できる場合、つまり $m_Y \gtrsim 2M_X$ ($X = W, t, Z$) の場合に大きな崩壊分岐比であることが分かる。ニュートリノ対への崩壊分岐比は 4-5% を占め、暗黒物質と区別のつかない横方向消失エネルギーとして現れることが分かる*⁹。

KK グラビトンが暗黒物質とも相互作用する場合の崩壊幅を議論する。

図 32 に KK グラビトンの全崩壊幅を KK グラビトンの質量で割った比と、KK グラビトンの崩壊分岐比を示す。図 32 では、暗黒物質の質量を $m_X = 10$ GeV に固定、KK グラビトンと SM 粒子の結合定数は $g_{\text{SM}} = 1$ に固定している。KK グラビトンの質量は $m_Y = 100$ GeV (上段) と 1 TeV (下段) の場合である。

暗黒物質への崩壊分岐比の大きさは、KK グラビトンと暗黒物質の相互作用の大きさを表す結合定数 g_X/Λ の内、暗黒物質への崩壊のみに依存する g_X と暗黒物質のスピン (スカラー、スピノル、ベクトル) によって決まる。このことは式 (12.2.1) のオーバー

*⁹ $\Lambda = 2$ TeV、 $m_Y = 600$ GeV の場合で各々の崩壊モードの崩壊幅が式 (12.2.1) と一致することを確認した。崩壊分岐比は文献 [78] にも示されているが、KK グラビトンの現象の理解のために、ここに表した。文献 [78] と比較してニュートリノの崩壊分岐比が私たちの場合 1/2 倍となるが、それ以外の崩壊モードでの崩壊分岐比は一致する。1/2 異なる理由は私たちの場合、ミニマムな SM としてニュートリノの左巻きのみを導入しているためである。ニュートリノの質量機構はここでは考えない。

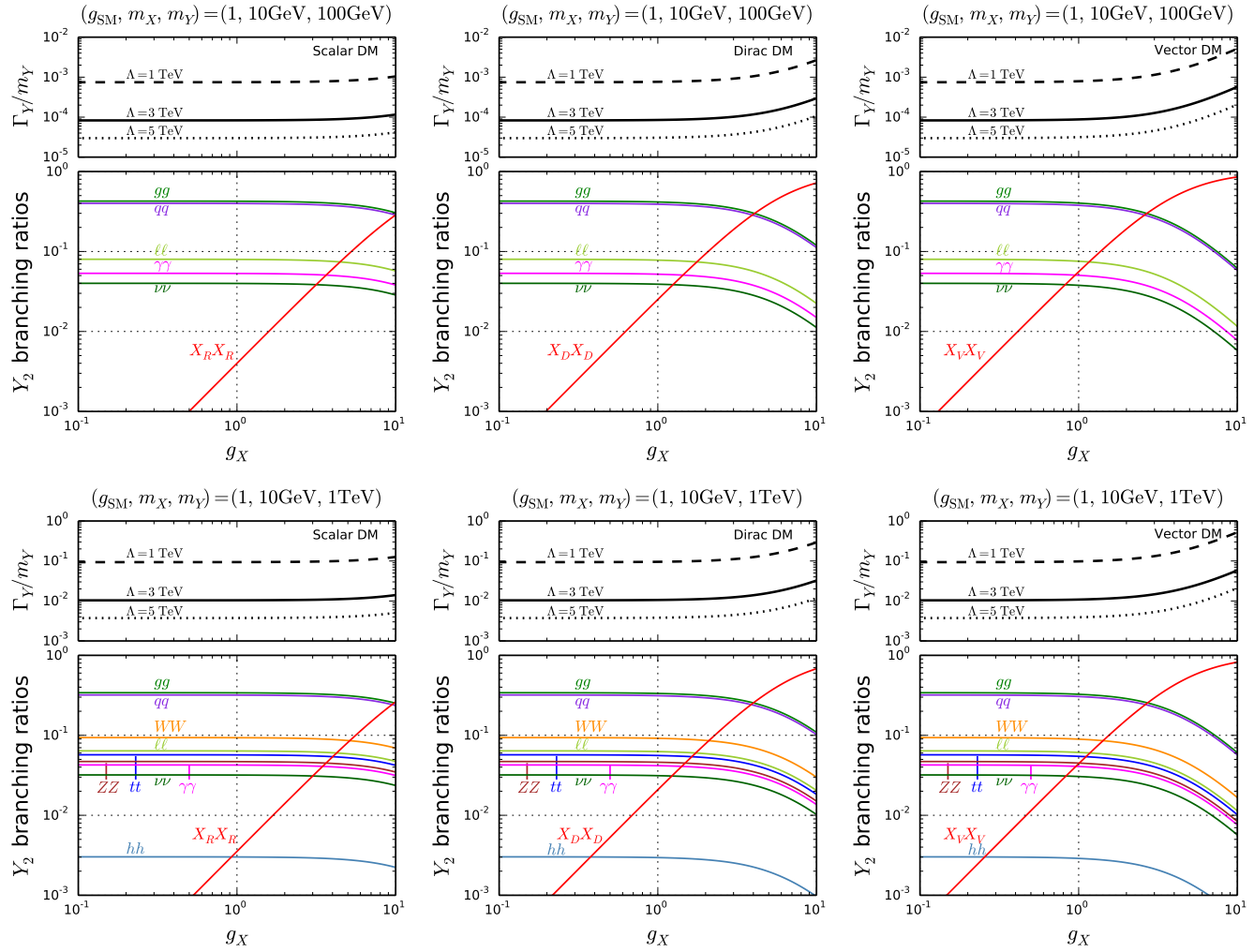


図 32 KK グラビトン（媒介粒子）の全崩壊幅を KK グラビトンの質量で割った比と、KK グラビトンと暗黒物質の相互作用の大きさを変える g_X を関数とした崩壊分岐比を示す。KK グラビトン質量 100 GeV（上段）、1 TeV（下段）の場合を載せる。左、中央、右の列はそれぞれスカラー・ボソンの暗黒物質、ディラック・フェルミオンの暗黒物質、ベクトル・フェルミオンの暗黒物質に対応する。 $g_{\text{SM}} = 1$ と取り、暗黒物質の質量を 10 GeV とした [7]

オールの因子からも分かる。KK グラビトンが暗黒物質の粒子対へ崩壊する崩壊幅が増えるに従って、全崩壊幅が増えるため、SM の崩壊分岐比が小さくなる（図 32）ことが分かる。

図 32 から分かるように $m_Y \lesssim 1$ TeV、 $\Lambda \gtrsim 3$ TeV では全崩壊幅は狭い。他に重要な点として、 $g_X \sim g_{\text{SM}}$ において、KK グラビトンのスカラー暗黒物質 (X_R) への崩壊 $Y_2 \rightarrow X_R X_R$ の崩壊分岐比は他のヒッグス・ボソン粒子を除く SM 粒子への崩壊の場合と比較して小さい。スカラー暗黒物質の場合、同じく横方向消失エネルギーとして観測されるニュートリノ対への崩壊分岐比を上回るには $g_X/g_{\text{SM}} \approx 3$ が必要となる。更に崩壊分岐比が 10% ほどになるには $g_X/g_{\text{SM}} \approx 5-6$ が必要となる。ディラック・フェルミオン暗黒物質 (X_D) やベクトル暗黒物質 (X_V) の場合は、スカラー暗黒物質と比較して KK グラビトンが崩壊する崩壊幅が大きいので $g_X \sim g_{\text{SM}} \sim 1$ でニュートリノ対への崩壊分岐比と

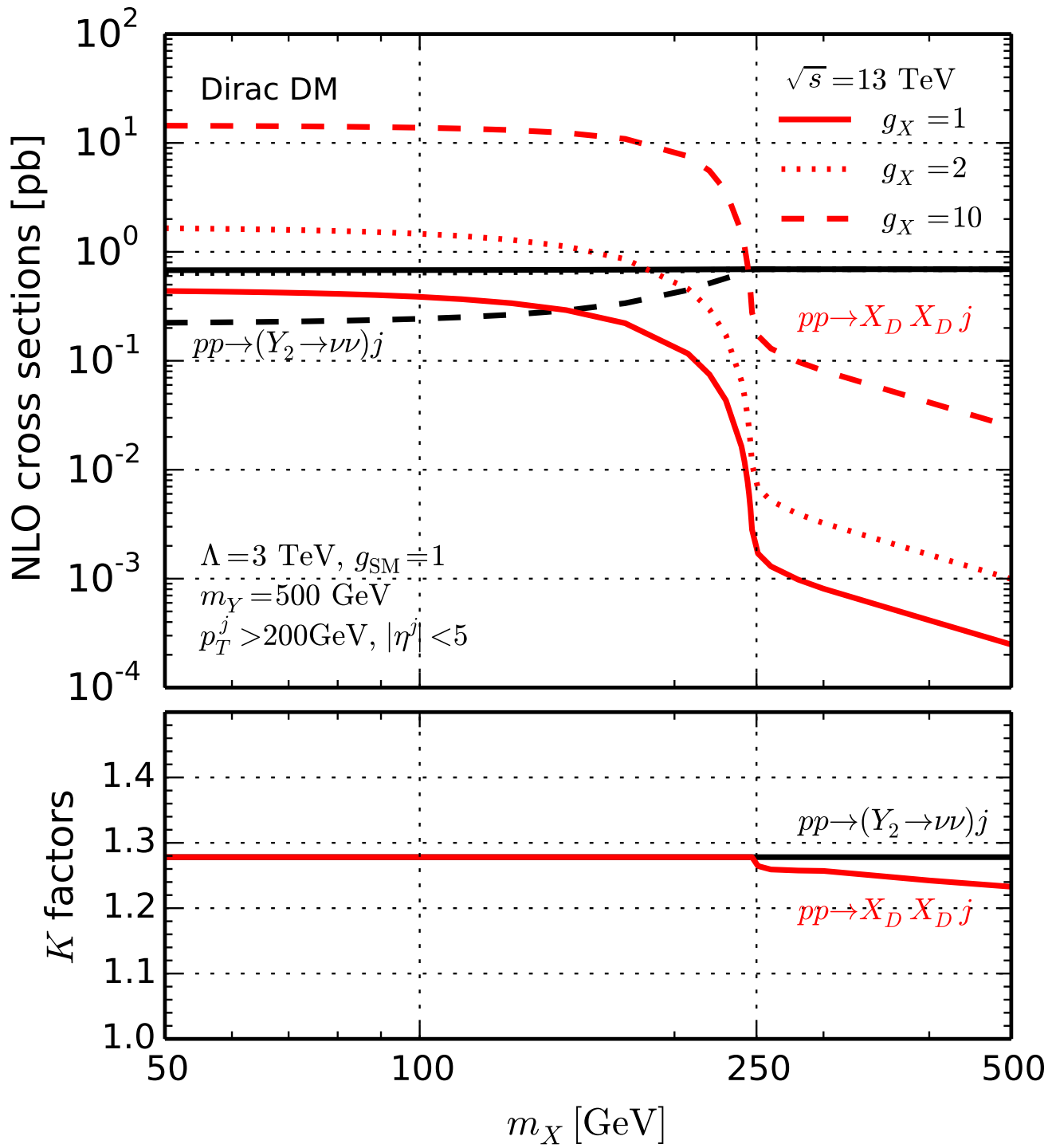


図 33 モノジェット（+横方向消失エネルギー）を終状態とした NLO の精度での、暗黒物質の質量を変化させた時の全散乱断面積を示す。 $m_Y = 500$ GeV、 $\Lambda = 3$ TeV、 $g_{\text{SM}} = 1$ と取った。 $g_X = 1$ （実線）、2（点線）、10（破線）に対応する。 $p_T^j > 200$ GeV、 $|\eta^j| < 5$ のカットを適用している。赤線は Dirac 暗黒物質チャンネル、黒線はニュートリノに対応している。 K ファクターを下図に示した [7]

同じオーダーとなる。更に $g_X/g_{\text{SM}} = 2$ で崩壊 $Y_2 \rightarrow X_D X_D$ ($X_V X_V$) の崩壊分岐比はそれぞれ 10% (20%) となる。第 13 章に見るように暗黒物質のスピンの違いによる、KK グラビトンの崩壊幅の大きさの違いは横方向消失エネルギー探索からのモデルパラメータ $\{m_Y, m_X, \Lambda, g_{\text{SM}}, g_X\}$ への制限の違いに現れる。

図 33 に、暗黒物質質量 m_X を横軸とした $pp \rightarrow j + \cancel{E}_T$ 過程での NLO 精度で計算した

散乱断面積を示す。赤の線が \cancel{E}_T として暗黒物質が生成された場合、黒の線が \cancel{E}_T としてニュートリノが生成された場合、と分けて数値計算した。 $m_Y = 500$ GeV、 $\Lambda = 3$ TeV、 $g_{SM} = 1$ とし、 $g_X = 1, 2, 10$ の場合をディラック・フェルミオンの暗黒物質で散乱断面積を求めた。 $m_Y < 2m_X$ の場合、暗黒物質はKKグラビトンのオフシェルの寄与で生成されるため、散乱面積が $m_X = 250$ GeV の所で、大きく減少している。よって、 $m_Y < 2m_X$ では、 $pp \rightarrow j + \cancel{E}_T$ 過程へは、ニュートリノの \cancel{E}_T からの散乱断面積の寄与の方が大きい。 $g_X = 10$ としても同様である。

13 横方向消失エネルギー探索からの制限

暗黒物質探索では12.1節で見たように $pp \rightarrow Y_2 j$ の過程のモノジェット探索が有効だろう。LHCのRUN2のような13 TeVの重心系エネルギーでの pp 衝突ではモノジェット解析は \cancel{E}_T と逆方向のハードジェットを要求して行われる。また、QCDの特徴からモノジェット以外のジェットが伴うことも想定される。マルチジェット+横方向消失エネルギー探索からの制限も重要になってくると考えられる

横方向消失エネルギー \cancel{E}_T の定義を以下に記載する。横方向エネルギー E_T は粒子の質量を m 、横運動量を p_T とした時、 $E_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$ と定義される。LHCのような陽子・陽子衝突器の場合、陽子を構成するパートン（クォークやグルーオン）が運動量を分け合っている。そのため、注目する衝突に関与するパートンの縦方向（ビーム方向）の運動量は分からない。しかし、衝突前それぞれのパートンの横運動量は0である。よって、運動量保存則 $0 = \cancel{E}_T + \sum_i p_T(i)$ (i は終状態での観測可能な粒子、 \cancel{E}_T は終状態での残りの運動量) を用いて、横方向消失エネルギーは $\cancel{E}_T = -\sum_i p_T(i)$ と定義される。

本研究で注目するKKグラビトンを媒介としてSM粒子と相互作用する暗黒物質模型へのモデルパラメータへの制限として、以下のLHCのRUN2でのモノジェット・マルチジェット+横方向消失エネルギーを用いた実験結果を用いた：

- ATLAS実験 モノジェット + \cancel{E}_T 、積分ルミノシティ 3.2 fb^{-1} [65],
- ATLAS実験 2-6 ジェット + \cancel{E}_T 、積分ルミノシティ 3.2 fb^{-1} [81].

