

分数の乗除と小数の乗除を関連させ、 2量の関係に関する理解を深める学習

—基礎を定着させ活用する力を培うためのスパイラル学習の一方策—

お茶の水女子大学附属小学校

神戸佳子

I 研究課題の設定と研究の概要

1. 課題設定の理由
2. 研究の概要

II 研究の実際

1. 子どもの実態の分析と身につけたい内容の明確化
 - (1) 実態調査
 - (2) 学習指導計画
2. 学習指導の実施
 - (1) 分数のかけ算の意味
 - (2) いろいろな問題の解き方
 - (3) 既習事項を使える状態で身につける方策
3. 事後調査による指導評価と今後の課題の把握
 - (1) 事後調査とその結果
 - (2) 指導の評価と課題

III 今後の課題

I 研究課題の設定と研究の概要

1. 課題設定の理由

平成23年度施行の学習指導要領においては、スパイラル学習の重要性がうたわれている。これは基礎的な学習内容の定着とそれを活用する力の育成がねらいと考えられる。そのためにスパイラル学習が必要かつ有効な内容については複数の学年にわたって指導が行われるようになっている。

平成23年度から使用される教科書では上記の事柄を踏まえて単元が構成されている¹⁾。このように内容を重複させ、少しずつ深化させながら学んでいくこともスパイラル学習の方策の1つであるが、目の前の課題を学びつつ既習事項の理解を深めることもスパイラル学習の方策の1つであると考えられる。

算数・数学は基礎が大切な分野であるといわれる。これは論理の積み重ねによって構成される数学という学問の持つ性質であり、それ故に基礎ができていないとその先に進めないというネガティブな考え方にも用いられる論である。しかし、見方を変えれば、目の前の課題を解くことによって既習事項の復習も同時に行えるとも考えることができる。すなわち、算数・数学の学習では自然にスパイラル学習が行われているはずなのである。

さらに、学んだことを生きて働く学力として身に着け、活用力を培うには、既習事項を状況に応じて使っていく経験が大切であると考えられる。そのためには、新しく学習する内容に既習事項を適宜混在させ、新しい内容を学習しつつ既習事項を活用していく学習指導を構成したいと考えた。

しかし、新しい課題に取り組みつつ、既習事項の復習・深化も行うためには意図的な計画が必要である。どのような計画を持ち、どのような手立てを行えばよいのかを考え、その効果について検討していくと考えたのが本研究のねらいである。

そこで、ここでは児童の実態調査に基づき、2量の関係の意味理解を深めることに焦点を絞って研究を進めた。

2. 研究の概要

- (1) 子どもの実態の分析と身につけたい内容の明確化
- (2) 上記内容を踏まえた学習指導計画の立案
- (3) 学習指導の実施
- (4) 事後調査による指導評価と今後の課題の把握

II 研究の実際

1. 子どもの実態の分析と身につけたい内容の明確化

(1) 実態調査

対象：第6学年児童123名

第5学年までに学習した内容の問題を出題した結果、小数が含まれた文章題に関して正解率が悪かった。同様の問題で問題中の数が整数の場合は解けていることから、小数になった場合に抵抗がある子どもが多いことが読み取れた。

その中からここでは、2量の関係に関する問題に焦点を当てることにした。

① 正解率が悪かった問題と誤答の分析

0.8mの値段が320円のリボンがあります。このリボン、1.2mの代金はいくらかでしょうか。

この問題の正解率は62.4%である。この問題は単位あたり量が示されていない2量の関係に関する問題であり、比例関係を内在している。同様の問題に関しては田端の先行研究があり、整数値の場合小学校4年生でも自力解決が可能であろうと述べている。(田端 2008)。このことから、構造は同じでも与