モノジェットの解析 [65] では s チャンネルのスピン1の粒子を媒介としたシンプルな暗黒物質模型が解析のターゲットとなっている。解析内容は以下の通りである。少なくとも1つの横運動量の大きいハードジェット: $p_T > 250$ GeV、そのジェットの擬ラ

ピディティは前方・後方のジェットを除いた $|\eta| < 2.4$ とする。ジェットの数は上限 4 ジェットとし全て横運動量 $p_T > 30$ GeV、擬ラピディティは $|\eta| < 2.8$ とする。横方向消失エネルギー \cancel{E}_T への要求としては $\cancel{E}_T > 250$ GeV から $\cancel{E}_T > 700$ GeV へと増やしていった、inclusive な事象、exclusive な事象両方を考慮に入れた幾つかのシグナル領域 (signal regions、以下、SRs と呼ぶ) を用いる。

マルチジェット + \cancel{E}_T の解析 [81] では超対称性理論に注目し、ニュートラリーノを \cancel{E}_T としてスクォークやグルイーノ探索に焦点が当てられた解析となっている。SRs に依って、ジェットの数を 2-6 以上としている。全ての SRs で横方向消失エネルギー $\cancel{E}_T > 200$ GeV を要求している。ジェットの横運動量カットや、またシグナルはバック・トゥ・バックでジェットと \cancel{E}_T が出てくるはずなのでジェットと \cancel{E}_T の間がどれほど離すか (方位角を用いる) を要求するカットの値は SRs により変えている。

上述のモノジェット、マルチジェットの解析を KK グラビトンを経由して SM 粒子と相互作用する暗黒物質模型の場合で再解釈 (reinterpretation、recasting) する必要がある。このために、公開されたりキャスティング・ツール CHECKMATE2 [82] を用いた。CHECKMATE2 は 13 TeV LHC の解析結果を含み、シミュレーションで生成したシグナル・イベントに対し 95% 信頼度 (Confidence Level, CL) での制限を出すツールである。

イベント生成には、ツリーレベルでのマトリックス・エレメント + パートンシャワー (ME+PS) をマージしてハドロン・レベルのシグナルのサンプルを作った。PYTHIA6 [79] をパッケージに含む MADGRAPH5_AMC@NLO [46] におけるシャワー- k_T スキーム [80] を使っている。パートンの重複度は 1-2 とした。 $\cancel{E}_T > 200$ GeV とし、パートンレベルでの merging separation parameter として $Q_{\text{cut}} = 200$ GeV とした。これらの値は最終結果に影響しない程度に効率的なイベント生成をするように選んでいる。

本解析でのカットでは、質量殻上 (オン・シェル) の KK グラビトン (媒介粒子) の質量でイベント数の選択効率は、暗黒物質のスピンの依らないことを解析により確かめた。よって、選択効率は KK グラビトン質量 (媒介粒子質量) の関数として評価した。

質量殻上にない (オフシェル) の KK グラビトンの質量領域 (図 35 の $m_Y = 2m_X$ の灰色の実線の上側の領域) では、KK グラビトンの暗黒物質の粒子対への崩壊は起きないため、KK グラビトンの暗黒物質対への生成はほとんど無視できる (図 33 も参照)。

スピン 2 の媒介粒子 (KK グラビトン) の場合はスピン 1 の場合と比較して、リーディング・ジェットはハード (横運動量大きい) ジェットであり、前方・後方の方向にで

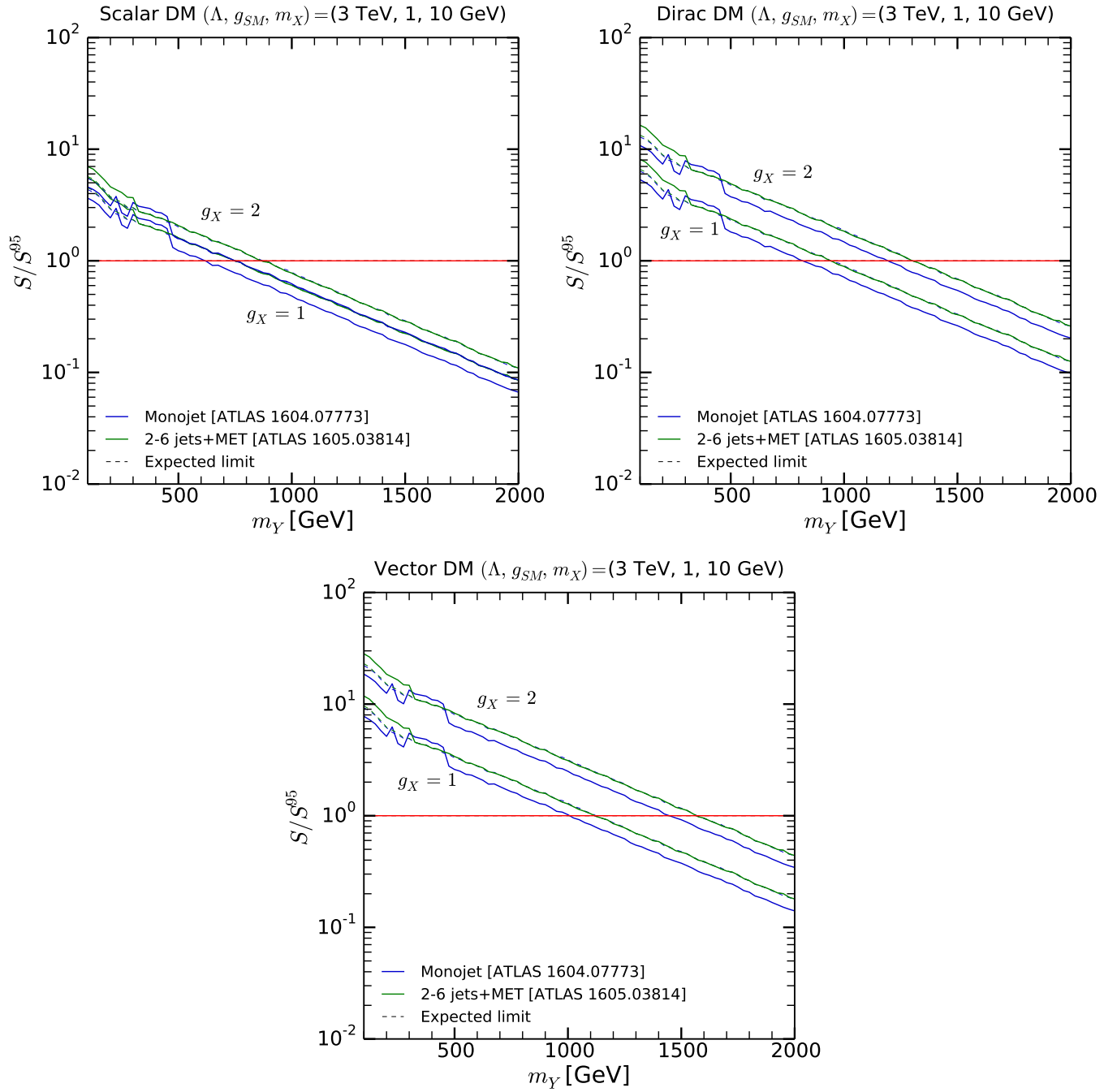


図 34 上段左、上段右、下段中央:実スカラー・ボソンの暗黒物質、ディラック・フェルミオンの暗黒物質、ベクトル・ボソンの暗黒物質の場合に対応する。縦軸はイベント数を 95% 信頼度で棄却されるイベント数で割った数である。横軸は KK グラビトンの質量 m_Y 。 $\Lambda = 3 \text{ TeV}$ 、 $g_{SM} = 1$ 、 $m_X = 10 \text{ GeV}$ とし、 $g_X = 1$ 並びに $g_X = 2$ と取った。ATLAS 13 TeV (3.2 fb^{-1}) での、モノジェット + \cancel{E}_T [65] (青線)、マルチジェット + \cancel{E}_T [81] (緑線) にそれぞれの線が対応する [7]

きやすい傾向がある。この違いの原因を知るためには、媒介粒子のスピンが 2 か 1 かという違いの他、KK グラビトンの生成は、 $q\bar{q}$ 、 gg の対消滅からの生成の他、さらに $gggY_2$ や $q\bar{q}gY_2$ の 4 点相互作用からも生成されるという特徴があるので、この生成過程の違いも考慮に入れなくてはならない。本研究ではこれらのスピンの違いによる特徴の原因を追求はしない。新粒子が発見された暁には、何の粒子かという区別をする段階に注目して実験ならびに実験結果の解析が行われるので、粒子の同定 (identification) に注目した理論的考察は重要となる。

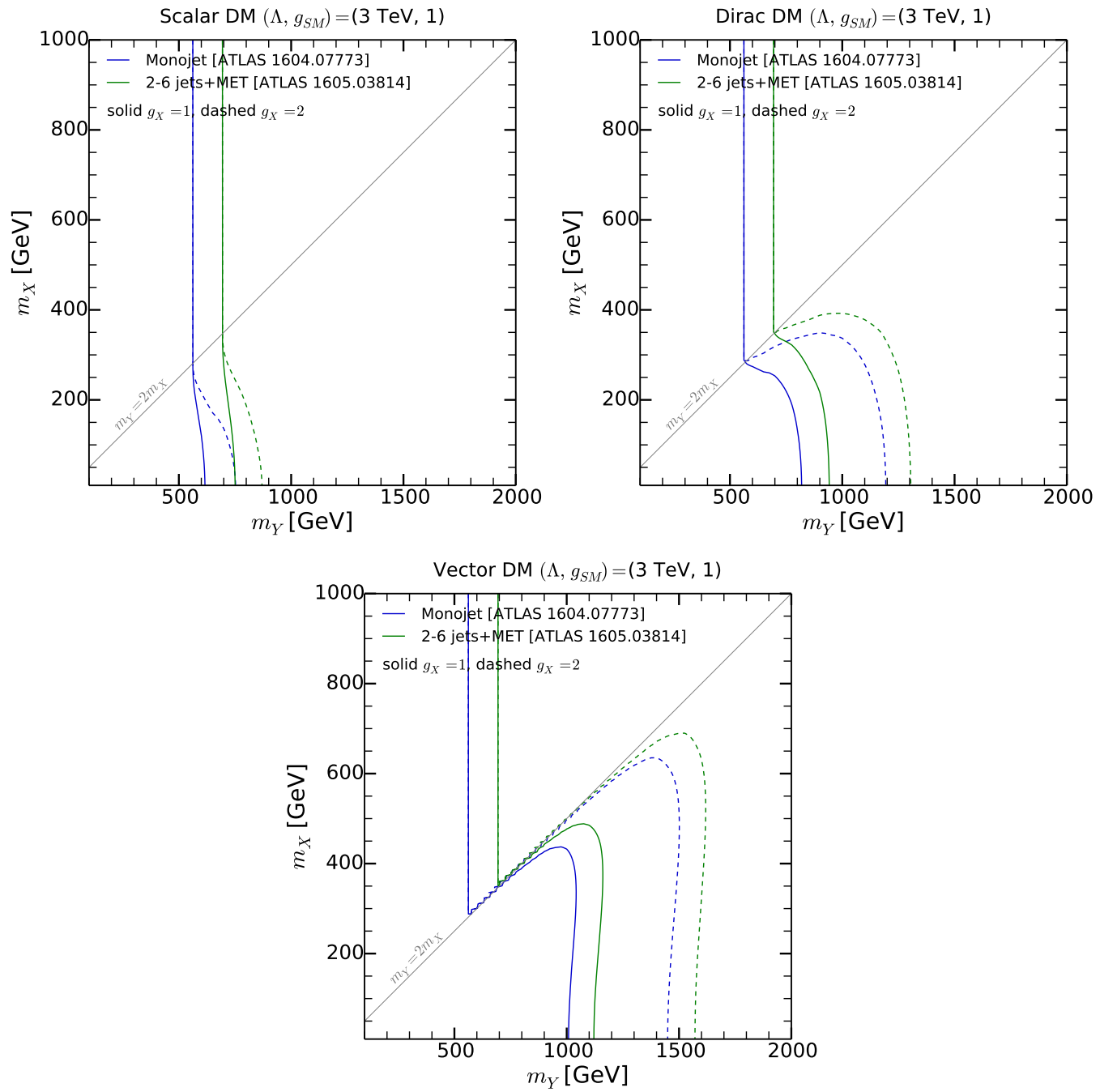


図 35 上段左、上段右、下段中央:実スカラー・ボソンの暗黒物質、ディラック・フェルミオンの暗黒物質、ベクトル・ボソンの暗黒物質の場合に対応する。KK グラビトン質量 m_Y (横軸) と DM 質量 m_X (縦軸) で表された線の内側の領域が 95% 信頼度で棄却される $\Lambda = 3$ TeV、 $g_{SM} = 1$ とし、 $g_X = 1$ (実線) 並びに $g_X = 2$ (破線) と取った。ATLAS 13 TeV (3.2 fb⁻¹) モノジェット + \cancel{E}_T [65] (青線)、マルチジェット + \cancel{E}_T [81] (緑線) にそれぞれの線が対応する [7]

図 34 はシグナルのイベント数を 95% 信頼度 (CL) で棄却されるイベント数で割った数 S/S^{95} (縦軸) を KK グラビトンの質量を変化させて (横軸) 求めた結果である。暗黒物質は質量 $m_X = 10$ GeV に固定し、実スカラー・ボソン、ディラック・フェルミオン、ベクトル・ボソンの場合それぞれで求めた。暗黒物質と KK グラビトンの結合定数は $g_X = 1$ 、 $g_X = 2$ 、KK グラビトンと SM 粒子の結合定数は $g_{SM} = 1$ 、また $\Lambda = 3$ TeV とし、評価を行った。図 34 では赤線 $S/S^{95} = 1$ より上側の線に対応する KK グラビトン質量領域が 95% CL で棄却される。棄却される領域は、暗黒物質がベクトルの場合が最も大き

く、ディラック・フェルミオン暗黒物質、実スカラー暗黒物質の順番で小さくなる。前章の、12.2節で議論したようにKKグラビトンが暗黒物質へ崩壊する時の崩壊分岐比が暗黒物質のスピンに依って異なるためである。実スカラー暗黒物質の場合は、図35と後の図37からも分かるように制限に対し、KKグラビトンのニュートリノ対への崩壊の横方向消失エネルギー \cancel{E}_T の方が、KKグラビトンの実スカラー・ボソンの暗黒物質への崩壊の場合よりも、制限に寄与している。制限は $g_X = 1(2)$ の時、モノジェット+ \cancel{E}_T の解析からは、 $m_Y \gtrsim 600$ (750) GeVとなり、マルチジェット+ \cancel{E}_T の解析からは $m_Y \gtrsim 750$ (850) GeVとなった。^{*10}ディラック・フェルミオンの場合は、KKグラビトンの暗黒物質への崩壊過程 $Y_2 \rightarrow X_D X_D$ の崩壊幅が実スカラーの場合よりも大きいため、ニュートリノへの崩壊に合わせて、この崩壊過程からの寄与も効く。KKグラビトンの質量への制限は、 $g_X = 1(2)$ で $m_Y \gtrsim 950$ (1300) GeVとなる。最後にベクトル暗黒物質の場合、KKグラビトンの質量への制限は最も大きく、 $g_X = 1(2)$ に対し $m_Y \gtrsim 1100$ (1550) GeVとなる。

モノジェット+ \cancel{E}_T 解析の時は、 \cancel{E}_T のカット、500、600、700 GeVの inclusive SRs（文献[65]中のIM5、IM6、IM7に対応）がそれぞれ低質量領域（100～300 GeV）、中間の質量領域（300～450 GeV）、高い質量領域（ $\gtrsim 450$ GeV）への制限を与えている。マルチジェット+ \cancel{E}_T の解析の時は、2-jet loose (2jl) SRが質量領域100～300 GeVへの制限、2-jet medium (2jm) SRが質量領域 $\gtrsim 300$ GeVへの制限を与えている。イベント選択方法の詳細は文献[81]を参照されたい。

KKグラビトンの生成断面積が $1/\Lambda^2$ に比例するため、 Λ の下限は図34から見積もることができる。例えばベクトル暗黒物質の場合、 $m_Y = 100$ GeVに注目すると $g_{SM} = g_X = 1$ の場合に、 Λ は約10 TeV以上とならなくてはならない。

KKグラビトンの生成断面積を求めるにあたり、LOではなくQCD NLOでの数値計算を行った。 $m_Y = 100 - 2000$ GeVに対して K ファクターは1.7–1.2の値を取るため（図30の $Y_2 j$ （青線）参照）、NLOではLOでのKKグラビトン生成を行った場合と比較して、モデルパラメータへの制限はやや強くなる。

m_X - m_Y モデルパラメータへの95%信頼度での制限は図35になる。KKグラビトン

^{*10} マルチジェットからの制限、モノジェットからの制限はほぼ同じ結果になった。マルチジェットからの制限がやや強い制限を与えている。SMからのズレで制限をつけた expected limit（点線）は、モノジェットでもマルチジェットでも基本的に同じとなった。マルチジェットでは expected limit（点線）と observed limit（実線）がほぼ一致した。モノジェットの実験結果は、SRsに依ってイベント数がSMのイベント数の中心値よりも大きく出たり小さく出たりふらつきがある。その結果、モノジェットの場合SRsによって observed limit が変わったため（ふらついたため）、expected limit からずれている。

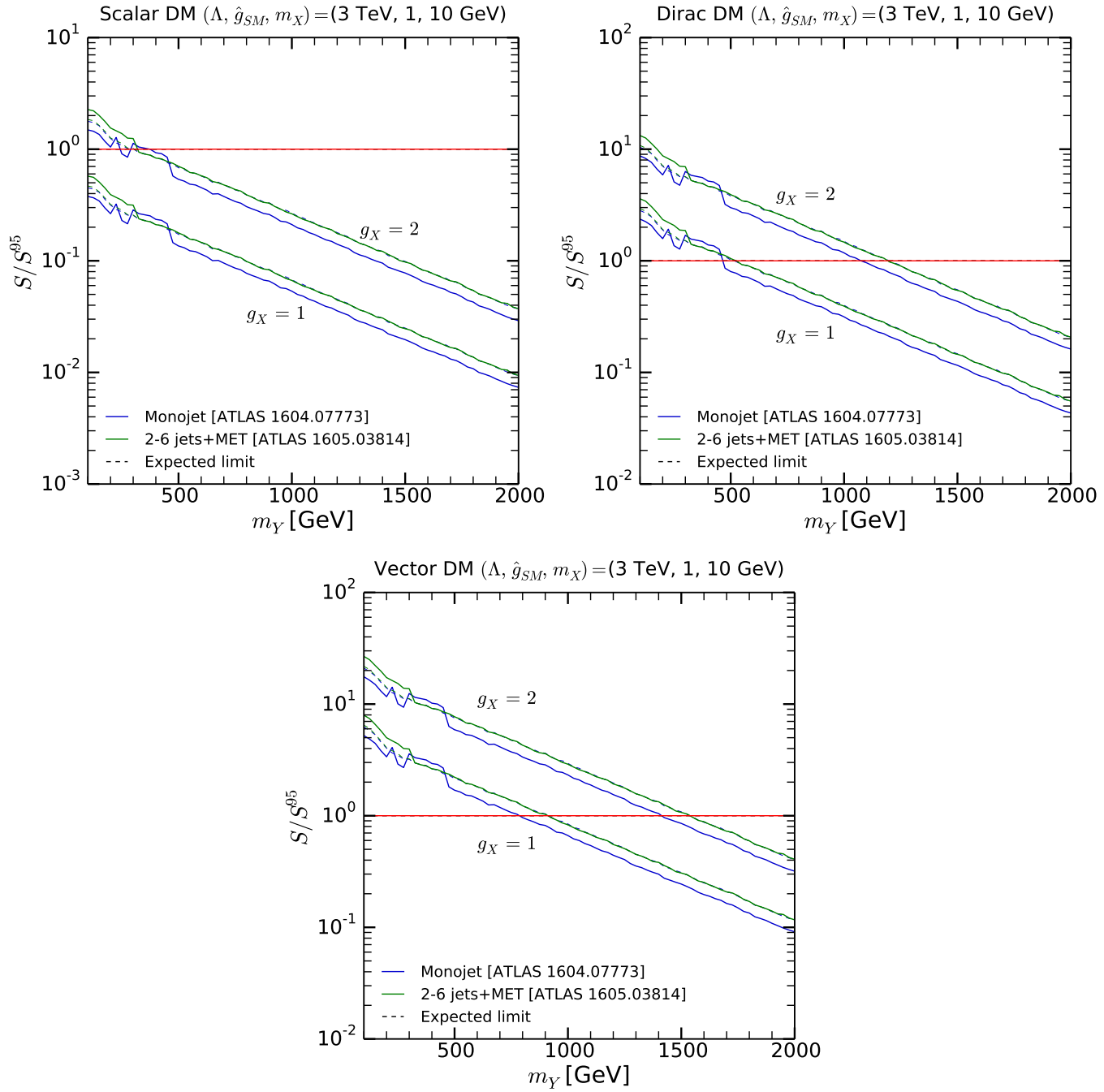


図 36 図 34 に同じ。レプトフォビクなシナリオの場合 [7]

が暗黒物質に崩壊するかどうかの閾値 $m_Y = 2m_X$ 付近でのモデルパラメータへの制限は、暗黒物質のスピンタイプに依って、異なった制限となっている。これは式 (12.2.1)–(12.2.3) に見るように暗黒物質への崩壊分岐比が異なるためである。

これらの結果を得るために CHECKMATE を用いたが、幾つかの質量パラメータを選び、MADANALYSIS 5 [83, 84] (リキャストコード、[85, 86])、RIVET 2.5 [87] でも同様の解析をし、検証を行った。これら 3 つのツール、CHECKMATE、MADANALYSIS 5、RIVET 2.5 間で 20% レベルで結果 (モデルパラメータへの制限) が一致した。

モノフォトン (またモノ Z やモノ W) シグナルも、KK グラビトンを経た暗黒物質の探索として考えられる。しかし、12.1 節で述べたように、光子を伴った暗黒物質

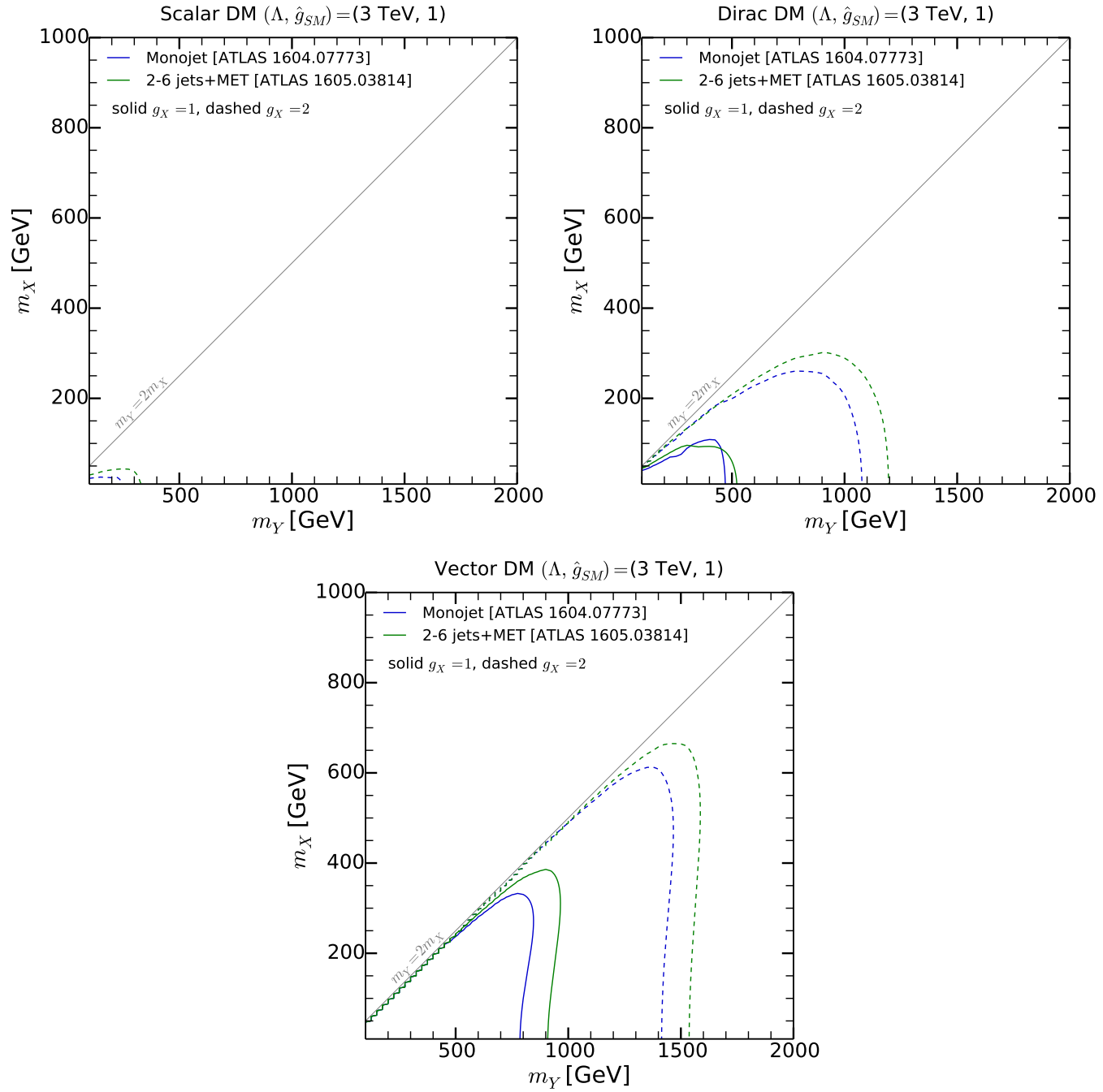


図 37 図 35 に同じ。レプトフォビックなシナリオの場合 [7]

の粒子対 (KK グラビトンを生じた後、暗黒物質の粒子対へ崩壊) 生成は、ジェットを伴った場合と比較して生成断面積が小さい。実際、CMS 実験でのモノフォトン解析 (13 TeV LHC、積分ルミノシティ 12.9 fb^{-1}) [88] からは、本節で注目したパラメータ領域へは制限がつかないことを確認した。

KK グラビトンと SM 粒子へのユニバーサルな結合 g_{SM} に変わって、興味深いのはレプトフォビック (レプトンと KK グラビトンが相互作用しない) な場合である。つまり、

$$g_\ell^T \ll \hat{g}_{\text{SM}} \equiv g_H^T = g_q^T = g_g^T = g_W^T = g_B^T. \quad (13.0.1)$$

である。この場合、横消失エネルギー \cancel{E}_T は暗黒物質への崩壊のみからくる。KK グラ

decay mode	reference	limit Tab./Fig.	limit on	\sqrt{s} (TeV)	L (fb $^{-1}$)
jj	ATLAS-CONF-2016-069 [91]	Tab. 2 (Res)	$\sigma(\text{Gaussian}) \times B \times A$	13	15.7
$jj(+j/\gamma)$	ATLAS-CONF-2016-070 [92]	Tab. 4/3 (Res)	$\sigma(\text{Gaussian}) \times B \times A$	13	15.5
WW	ATLAS-CONF-2016-062 [93]	Fig. 6	$\sigma(G_{\text{RS}}) \times B$	13	13.2
bb	ATLAS-CONF-2016-060 [94]	Fig. 7(b) (Res)	$\sigma(\text{Gaussian}) \times B \times A \times \epsilon_{2b}$	13	13.3
tt	CMS-PAS-B2G-15-002 [95]	Tab. 4 (1%)	$\sigma(Z') \times B$	13	2.6
ZZ	ATLAS-CONF-2016-082 [96]	Fig. 10(d)	$\sigma(G_{\text{RS}}) \times B$	13	13.2
$\gamma\gamma$	CMS 1609.02507 [97]	Fig. 6(middle)	$\sigma(G_{\text{RS}}) \times B$	13+8	16.2+19.7
$\ell\ell$	ATLAS-CONF-2016-045 [98]	Fig. 3(c)	$\sigma(Z') \times B$	13	13.3
hh	ATLAS-CONF-2016-049 [99]	Fig. 11	$\sigma(G_{\text{RS}}) \times B$	13	13.3
$\gamma\gamma$	ATLAS 1407.6583 [100]	Fig. 4, HEPDATA [101]	$\sigma(H) \times B \times A$	8	20.3
	CMS 1506.02301 [102]	Fig. 6	$\sigma(G_{\text{RS}}) \times B$	8	19.7
WW	ATLAS 1512.05099 [104]	Auxiliary Fig. 3	$\sigma(G_{\text{RS}}) \times B$	8	20.3
ZZ	ATLAS 1512.05099 [104]	Auxiliary Fig. 4	$\sigma(G_{\text{RS}}) \times B$	8	20.3

表 3 本研究で使した共鳴探索からの制限の実験結果一覧を載せる [7]。それぞれの解析における共鳴粒子の生成断面積 (σ) \times 崩壊分岐比 (B) (\times アクセプタンス (A)) への observed 95% 信頼度の上限は付録 F. 図 43 を参照のこと

ビトン (Y_2) のニュートリノへの崩壊がなくなるからである。さらに、次章に見るように、KK グラビトンの共鳴探索に注目した際、KK グラビトンのレプトン対への崩壊を対象とした探索からは強いモデルパラメータへの制限が与えられる。レプトフォビックな場合、横消失エネルギーを用いた探索からの制限は、図 34、図 35 と同様のパラメータ値の組を選び、図 36、図 37 のようになる。KK グラビトンのニュートリノ対への崩壊がなくなったことから予想できるように $m_Y < 2m_X$ 領域へは制限がつかなくなる。 $g_X = 1$ の時、全てのスピンの種類の暗黒物質の場合で制限は弱くなる。特に、実スカラー暗黒物質の場合には、注目するパラメータ領域に制限はつかない。 $g_X = 2$ の時は実スカラー・ボソンの暗黒物質の場合を除き、ユニバーサルな結合 $g_{\text{SM}} = 1$ の場合でも、KK グラビトン（媒介粒子）が暗黒物質の粒子対へ崩壊するモードはニュートリノへ崩壊するモードよりも大きい（図 32 を参照）。そのため、 $m_Y > 2m_X$ の領域において、ディラック・フェルミオンの暗黒物質、ベクトル・ボソンの暗黒物質の場合は、KK グラビトン質量 m_Y への制限へはレプトフォビックの場合でも大きな変化はない。

14 共鳴探索からの制限

媒介粒子を生成する共鳴探索は、 s チャンネルを媒介とする暗黒物質模型への制限に有効である。スピン 1 やスピン 0 を媒介粒子とした模型の場合はそれぞれ文献 [89, 90] を参照されたい。2015 年より重心系 13 TeV での陽子・陽子衝突実験である LHC、Run2 の実験結果は様々な終状態（ダイジェット、ダイレプトン、ダイフォトン、 WW , ZZ , $b\bar{b}$, $t\bar{t}$, hh) で公開されている（ATLAS 実験は文献 [91, 92, 93, 94, 96, 98, 99]、CMS 実験は文

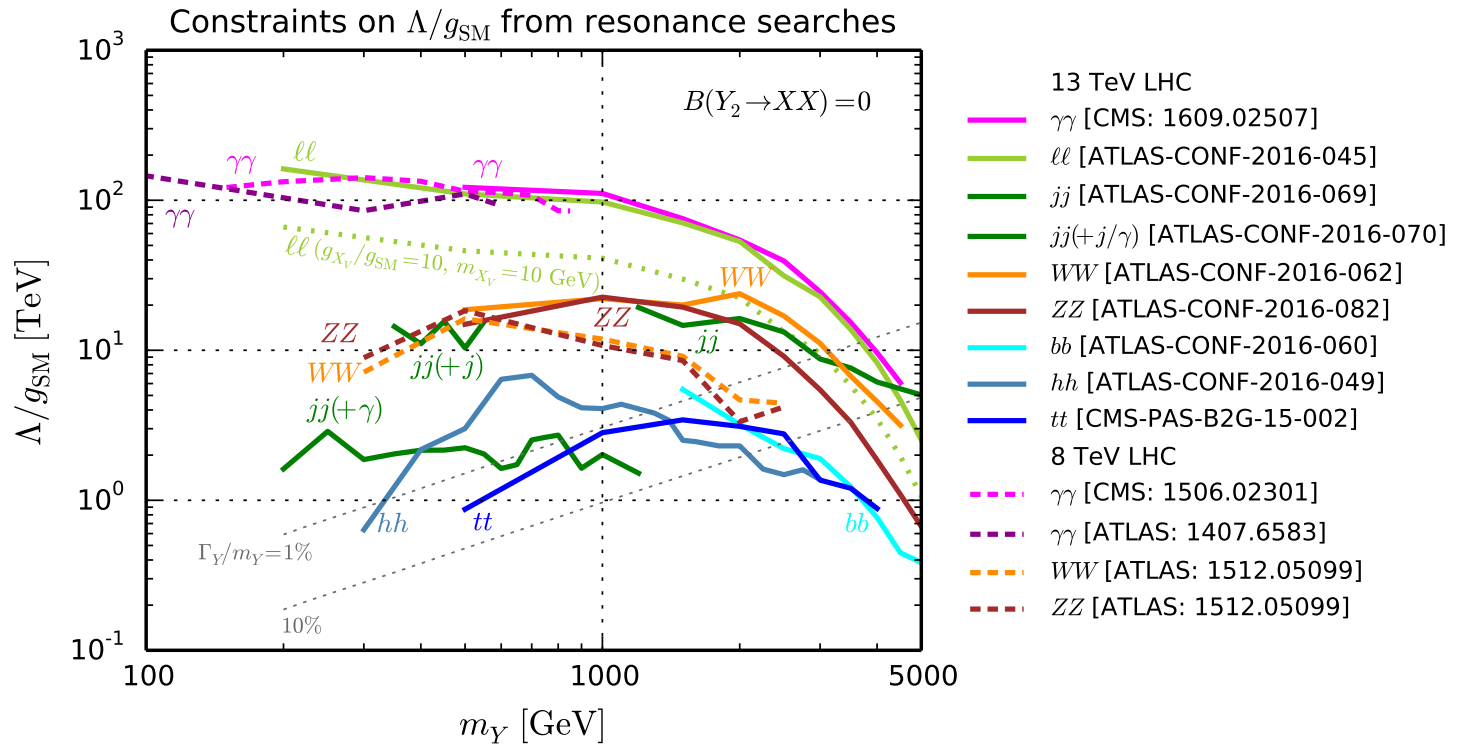


図 38 共鳴探索からのモデルパラメータ Λ/g_{SM} への observed 95% 信頼度の制限。KK グラビトンの質量を横軸とした。13 TeV (実線)、8 TeV (破線) LHC での結果からの制限を表す。ここでは暗黒物質への崩壊分岐比は小さく無視できる場合の結果を示した。ただし参考として、点線(レプトン対での探索、黄緑)に質量 $m_X = 10$ GeV、結合定数 $g_X/g_{\text{SM}} = 10$ のベクトル暗黒物質が存在する場合の制限を示した。それぞれの線の下側の領域が observed (実際の実験結果からの) 95% 信頼度で排除される。灰色の点線に、KK グラビトンの全崩壊幅と KK グラビトンの質量の比を示す [7]

献 [69, 95, 97, 105, 106, 107] を参照)。これらの共鳴探索からの制限は、媒介粒子の質量、数 GeV～数 TeV を対象とし強い制限を与えている。媒介粒子低質量領域を対象とした制限は LHC、Run1 の結果 (重心系エネルギー 8 TeV) を用いた。

表 3 の一覧は、着目する KK グラビトンを媒介とした暗黒物質モデルのモデルパラメータに制限を与えるために、用いた共鳴探索の実験・解析結果一覧である。文献 [97, 93, 96, 99, 102, 104] では、RS 模型における KK グラビトンが新物理として現れる場合を想定し、電弱ゲージボソン、ヒッグス・ボソンを終状態とした解析を行っている。文献 [98, 94, 95, 91, 92] ではフェルミオンやダイジェットを終状態とした探索で、新物理に現れる粒子としては Z' 粒子を想定、もしくは模型に依存しない Gaussian-shaped な共鳴状態を想定している。13 TeV 重心系エネルギーでのダイジェットやダイ b ジェットの解析を除きそれぞれのチャンネルでの散乱断面積への制限が公表されている。よって、モデルパラメータへの制限は、第 12 章で議論したように KK グラビトンの生成断面積と KK グラビトンから各々の SM 粒子対へ崩壊する崩壊分岐比を用いて、SM 粒子の断面積を計算し、公表された値と比較することで与えることができる。KK グラビ

トン以外の粒子を新粒子として与えた実験結果も使った。その場合アクセプタンスと efficiency が KK グラビトンの場合と比較して大きく違わないと仮定した。fiducial 散乱断面積 $\sigma \times B \times A$ に対し制限を求めた。ここで、 B は崩壊分岐比、 A はアクセプタンスを表す。MADGRAPH5_AMC@NLO を用いて LO での KK グラビトンのイベント生成、散乱断面積を計算し、K ファクターを掛けて NLO の散乱断面積に規格化した。パートンレベルでの fiducial カットには MADANALYSIS5 [108] を用いた。

KK グラビトンの質量を決めた時、KK グラビトンの生成断面積は、 g_{SM}/Λ のみに依る。一方で、KK グラビトンの崩壊において崩壊分岐比は暗黒物質の特性、即ち g_X 、 m_X や暗黒物質の種類（実スカラー、ディラック・スピノル、ベクトル）に依存する。KK グラビトンの暗黒物質への崩壊が無視できるディカップリング・リミットで、SM と KK グラビトン間の結合定数の逆数 Λ/g_{SM} への制限は最も強くなる（レプトン対への崩壊の場合、図 38 の黄緑の実線）。KK グラビトンの暗黒物質への崩壊が無視できない崩壊幅を持つと、SM 粒子への崩壊の崩壊分岐比が小さくなるため、 Λ/g_{SM} への制限は弱くなる（レプトン対への崩壊の場合、図 38 の黄緑の点線）。図 38 は表 3 の一覧の共鳴探索の LHC 実験結果を用いた Λ/g_{SM} への 95% 信頼度での制限を表す。横軸は KK グラビトンの質量 m_Y である。暗黒物質粒子への崩壊の崩壊分岐比はとても小さい場合を仮定した。即ち、 $g_X \ll 1$ かつ/もしくは $m_Y < 2m_X$ とした。

フォトン対への崩壊分岐比が $B(Y_2 \rightarrow \gamma\gamma) \sim 4$ と小さいことにも拘らず、ダイフォトン共鳴探索は全ての質量領域で最も強い制限を与えている（領域によってはレプトン対も同程度）。KK グラビトンの質量 $m_Y \lesssim 1 \text{ TeV}$ では $\Lambda/g_{\text{SM}} \gtrsim 100 \text{ TeV}$ もの制限を与える。レプトン対のチャンネルはダイフォトンの場合と同じく約 4% の崩壊分岐比であるが、KK グラビトン質量 200 GeV 以上の領域に対しダイフォトンと同程度の強い制限を与える。ダイジェットや WW/ZZ チャンネルを用いた共鳴探索の結果は、KK グラビトン質量 1 TeV に対し、 Λ/g_{SM} へ数 10 TeV 程度の制限を与える。

これらの制限は QCD NLO での KK グラビトンの生成断面積を用いているので、LO で KK グラビトンの生成断面積の値を用いた場合よりも強い制限となる。特に、 $pp \rightarrow (Y_2 \rightarrow jj)\gamma$ では生成断面積の大きさの違いが大きい（図 30 の K ファクターを参照）。

図 38 での灰色の点線に示したように、KK グラビトンの全崩壊幅と KK グラビトンの質量の比、 Γ_Y/m_Y は KK グラビトンの大きな質量領域ならびに小さい Λ/g_{SM} （KK グ

ラビトンと SM 粒子が大きな相互作用をする場合)で大きくなる。実験での解析では narrow width (KK グラビトンの全崩壊幅が質量と比較して小さい)の近似を考えていることが多い。また、我々が共鳴探索でのシグナルの計算に用いた式 (12.0.1) も narrow width の近似を用いた結果の計算式である。よって、 Γ_Y/m_Y (全崩壊幅/質量) の大きい領域は注意が必要である。

KK グラビトンの暗黒物質への崩壊が許される場合の制限がどれ位弱くなるかをレプトン対チャンネルの場合で示した線 (図 38 の黄緑の実線と点線) にもう一度注目する。ベクトル暗黒物質で KK グラビトンとの結合定数を $g_X = 10$ とし暗黒物質質量を $m_X = 10$ GeV とした場合のレプトン対チャンネルからのモデルパラメータの制限を黄緑の点線に表した。例えば KK グラビトンの質量を $m_Y = 1$ TeV とした時、レプトン対 (電子対とミューオン対) の崩壊分岐比は、暗黒物質へ崩壊しない場合の約 4% に対し 0.8% と下がる。レプトン対の生成断面積は 5 倍下がるため、結局 Λ/g_{SM} への制限は $1/\sqrt{5}$ だけ下がる (レプトンの生成断面積 $\sigma_\ell \propto \Lambda^2/g_{\text{SM}}^2$)。上述の質量 10 GeV、 $g_X = 10$ の大きさに相互作用をする暗黒物質を仮定した時、図 32 に見るように KK グラビトンの暗黒物質への崩壊分岐比はとても大きく、主な崩壊先となる。一方で図 38 の制限は、 $g_X \ll 1$ と $g_X = 1$ の場合ではほとんど変化がない。次章で見るように、フォトン対での探索や $m_Y > 200$ GeV でのレプトン対での共鳴探索は、 $g_{\text{SM}} \equiv g_H^T = g_q^T = g_\ell^T = g_g^T = g_W^T = g_B^T = g_X$ としたユニバーサルな結合のシナリオで、横方向消失エネルギー探索よりも強い制限を与える。

共鳴探索からの強い制限を避けるために、ユニバーサルな結合以外の相互作用を考慮することができる。前章でも議論したレプトフォビック (KK グラビトンがレプトンと相互作用しない、 $g_{\ell\ell}^T = 0$) なシナリオでは、レプトン対チャンネルからの制限を逃れることができる。フォトン対からの制限を逃れるためには、例えば文献 [10, 11] にあるような KK グラビトンが主に質量の大きな粒子—暗黒物質、ヒッグス・ボソン、質量の大きなゲージボソンである W ボソン、Z ボソン、トップクォーク—と相互作用し、光子、グルーオン、軽いクォークとの相互作用が強く抑制されている模型を考えることができる。こういったシナリオでは、崩壊分岐比や KK グラビトンの生成断面積は強くセットアップに依存する。これらの現象はユニバーサルな結合の場合とは異なることが予想できる。実際、W ボソン Z ボソンを伴った随伴生成、もしくはベクトルボソン融合からの KK グラビトンの生成の方が、 $q\bar{q}$ や gg 融合からの s -チャンネルでの KK グ

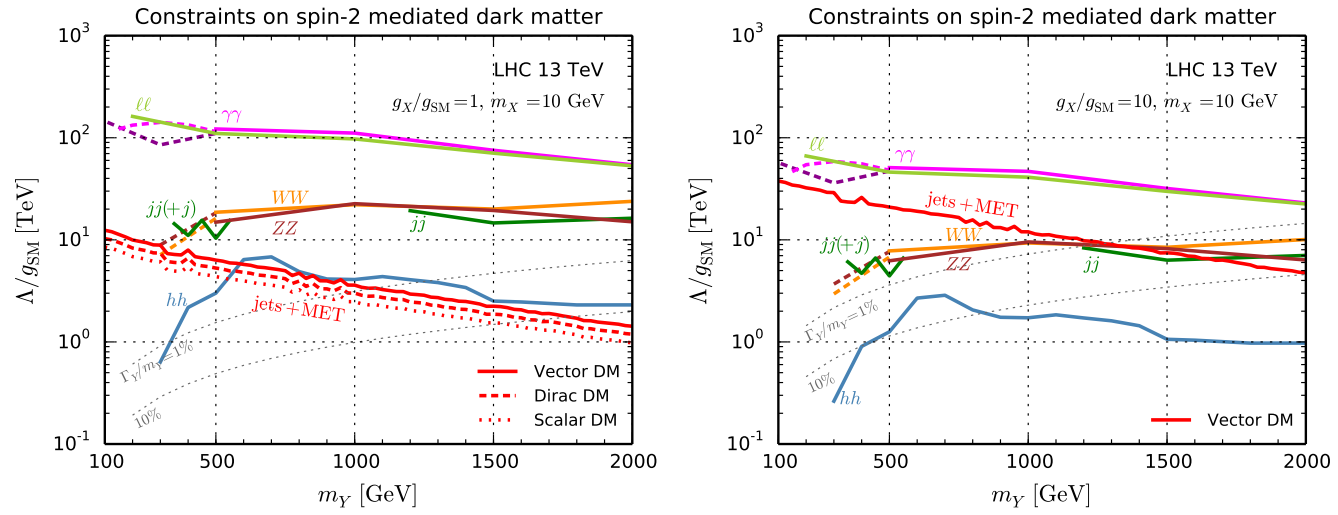


図 39 13 TeV LHC での横方向消失エネルギー探索（＋マルチジェット）と共鳴探索からの Λ/g_{SM} への制限を示す。横軸は KK グラビトンの質量である。暗黒物質質量 $m_X = 10$ GeV とし、 $g_X/g_{\text{SM}} = 1$ （左図）、 $g_X/g_{\text{SM}} = 10$ （右図）とした。共鳴探索からの制限のラベルは図 38 の場合に同じである。 $g_X/g_{\text{SM}} = 1$ では、暗黒物質スピンに寄らず暗黒物質への崩壊を考慮した際の、共鳴探索からの制限はグラフ上で殆ど変わらない。 $g_X/g_{\text{SM}} = 10$ では共鳴探索からの制限は変わる。右図で暗黒物質は、ベクトル・ボソンの暗黒物質の場合のみ示した。 g_{SM} はユニバーサルな場合を考えた制限である。 $\ell\ell$ の線が無視すれば、レプトフォビックな場合に対応する（この時レプトン対への崩壊分岐比は小さいので、他からの制限は殆ど変わらないと考えた） [7]

ラビトンの生成よりも、シグナルとして考えるべきイベントになるだろう。基本的には、これらのシナリオでもパラメータ g_X^T や式 (13.0.1) の g_i^T を自由に選ぶことで現象や制限を調べることができる。本研究ではユニバーサル結合（式 (11.0.2)）に主に注目しているため、これらの場合についての計算をしたり、モデルパラメータへの制限を示したりはしていない。注意点としては、グルーオンやクォークとの結合を互いに違う値 $g_g^T \neq g_q^T$ と取ると、QCD の高次でユニタリーを破る挙動が起きることを述べておきたい [109]。このことから、我々は $g_g^T = g_q^T$ の場合のみを考えた。

15 結論と考察

暗黒物質が KK グラビトン Y_2 を媒介として SM 粒子と間接的に相互作用する暗黒物質模型について着目した。シグナルとして、1) s チャンネルでの KK グラビトン生成の過程での横方向消失エネルギー（ニュートリノ対、暗黒物質対への崩壊）＋モノジェット／マルチジェット、2) KK グラビトンの共鳴状態から SM 粒子対への崩壊の 2 種類を考慮した。これらの散乱過程で、最近の LHC の実験結果を用いてモデルパラメータへの制限を求めた。

始めに項目 2) について述べる。ユニバーサルな結合（式 (11.0.2)）かつ暗黒物質への

崩壊を無視できる場合 ($g_X \ll 1$ かつ/もしくは $m_Y < 2m_X$) での KK グラビトン共鳴探索 (KK グラビトンが SM 粒子対へ崩壊) では、フォトン対崩壊が、KK グラビトン質量 ~ 1 TeV までの範囲では $\Lambda/g_{\text{SM}} \gtrsim 100$ TeV、質量 m_Y が 4 (4.5) TeV では $\Lambda/g_{\text{SM}} \sim 10$ (6) TeV の強い制限となった。レプトン対への崩壊からの制限も、質量 m_Y が 200 GeV 以上を対象とし、ダイフォトンとほぼ同程度の制限となった。

項目 1) のモノジェット／マルチジェット + \cancel{E}_T 探索は KK グラビトンのフォトン対、レプトン対への崩壊が強く抑制された時のみ、 g_X/g_{SM} の比によって、KK グラビトン質量 0.5–1 TeV 以下の範囲で有効的な探索となる。 $\sqrt{s} = 13$ TeV、積分ルミノシティ 3.2 fb^{-1} のデータは、 $g_X/\Lambda = g_{\text{SM}}/\Lambda = (3 \text{ TeV})^{-1}$ のモデルパラメータに対し、 $m_Y \gtrsim 700$ GeV の制限を与える (図 35 の下段)。 $m_Y > 2m_X$ では制限は g_X と暗黒物質のスピンの種類に依る。暗黒物質質量に依る制限の違いは、 $m_Y = 2m_X$ の閾値から遠い場合、殆ど変わらない (図 35 の $m_Y = 2m_X$ の灰色の線の下側の領域を参照)。 $m_X = 10$ GeV、 $g_X/\Lambda = g_{\text{SM}}/\Lambda = (3 \text{ TeV})^{-1}$ では、実スカラー暗黒物質、ディラック・フェルミオン暗黒物質、ベクトル暗黒物質に対しそれぞれ $m_Y \gtrsim 750, 950, 1100$ GeV を得た (図 34, 図 35)。KK グラビトンとの結合定数 g_X を 2 倍にすると、KK グラビトン質量 m_Y の下限は 850、1300、1550 GeV (実スカラー暗黒物質、ディラック・フェルミオン暗黒物質、ベクトル暗黒物質の順) と増える。これらの制限は、NLO QCD でのシグナルの計算に基づく。LO の場合と比較して KK グラビトンの生成断面積が大きくなるため、LO の場合の制限よりも、NLO QCD で KK グラビトンの生成断面積を計算した制限は強くなる。QCD NLO と LO の KK グラビトンの生成断面積の比である K ファクターは図 30 に示したように、KK グラビトンの質量と生成チャンネルに依存する。

横方向消失エネルギー (+ マルチジェット) 探索と共鳴探索の比較をするために、図 39 にそれらの探索からのモデルパラメータへの制限を同時に示した。比較のために、マルチジェット + \cancel{E}_T 探索は、積分ルミノシティを 3.2 fb^{-1} から 15 fb^{-1} へリスケールし共鳴探索と同程度の値にした。 $g_X \simeq g_{\text{SM}}$ では、横方向消失エネルギー (+ マルチジェット) 探索は KK グラビトンの低質量領域でダイジェット (jj) やダイボソン (WW, ZZ) 探索と同程度となり、 $\Lambda/g_{\text{SM}} \sim 10$ TeV ほどの下限を与える。レプトン対、フォトン対からの制限が無視できる場合は、KK グラビトン質量 500 GeV 以下の低質量領域で重要な探索チャンネルとなる。

$g_X/g_{\text{SM}} = 10$ ($g_X/\hat{g}_{\text{SM}} = 10$) では、暗黒物質のスピンの種類に依存して共鳴探索から

の制限が変わる。図 39（右）ではベクトル・ボソンの暗黒物質の場合のみを載せた。マルチジェット+ \cancel{E}_T 探索は、 $m_Y \gtrsim 1.2$ TeV で、ダイジェット、ダイボソン (WW, ZZ) での共鳴探索よりも強い制限となる。ダイレプトン (ll)、ダイフォトン ($\gamma\gamma$) からの Λ/g_{SM} への制限は、 $g_X/g_{\text{SM}} = 1$ の時と比較して約 1/2 に小さくなる。しかし依然として、これらダイレプトン、ダイフォトンからのモデルパラメータへの制限が最も強い。

本研究が LHC での KK グラビトンを媒介とした暗黒物質探索（着目する崩壊モードの選定など）や、相互作用の大きさを予言できる UV コンプリートな模型を作成する際に役立つと考える。LHC 実験の探索としてはフォトン対やレプトン対が本模型の探索に有効である。もし、これらのモードが抑制されればダイボソン (WW, ZZ) やダイジェット、マルチジェット+ \cancel{E}_T の探索が有効である。ユニバーサルな結合（式 (11.0.2)）かつ $g_{\text{SM}} = g_X$ の場合、シグナルが見つかる順としては、フォトン対やレプトン対が見えた後にダイボソンやダイジェット、マルチジェット+ \cancel{E}_T 見えるだろう。

本章の最後に、SM 場の KK モードが存在する場合、LHC での現象は変わる。例えば、ゲージボソンの KK モードを考慮した場合、KK グラビトンの質量に制限を与えると予想できる。また、暗黒物質の KK モードを考慮に入れると、 \cancel{E}_T シグナルに影響を与えるだろう。本研究ではユニバーサルな結合をメインとしたシンプルなセットアップで考えたため、これらの現象は考慮していない。しかし、将来的な研究課題として興味深い。

第 V 部

結論と考察

SM は素粒子現象を高い精度で記述する確立した理論である。その一方で SM の枠組みでは説明に限りがあり、解かれていない問題や現象がある。

暗黒物質はその 1 つである。理論的な観点からは、重力相互作用と電弱相互作用の大きさの隔たりを問題とするゲージ階層性問題が存在する。

本論文では、ゲージ階層性問題の解決策となる余剰次元模型を、ADD 模型と RS 模型に対してモデルパラメータへの制限を評価した。さらに暗黒物質を含むように拡張した RS 模型に着目した。

LHC での将来計画として設置が検討されている前方検出器に着目し、ADD 模型、RS 模型それぞれにおける KK グラビトンの探索可能性を調べた。前方検出器は LHC において始状態に光子を含む散乱過程の取り扱いを可能とする。LHC の重心系エネルギー 14 TeV、積分ルミノシティ 200/fb の場合を想定し、散乱過程として $pp \rightarrow p\gamma p \rightarrow p\gamma q/g$ に着目した。ここで p は陽子、 γ は光子、 q はクォーク、反クォーク、 g はグルーオン、 X は観測しない粒子群を指す。

前方検出器を用いた ADD 模型のパラメータへの制限は LHC の重心系エネルギー 13 TeV、積分ルミノシティ 2.5/fb のデータを解析した CMS 実験の最近 (2017 年) の結果よりも弱い下限となる。RS 模型のモデルパラメータへの制限は、第 IV 部で求めた KK グラビトンの共鳴状態をシグナルとした場合での最近の LHC 実験からの制限よりも弱い。

多重衝突事象によるバックグラウンドの増加が要因として考えられる。また KK グラビトンを経過状態とした t チャンネル散乱過程に着目したが、TeV スケール質量の KK グラビトンを含む RS 模型においては、KK グラビトンの共鳴状態 (s チャンネル) をシグナルとする方が散乱断面積は大きい。実際、KK グラビトンの共鳴状態をシグナルとした場合の RS 模型へのモデルパラメータへの制限が強いことを確認した。

第 III 部における本研究の意義は、本散乱過程において初めて多重衝突事象を考慮した現実的な解析を行い、モデルパラメータへの制限を求めた点である。このような現実的な解析を行った過程と得た結果は、前方検出器を用いた新粒子探索のための現象の理解に役立つと考える。

前方検出器は終状態に於いて前方に存在する陽子を検出するということで、陽子が

パートンに崩壊する過程のバックグラウンドをシグナルから分離するという可能性を示す。一方で、多重衝突事象を考慮すると、終状態に前方の陽子が存在する過程と陽子がパートンに崩壊する過程が同時に起きるため、陽子がパートンに崩壊する過程をバックグラウンドに多く含んでしまう事が明らかとなった。本研究では前方検出器の特徴を活かし、そのバックグラウンドの減少のためのカットをかけた。

将来的に実験の性能の向上、並びに解析的な理解が更に進めば、多重衝突事象によるバックグラウンドの更なる低減の可能性はある。これまで陽子・陽子衝突実験のLHC実験では、始状態にグルーオンやクォークのみを含む過程に焦点が当てられてきた。前方検出器の、始状態に光子を含む過程を、他の光子を含まない過程（陽子がパートンに崩壊する過程）から分離するという能力は、始状態に光子を含む過程による新物理（本研究では余剰次元模型）の探索というフロンティアを提供するものであり、それらが予言する新粒子（本研究ではKKグラビトン）の探索可能性は更に模索できる。本研究は、前方検出器を用いたLHC実験への理解と前進のための一助となると考える。

次に第IVではRS模型におけるKKグラビトンを媒介とした暗黒物質模型に対し、重心系エネルギー8 TeV、13 TeVのLHCにおけるATLAS実験、CMS実験の結果を用いて、1) KKグラビトンの共鳴状態とそのSM粒子対への崩壊、2) 横方向消失エネルギー＋モノジェット/マルチジェット過程をシグナルとして、それぞれの場合でモデルパラメータへの制限を求めた。

暗黒物質模型へと拡張したRS模型では、1)のKKグラビトンの共鳴状態が光子対、レプトン対へ崩壊する過程からのモデルパラメータへの制限が最も強いことを明らかにした。KKグラビトンの光子やレプトンへの相互作用が抑制された場合のみ、それらへ崩壊する共鳴シグナルがなくなるため、2)の横方向消失エネルギー＋モノジェット/マルチジェット過程が、KKグラビトンの低質量領域で有効な制限を与える。

LHCでのKKグラビトンを媒介とした暗黒物質探索や、相互作用の大きさを予言できる、より基本的な模型を作成する際に、本研究での現象論的理解が役立つと考える。

本研究ではLHCでのKKグラビトンの現象へ3種類の異なる散乱過程からアプローチした：

- 1) 光子を始状態に含むエキゾチックな散乱過程（KKグラビトンは中間状態）
- 2) RS模型のKKグラビトンの共鳴探索

3) RS 模型の KK グラビトンが暗黒物質へ崩壊する過程

KK グラビトンと SM 粒子、暗黒物質との結合がユニバーサルな（共通の大きさの）結合の場合、項目 2) の散乱過程は最も RS 模型への強い制限を与える。項目 3) の散乱過程は、レプトフォビックな結合の仕方をする場合に有効な探索方法となる。また暗黒物質の存在を確かめるには項目 3) の散乱過程での探索は必要である。項目 1) では、多重衝突事象によるバックグラウンドを含め詳細に議論して ADD 模型、RS 模型への制限を評価した。本研究では散乱過程の議論の過程で、KK グラビトンの生成や崩壊についても評価し、LHC での KK グラビトンの現象を明らかにした。

謝辞

本博士論文は、第 III 部に関して曹基哲教授、河野能知博士、大阪大学の馬渡健太郎博士、第 IV 部に関して馬渡博士、LPSC Grenoble の Sabine Kraml 博士、モナシュ大学の Ursula Laa 博士との共同研究に基づきます。

本論文に関してご指導ご鞭撻を頂いた、曹教授に深謝いたします。

LPSC Grenoble への約半年間の滞在では、馬渡博士、Kraml 博士にお世話になり、また両氏のお蔭で研究を大きく推進できました。

最後になりますが、お茶の水女子大学菅本晶夫名誉教授、素粒子論研究室の皆様にご感謝しております。

参考文献

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961). doi:10.1016/0029-5582(61)90469-2
- [2] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967). doi:10.1103/PhysRevLett.19.1264
- [3] A. Salam, Conf. Proc. C **680519**, 367 (1968).
- [4] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012) [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
- [5] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012) doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
- [6] G. C. Cho, T. Kono, K. Mawatari and K. Yamashita, Phys. Rev. D **91**, no. 11, 115015 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.91.115015 [arXiv:1503.05678 [hep-ph]].
- [7] S. Kraml, U. Laa, K. Mawatari and K. Yamashita, Eur. Phys. J. C **77**, no. 5, 326 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-4871-0 [arXiv:1701.07008 [hep-ph]].
- [8] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. R. Dvali, Phys. Lett. B **429**, 263 (1998) doi:10.1016/S0370-2693(98)00466-3 [hep-ph/9803315].
- [9] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999) doi:10.1103/PhysRevLett.83.3370 [hep-ph/9905221].
- [10] H. M. Lee, M. Park and V. Sanz, Eur. Phys. J. C **74**, 2715 (2014) doi:10.1140/epjc/s10052-014-2715-8 [arXiv:1306.4107 [hep-ph]].
- [11] H. M. Lee, M. Park and V. Sanz, JHEP **1405**, 063 (2014) doi:10.1007/JHEP05(2014)063 [arXiv:1401.5301 [hep-ph]].
- [12] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 4690 (1999) doi:10.1103/PhysRevLett.83.4690 [hep-th/9906064].
- [13] E. Ponton, doi:10.1142/9789814390163_0007 arXiv:1207.3827 [hep-ph].
- [14] H. Hatanaka, T. Inami and C. S. Lim, Mod. Phys. Lett. A **13**, 2601 (1998) doi:10.1142/S021773239800276X [hep-th/9805067].
- [15] T. Appelquist, H. C. Cheng and B. A. Dobrescu, Phys. Rev. D **64**, 035002 (2001) doi:10.1103/PhysRevD.64.035002 [hep-ph/0012100].
- [16] S. Chang, J. Hisano, H. Nakano, N. Okada and M. Yamaguchi, Phys. Rev. D **62**, 084025 (2000) doi:10.1103/PhysRevD.62.084025 [hep-ph/9912498].
- [17] C. Csaki, In *Shifman, M. (ed.) et al.: From fields to strings, vol. 2* 967-1060 [hep-

ph/0404096].

- [18] 坂東昌子、中野博章：四次元を超える時空と素粒子—隠された次元（物理学最前線 5）、共立出版（2001）.
- [19] 林青司：素粒子の標準模型を超えて、丸善出版（2015）.
- [20] G. F. Giudice, R. Rattazzi and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **544**, 3 (1999) doi:10.1016/S0550-3213(99)00044-9 [hep-ph/9811291].
- [21] T. Han, J. D. Lykken and R. J. Zhang, Phys. Rev. D **59**, 105006 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.59.105006 [hep-ph/9811350].
- [22] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], Chin. Phys. C **40**, no. 10, 100001 (2016). doi:10.1088/1674-1137/40/10/100001
- [23] J. Murata and S. Tanaka, Class. Quant. Grav. **32**, no. 3, 033001 (2015) doi:10.1088/0264-9381/32/3/033001 [arXiv:1408.3588 [hep-ex]].
- [24] E. G. Adelberger, J. H. Gundlach, B. R. Heckel, S. Hoedl and S. Schlamminger, Prog. Part. Nucl. Phys. **62**, 102 (2009). doi:10.1016/j.ppnp.2008.08.002
- [25] J. L. Hewett, Phys. Rev. Lett. **82**, 4765 (1999) doi:10.1103/PhysRevLett.82.4765 [hep-ph/9811356].
- [26] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Eur. Phys. J. C **74**, no. 12, 3134 (2014) doi:10.1140/epjc/s10052-014-3134-6 [arXiv:1407.2410 [hep-ex]].
- [27] T. Nihei, Phys. Lett. B **465**, 81 (1999) doi:10.1016/S0370-2693(99)01085-0 [hep-ph/9905487].
- [28] N. Kaloper, Phys. Rev. D **60**, 123506 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.60.123506 [hep-th/9905210].
- [29] H. Davoudiasl, J. L. Hewett and T. G. Rizzo, Phys. Rev. Lett. **84**, 2080 (2000) doi:10.1103/PhysRevLett.84.2080 [hep-ph/9909255].
- [30] CERN: The Large Hadron Collider: <https://home.cern/topics/large-hadron-collider>（参照 2017-12-06）
- [31] <http://atlas.kek.jp/public/IntroductionOfCERN2.pdf>（参照 2017-12-06）
- [32] CERN: Experiments: <https://home.cern/about/experiments>（参照 2017-12-06）
- [33] CERN: TOPIC The High-Luminosity LHC: <https://home.cern/topics/high-luminosity-lhc>（参照 2017-12-08）
- [34] CERN: At the LHC, tomorrow is already here, by Corinne Pralavorio

- <https://home.cern/about/updates/2017/12/lhc-tomorrow-already-here> (参 照 2017-12-08)
- [35] CERN: HL-LHC PROJECT: HiLumi in a nutshell: <https://project-hl-lhc-industry.web.cern.ch/content/hilumi-nutshell> (参 照 2017-12-08)
- [36] Zimmermann F, EuCARD-2 Extreme Beams Collaboration and Future Circular Collider (FCC) Study Collaboration Progress towards next generation hadron colliders: FCC-hh, HE-LHC, and SPPC APS Meeting Abstracts, Jan, 2017: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2017APS..APRR16002Z> (参 照 2017-12-08)
- [37] 山下公子 (2015) . 「LHCにおける準実光子交換過程からのカルーツァ=クライン・グラビトンの寄与について」お茶の水女子大学大学院 人間文化創成科学研究科 理学専攻 修士論文 (未公刊)
- [38] C. Royon [RP220 Collaboration], doi:10.3204/proc07-01/134 arXiv:0706.1796 [physics.ins-det].
- [39] M. G. Albrow *et al.* [FP420 R and D Collaborations], JINST **4**, T10001 (2009) doi:10.1088/1748-0221/4/10/T10001 [arXiv:0806.0302 [hep-ex]].
- [40] L. Adamczyk *et al.* "AFP: A Proposal to Install Proton Detectors at 220 m around ATLAS to Complement the ATLAS High Luminosity Physics Program", 2011, p.72, <http://atlas-project-lumi-fphys.web.cern.ch/atlas-project-lumi-fphys/>.
- [41] I. Sahin, A. A. Billur, S. C. Inan, B. Sahin, M. Köksal, P. Tektas, E. Alici and R. Yildirim, Phys. Rev. D **88**, 095016 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.88.095016 [arXiv:1304.5737 [hep-ph]].
- [42] V. Avati and K. Österberg, CERN-TOTEM-NOTE-2005-002, 2006.
- [43] CERN:The TOTEM experiment:
<http://totem-experiment.web.cern.ch/totem-experiment/detectors/roman-pots/> (参 照 2017-12-08) .
- [44] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne and G. Watt, Eur. Phys. J. C **63**, 189 (2009) doi:10.1140/epjc/s10052-009-1072-5 [arXiv:0901.0002 [hep-ph]].
- [45] P. de Aquino, K. Hagiwara, Q. Li and F. Maltoni, JHEP **1106**, 132 (2011) doi:10.1007/JHEP06(2011)132 [arXiv:1101.5499 [hep-ph]].
- [46] J. Alwall *et al.*, JHEP **1407**, 079 (2014) doi:10.1007/JHEP07(2014)079 [arXiv:1405.0301 [hep-ph]].

- [47] C. Degrande, C. Duhr, B. Fuks, D. Grellscheid, O. Mattelaer and T. Reiter, Comput. Phys. Commun. **183**, 1201 (2012) doi:10.1016/j.cpc.2012.01.022 [arXiv:1108.2040 [hep-ph]].
- [48] P. de Aquino, W. Link, F. Maltoni, O. Mattelaer and T. Stelzer, Comput. Phys. Commun. **183**, 2254 (2012) doi:10.1016/j.cpc.2012.05.004 [arXiv:1108.2041 [hep-ph]].
- [49] N. D. Christensen *et al.*, Eur. Phys. J. C **73**, no. 10, 2580 (2013) doi:10.1140/epjc/s10052-013-2580-x [arXiv:1308.1668 [hep-ph]].
- [50] A. Alloul, N. D. Christensen, C. Degrande, C. Duhr and B. Fuks, Comput. Phys. Commun. **185**, 2250 (2014) doi:10.1016/j.cpc.2014.04.012 [arXiv:1310.1921 [hep-ph]].
- [51] M. R. Whalley, D. Bourilkov and R. C. Group, hep-ph/0508110.
- [52] V. M. Budnev, I. F. Ginzburg, G. V. Meledin and V. G. Serbo, Phys. Rept. **15**, 181 (1975). doi:10.1016/0370-1573(75)90009-5
- [53] T. Pierzchala and K. Piotrkowski, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **179-180**, 257 (2008) doi:10.1016/j.nuclphysbps.2008.07.032 [arXiv:0807.1121 [hep-ph]].
- [54] T. Sjostrand, S. Mrenna and P. Z. Skands, Comput. Phys. Commun. **178**, 852 (2008) doi:10.1016/j.cpc.2008.01.036 [arXiv:0710.3820 [hep-ph]].
- [55] M. Cacciari, G. P. Salam and G. Soyez, Eur. Phys. J. C **72**, 1896 (2012) doi:10.1140/epjc/s10052-012-1896-2 [arXiv:1111.6097 [hep-ph]].
- [56] M. Cacciari, G. P. Salam and G. Soyez, JHEP **0804**, 063 (2008) doi:10.1088/1126-6708/2008/04/063 [arXiv:0802.1189 [hep-ph]].
- [57] M. Cacciari, G. P. Salam and G. Soyez, Eur. Phys. J. C **72**, 1896 (2012) doi:10.1140/epjc/s10052-012-1896-2 [arXiv:1111.6097 [hep-ph]].
- [58] S. Fichet, G. von Gersdorff, O. Kepka, B. Lenzi, C. Royon and M. Saimpert, Phys. Rev. D **89**, 114004 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.89.114004 [arXiv:1312.5153 [hep-ph]].
- [59] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], Astron. Astrophys. **594**, A13 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525830 [arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO]].
- [60] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **746**, 79 (2015) doi:10.1016/j.physletb.2015.04.042 [arXiv:1411.2646 [hep-ex]].
- [61] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. D **90**, no. 5, 052005 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.052005 [arXiv:1405.4123 [hep-ex]].
- [62] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS Collaboration], JHEP **1707**, 013 (2017)

- doi:10.1007/JHEP07(2017)013 [arXiv:1703.09986 [hep-ex]].
- [63] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], JHEP **1612**, 083 (2016) Erratum: [JHEP **1708**, 035 (2017)] doi:10.1007/JHEP12(2016)083, 10.1007/JHEP08(2017)035 [arXiv:1607.05764 [hep-ex]].
- [64] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], JHEP **1606**, 059 (2016) doi:10.1007/JHEP06(2016)059 [arXiv:1604.01306 [hep-ex]].
- [65] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. D **94**, no. 3, 032005 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.032005 [arXiv:1604.07773 [hep-ex]].
- [66] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **763**, 251 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2016.10.042 [arXiv:1608.02372 [hep-ex]].
- [67] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **765**, 11 (2017) doi:10.1016/j.physletb.2016.11.035 [arXiv:1609.04572 [hep-ex]].
- [68] The ATLAS collaboration [ATLAS Collaboration], ATLAS-CONF-2016-086.
- [69] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **769**, 520 (2017) Erratum: [Phys. Lett. B **772**, 882 (2017)] doi:10.1016/j.physletb.2017.09.029, 10.1016/j.physletb.2017.02.012 [arXiv:1611.03568 [hep-ex]].
- [70] CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-EXO-16-037.
- [71] CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-EXO-16-038.
- [72] CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-EXO-16-039.
- [73] J. Ellis, R. Fok, D. S. Hwang, V. Sanz and T. You, Eur. Phys. J. C **73**, 2488 (2013) doi:10.1140/epjc/s10052-013-2488-5 [arXiv:1210.5229 [hep-ph]].
- [74] C. Englert, D. Goncalves-Netto, K. Mawatari and T. Plehn, JHEP **1301**, 148 (2013) doi:10.1007/JHEP01(2013)148 [arXiv:1212.0843 [hep-ph]].
- [75] R. D. Ball *et al.*, Nucl. Phys. B **867**, 244 (2013) doi:10.1016/j.nuclphysb.2012.10.003 [arXiv:1207.1303 [hep-ph]].
- [76] Simplified dark matter models: <http://feynrules.irmp.ucl.ac.be/wiki/DMSimp> (参照 2018-03-01)
- [77] J. Alwall, C. Duhr, B. Fuks, O. Mattelaer, D. G. Öztürk and C. H. Shen, Comput. Phys. Commun. **197**, 312 (2015) doi:10.1016/j.cpc.2015.08.031 [arXiv:1402.1178 [hep-ph]].
- [78] B. C. Allanach, K. Odagiri, M. J. Palmer, M. A. Parker, A. Sabetfakhri and B. R. Webber,

- JHEP **0212**, 039 (2002) doi:10.1088/1126-6708/2002/12/039 [hep-ph/0211205].
- [79] T. Sjostrand, S. Mrenna and P. Z. Skands, JHEP **0605**, 026 (2006) doi:10.1088/1126-6708/2006/05/026 [hep-ph/0603175].
- [80] J. Alwall, S. de Visscher and F. Maltoni, JHEP **0902**, 017 (2009) doi:10.1088/1126-6708/2009/02/017 [arXiv:0810.5350 [hep-ph]].
- [81] M. Aaboud *et al.* [ATLAS Collaboration], Eur. Phys. J. C **76**, no. 7, 392 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-016-4184-8 [arXiv:1605.03814 [hep-ex]].
- [82] D. Dercks, N. Desai, J. S. Kim, K. Rolbiecki, J. Tattersall and T. Weber, Comput. Phys. Commun. **221**, 383 (2017) doi:10.1016/j.cpc.2017.08.021 [arXiv:1611.09856 [hep-ph]].
- [83] E. Conte, B. Dumont, B. Fuks and C. Wymant, Eur. Phys. J. C **74**, no. 10, 3103 (2014) doi:10.1140/epjc/s10052-014-3103-0 [arXiv:1405.3982 [hep-ph]].
- [84] B. Dumont *et al.*, Eur. Phys. J. C **75**, no. 2, 56 (2015) doi:10.1140/epjc/s10052-014-3242-3 [arXiv:1407.3278 [hep-ph]].
- [85] D. Sengupta, “Madanalysis5 implementation of the ATLAS monojet and missing transverse momentum search documented in arXiv: 1604.07773.” <http://doi.org/10.7484/INSPIREHEP.DATA.GTH3.RN26>, 2016-07-19.
- [86] B. Fuks, S. Banerjee, and B. Zaldivar, “MadAnalysis5 implementation of the multijet analysis of ATLAS (arXiv:1605.03814).” <http://doi.org/10.7484/INSPIREHEP.DATA.GTF5.RN03>, 2017-01-25.
- [87] A. Buckley, J. Butterworth, L. Lonnblad, D. Grellscheid, H. Hoeth, J. Monk, H. Schulz and F. Siegert, Comput. Phys. Commun. **184**, 2803 (2013) doi:10.1016/j.cpc.2013.05.021 [arXiv:1003.0694 [hep-ph]].
- [88] CMS Collaboration, *Search for dark matter and graviton produced in association with a photon in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with an integrated luminosity of 12.9 fb $^{-1}$* , Tech. Rep. CMS-PAS-EXO-16-039, CERN, Geneva, 2016.
- [89] M. Chala, F. Kahlhoefer, M. McCullough, G. Nardini and K. Schmidt-Hoberg, JHEP **1507**, 089 (2015) doi:10.1007/JHEP07(2015)089 [arXiv:1503.05916 [hep-ph]].
- [90] C. Arina *et al.*, JHEP **1611**, 111 (2016) doi:10.1007/JHEP11(2016)111 [arXiv:1605.09242 [hep-ph]].
- [91] ATLAS Collaboration, *Search for New Phenomena in Dijet Events with the ATLAS Detector*

at $\sqrt{s}=13$ TeV with 2015 and 2016 data, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2016-069, CERN, Geneva, Aug, 2016.

- [92] **ATLAS** Collaboration, *Search for new light resonances decaying to jet pairs and produced in association with a photon or a jet in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector*, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2016-070, CERN, Geneva, Aug, 2016.
- [93] **ATLAS** Collaboration, *Search for diboson resonance production in the $\ell\nu qq$ final state using pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector at the LHC*, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2016-062, CERN, Geneva, Aug, 2016.
- [94] **ATLAS** Collaboration, *Search for resonances in the mass distribution of jet pairs with one or two jets identified as b -jets with the ATLAS detector with 2015 and 2016 data*, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2016-060, CERN, Geneva, Aug, 2016.
- [95] **CMS** Collaboration, *Search for $t\bar{t}$ resonances in boosted semileptonic final states in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV*, Tech. Rep. CMS-PAS-B2G-15-002, CERN, Geneva, 2016.
- [96] **ATLAS** Collaboration, *Searches for heavy ZZ and ZW resonances in the $\ell\ell qq$ and $\nu\nu qq$ final states in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector*, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2016-082, CERN, Geneva, Aug, 2016.
- [97] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **767**, 147 (2017) doi:10.1016/j.physletb.2017.01.027 [arXiv:1609.02507 [hep-ex]].
- [98] **ATLAS** Collaboration, *Search for new high-mass resonances in the dilepton final state using proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector*, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2016-045, CERN, Geneva, Aug, 2016.
- [99] **ATLAS** Collaboration, *Search for pair production of Higgs bosons in the $b\bar{b}b\bar{b}$ final state using proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector*, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2016-049, CERN, Geneva, Aug, 2016.
- [100] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **113**, no. 17, 171801 (2014) doi:10.1103/PhysRevLett.113.171801 [arXiv:1407.6583 [hep-ex]].
- [101] <https://hepdata.net/record/ins1307756>.
- [102] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **750**, 494 (2015) doi:10.1016/j.physletb.2015.09.062 [arXiv:1506.02301 [hep-ex]].
- [103] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **755**, 285 (2016)

- doi:10.1016/j.physletb.2016.02.015 [arXiv:1512.05099 [hep-ex]].
- [104] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **755**, 285 (2016)
doi:10.1016/j.physletb.2016.02.015 [arXiv:1512.05099 [hep-ex]].
- [105] CMS Collaboration, *Search for massive resonances decaying into pairs of boosted W and Z bosons at $\sqrt{s} = 13$ TeV*, Tech. Rep. CMS-PAS-EXO-15-002, CERN, Geneva, 2015.
- [106] CMS Collaboration, *Search for a high-mass resonance decaying into a dilepton final state in 13 fb^{-1} of pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV*, Tech. Rep. CMS-PAS-EXO-16-031, CERN, Geneva, 2016.
- [107] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], JHEP **1702**, 048 (2017)
doi:10.1007/JHEP02(2017)048 [arXiv:1611.06594 [hep-ex]].
- [108] E. Conte, B. Fuks and G. Serret, Comput. Phys. Commun. **184**, 222 (2013)
doi:10.1016/j.cpc.2012.09.009 [arXiv:1206.1599 [hep-ph]].
- [109] P. Artoisenet *et al.*, JHEP **1311**, 043 (2013) doi:10.1007/JHEP11(2013)043 [arXiv:1306.6464 [hep-ph]].
- [110] <http://arohatgi.info/WebPlotDigitizer/>.
- [111] <https://hepmdb.soton.ac.uk/phenodata/>.
- [112] <http://lpsc.in2p3.fr/projects-th/recasting/spin2mediator/>.

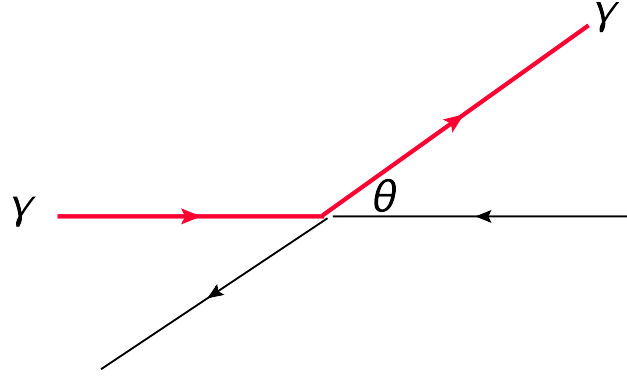


図 40 光子とクォークの 2 体散乱 [37]

付録 A 記法

座標の添え字にするギリシャ文字は $\mu = 0, 1, 2, 3$ を表し、アルファベット大文字の添字の時は $M = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 3 + \delta$ を用いる。ここで δ は余剰次元の数である。

計量 $\eta^{M,N}$ は $\text{diag}(+, -, -, \dots, -)$ を用いる。

付録 B リーマン曲率テンソル、クリストッフェル記号、リッチテンソル、スカラー曲率

リーマン曲率テンソル $R^\mu_{\nu\lambda\kappa}$ は、

$$R^\mu_{\nu\lambda\kappa} = \partial_\lambda \Gamma^\mu_{\nu\kappa} - \partial_\kappa \Gamma^\mu_{\nu\lambda} + \Gamma^\mu_{\eta\lambda} \Gamma^\eta_{\nu\kappa} - \Gamma^\mu_{\eta\kappa} \Gamma^\eta_{\nu\lambda} \quad (\text{B. 1})$$

である。ここで、クリストッフェル記号 $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ は、

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} = \frac{1}{2} g^{\mu\kappa} (-\partial_\kappa g_{\nu\lambda} + \partial_\nu g_{\lambda\kappa} + \partial_\lambda g_{\kappa\nu}) \quad (\text{B. 2})$$

である。空間が平坦な時、リーマン曲率テンソルは 0 となる。

リッチテンソル $R_{\mu\nu}$ は、リーマン曲率テンソルの 2 つの足の縮約を取って定義され、

$$R_{\mu\nu} = R^\kappa_{\mu\kappa\nu} = g^{\kappa\eta} R_{\eta\mu\kappa\nu} \quad (\text{B. 3})$$

となる。スカラー曲率はリッチテンソルの縮約を取ることで定義され、

$$R = R^\mu_{\mu} = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (\text{B. 4})$$

である。

付録 C 横運動量

横運動量 p_T とは図 40 のような光子とクォークの散乱があったときに、

$$p_T = |\vec{p}| \sin \theta \quad (\text{C. 1})$$

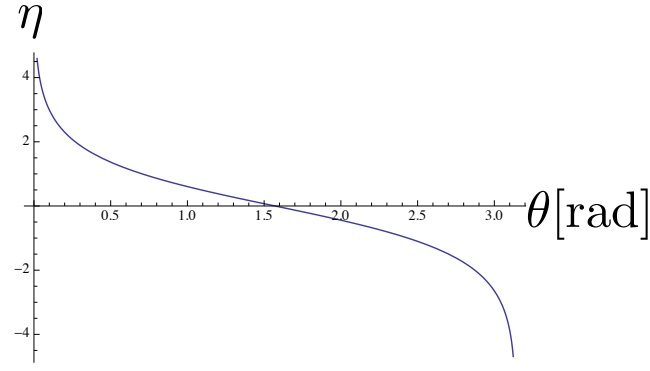


図 41 擬ラピディティの散乱角依存性

として定義される。ここで \vec{p} は光子 γ の運動量、 θ は光子 γ の散乱角である。横運動量は入射光子の運動量方向に対して垂直な散乱光子の運動量である。

付録 D 擬ラピディティ 自著、修士論文より転載 [37]

ラピディティより、擬ラピディティは定義される。そのため、まずラピディティの定義を導入し、その後擬ラピディティの定義について述べる。ラピディティ y とは

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{(E + p_{\parallel})^2}{E^2 - p_{\parallel}^2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{(E + p_{\parallel})^2}{p_{\text{T}}^2 + m^2} \right) \\
 &= \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{\sqrt{p_{\text{T}}^2 + m^2}} \right)
 \end{aligned} \tag{D. 1}$$

と定義される。ここで E は粒子のエネルギー、 $p_{\parallel} = |\vec{p}| \cos \theta$ は粒子の縦方向 (z 方向) の運動量、 $p_{\text{T}} = |\vec{p}| \sin \theta$ は粒子の横運動量、 m は粒子の質量である。 θ は天頂角である (図 40 参照)。

擬ラピディティはラピディティにおいて粒子の質量 $m = 0$ として定義される。高エネルギーコライダー実験において頻繁に使われる量である。式 (D. 1) において、 $m = 0$ とすると $|\vec{p}| = E$ となるため、

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + E \cos \theta}{E - E \cos \theta} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1}{\tan^2 \frac{\theta}{2}} \right) \\
 &= -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{D. 2}$$

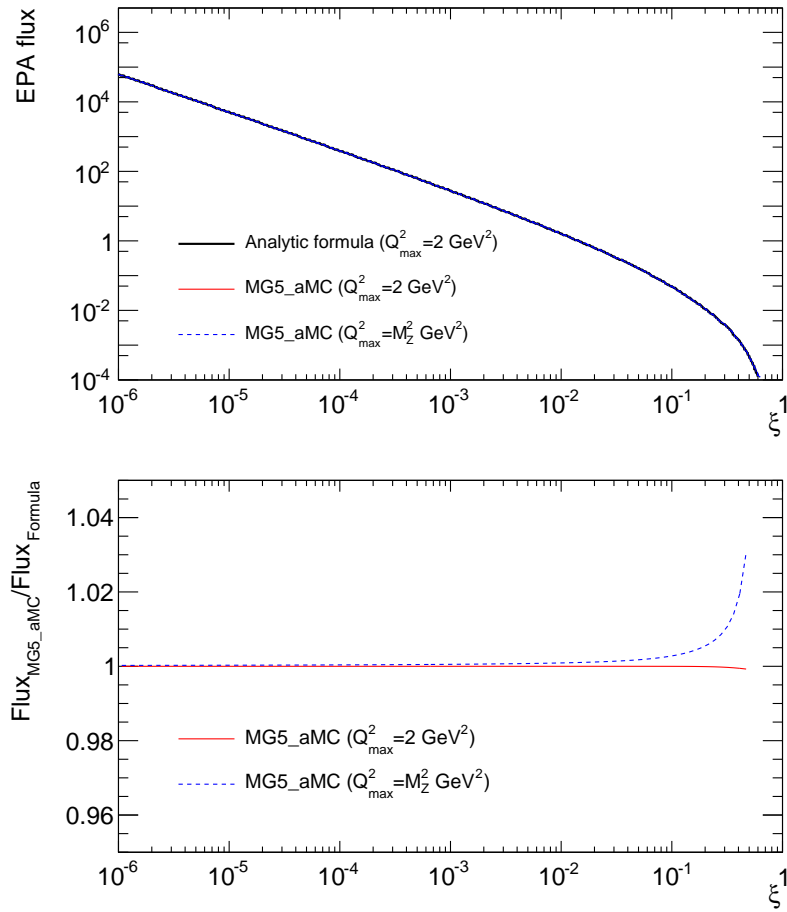


図 42 ξ を関数とした陽子からの EPA フラックス。 $Q_{\max}^2 = 2 \text{ GeV}^2$ と取った式 (E. 1) (黒) からのプロットと、 $Q_{\max}^2 = 2 \text{ GeV}^2$ と取った MADGRAPH5_AMC@NLO (赤) $Q_{\max}^2 = M_Z^2 \text{ GeV}^2$ (青) との比較グラフ (上)。MADGRAPH5_AMC@NLO の結果と解析的に式 (E. 1) から得た比 (下) [6]

として、擬ラピディティ η は定義される。上式 (D. 2) より、例えば $\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\eta = 0$ となる。擬ラピディティは図 41 のような θ 依存性がある。図 41 から分かるように $\theta = \frac{\pi}{2}$ を境に点対称になっている。 $\theta = \frac{\pi}{2}$ から出発して、 θ が 0 もしくは π に近づくにつれ擬ラピディティ η の絶対値は大きくなる。

付録 E 等価光子近似と光子分布関数

陽子からの準実光子のフラックスは等価光子近似 (equivalent photon approximation, EPA) [52] によって表される。

$$f(\xi, Q_{\max}^2) = \frac{\alpha_{\text{EM}}}{\pi} \frac{(1-\xi)}{\xi} \left[\varphi\left(\xi, \frac{Q_{\max}^2}{Q_0^2}\right) - \varphi\left(\xi, \frac{Q_{\min}^2}{Q_0^2}\right) \right], \quad (\text{E. 1})$$

ここで、 $\xi = E_\gamma/E_p$ と Q_{\max}^2 はそれぞれ陽子から出た光子のエネルギーの陽子のエネルギーに対するエネルギーの割合、光子の virtuality Q^2 で積分する際の上限である。 $Q_{\min}^2 = m_p^2 \xi^2 / (1-\xi)$ 、 $Q_0^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$ と取った。数 GeV^2 より上からの寄与は小さいため、

通常 $Q_{\max}^2 \sim 2 \text{ GeV}^2$ と取る。関数 $\varphi(x, y)$ は以下で定義される：

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) = (1 + az) & \left[-\ln\left(\frac{1+y}{y}\right) + \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(1+y)^k} \right] + \frac{(1-b)z}{4y(1+y)^3} \\ & + \frac{c(4+z)}{4} \left[\ln\left(\frac{1+y-b}{1+y}\right) + \sum_{k=1}^3 \frac{b^k}{k(1+y)^k} \right], \end{aligned} \quad (\text{E. 2})$$

ここで、 $z = x^2/(1-x)$ である。パラメータ a, b, c は陽子の質量、磁気モーメントに関係し、 $a = 7.16$ 、 $b = -3.96$ 、 $c = 0.028$ と取った。上記の構造関数は MADGRAPH5_AMC@NLO に同様の方法で PDF に実装されている [53]。

図 42 に ξ を関数にした光子のフラックスを示し、上記の解析的な式 (E. 1) と MADGRAPH5_AMC@NLO により数値的に得られた結果を比較した。

付録 F 共鳴探索からの制限に用いたデータについて-リキャスティング

図 43 に共鳴探索における KK グラビトンの生成散乱断面積 $\sigma \times \text{KK グラビトンの崩壊分岐比 } B$ (\times アクセプタンス) への、実験結果による 95% 信頼度の上限を表す。横軸は、KK グラビトンの質量であり、公表された実験結果でその範囲が決まっている。実線は $\sigma \times B$ への上限を表す。破線は $\sigma \times B \times A$ ($b\bar{b}$ の時はさらに $\times \epsilon$) への上限を表す。詳細は表 3 を参照されたい。

表 3 に示したように 13 TeV LHC 実験でのジェット対 (+ 始状態からのモノジェット)、ジェット対 (+ 始状態からのモノフォトン)、 $t\bar{t}$ の解析、8 TeV LHC の ATLAS 実験での光子対の解析の実験論文は、表に上限値がまとめられている。

その他の解析に関する実験結果を示す論文では、プロットはあるものの上限の値が書いていない。よって、我々は「手で」ソフト WEBPLOTDIGITIZER [110] を用いて、プロットから値を取り出した。これらの上限値を [112] と PHENODATA データベース [111] で公開した。

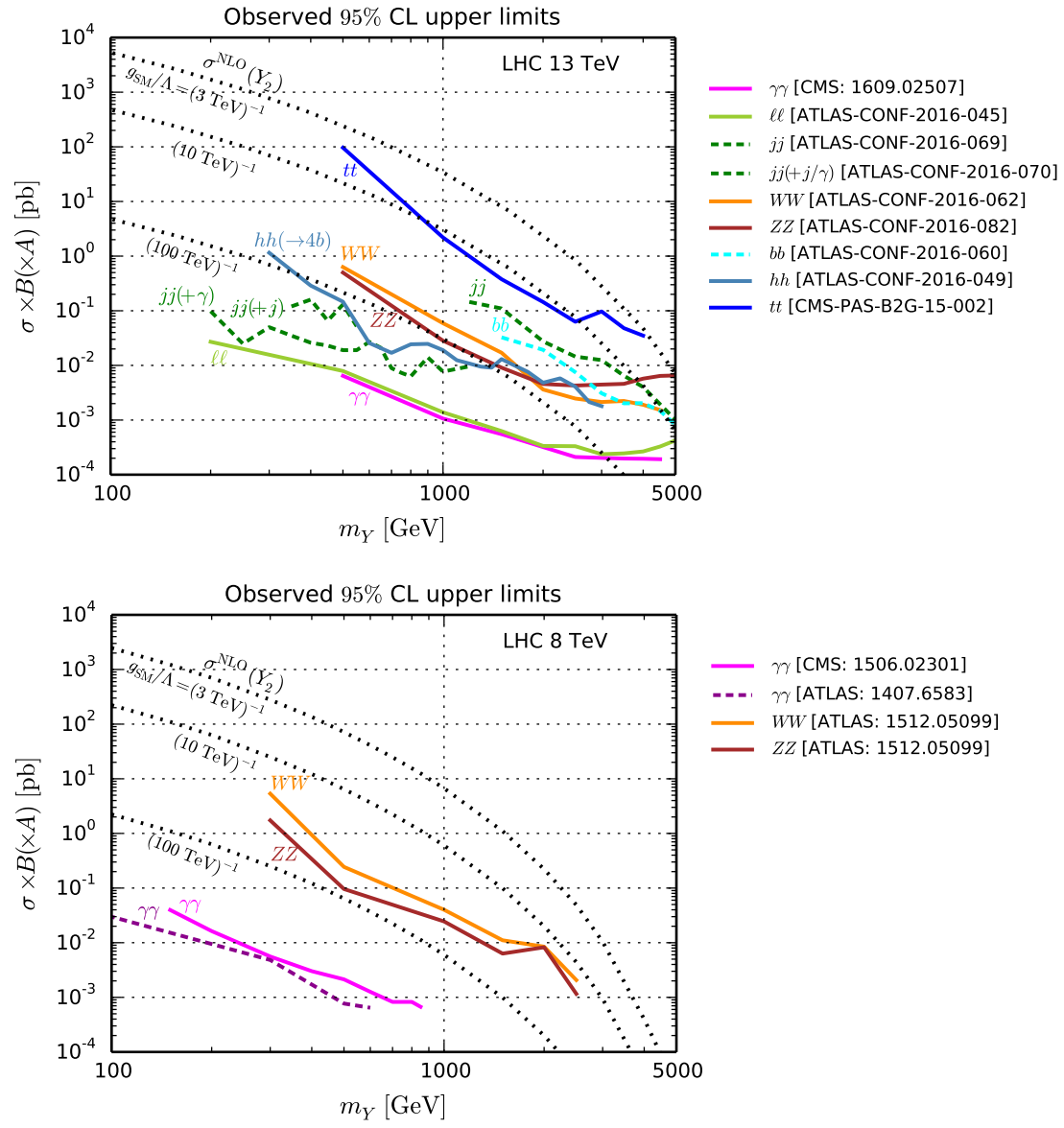


図 43 共鳴探索における KK グラビトンの生成散乱断面積 $\sigma \times$ KK グラビトンの崩壊分岐比 B (\times アクセプタンス) への、実験結果による 95% 信頼度の上限を示す。詳細は表 3 を参照されたい。破線は、アクセプタンスを掛けた後の値を示す場合を表す。参考までに、KK グラビトンの QCD NLO の生成断面積を $g_{SM}/\Lambda = 3, 10, 100 \text{ TeV}$ の場合で点線に示した [7]