えられた数値が小数であったりそれらの関係が小数倍になることによって、2量の関係を適切に利用できない子どもがいることが想定される。

誤答を分析すると以下の4つのタイプに分けられる。

A： 320×1.2 としているもの（誤答率20%）

320円が0.8mの値段であることを考慮せず、1.2倍しているわけで、単位あたり量（ここでは1mあたりの値段）を基にして考えることができていないと判断できる。

B： $320 \div 0.8$ で終わっているもの（誤答率2.4%）

誤答ではあるが、解答の途中で解答し終わったと誤解してしまったミスととらえることも出来る。

C：問題内の数を適当に組み合わせて立式したもの（誤答率5.6%）

D：無解答、または、解答の途中で終わったもの（誤答率9.6%）

これらの誤りから

① 「□mの値段が○円」という状況において□が小数となった場合に1mあたりの値段を想定しにくい

② 「□mの値段が分かっているときに△mの代金を求める」という状況において△が□の整数倍でないときに比例関係を適用しにくい

という子どもの実態が想像できる。さらに平成22年度全国学力調査で「8mの重さが4kgの棒1mの重さを求める式と答え」の正答率が54.1%であったことも合わせて考えると、除数が被除数より大きい（商が純小数になる）場合や、除数が小数の場合にはわり算の適用が難しいとも見ることができる。

また、CとDの誤答は問題の構造が分からずに闇雲に式を書いた、あるいは解けないと判断して解答しなかったと考えられる。問題解決の力を培うために、正解に至らない場合でも自分がどのように考えたのか、何が分からなかったのか等を表現できることが大切であると考えられるので、C、Dのような誤答は減らしたいと考えた。

② 指導内容の明確化

誤答の内容および普通の授業の状況を見て、指導のポイントを以下の3つとした。

- ・2量の関係を把握するための手段を身につける
- ・解決の方策を意識化させる
- ・既習事項をいつでも使える状態にしておく

2量の関係の把握においては、問題の解決が数値に左右される様子が見られたので、どのような数値であっても構造に着目できるように、小数と分数を同時に扱う学習指導を計画する。このことは既習事項をいつでも使える状態にしておくことにも有効であろうと考えた。

また、解決の方策を意識化させるために、表現活動を取り入れることにした。

これらの学習指導を行うことで、実態調査におけるA、C、Dタイプの誤答が減少することと、分数値で同じ構造を持つ問題の正答率も小数值の場合と同等レベルとなることを期待する。

(2) 学習指導計画

上記内容を指導するために分数のかけ算・わり算の学習の幅を広げ、数値が整数・小数の場面も統合的に扱い、その共通性から問題の構造に着目させるように計画した。

分数のかけ算・わり算と2量の関係に関連する内容を系統的に見ると以下のようなになる。

2年	整数の乗法	乗法の場面を式に表す		
3年	整数の除法	除法の場面を式に表す	分数	
4年	小数の乗除（小数×整数，小数÷整数）			
	式による表現（□，△などを用いた式）		伴って変わる2つの数量の関係	
5年	小数の乗除	分数の乗除（分数×整数，分数÷整数）	簡単な比例の関係	百分率

① 単元の学習指導計画

以下の計画で分数のわり算とかけ算の学習指導を行うことにした。

第1次 分数のかけ算の意味

ア：分数のかけ算が使われる場面を考える

イ：2量関係を統合的に考える

第2次 分数のかけ算の計算

ア：計算の仕方を考える

第3次 分数のわり算

ア：第1次イで考えた2量関係で分数のわり算になる場面をもとにして、分数のわり算の意味を理解する

イ：計算の仕方を考える

第4次 いろいろな問題の解き方

ア：2量関係を、図、言葉の式等を使って表す

イ：分数の倍とかけ算、わり算

② 学習方法の工夫

○分数の乗除が使われる場面を子ども1人ひとりが主体的に考えるために、分数のかけ算の導入で作問を行う。(第1次ア)

○「□dLのペンキで、板を□㎡ぬれました。このペンキ□dLでは、板を何㎡ぬれますか」という文章の□の中に自由に数を入れて作問する。出来た問題を比較することで2量関係を統合的にとらえる。(第1次イ)

尚、□に入れる数は分数に限らず、整数・小数・分数のどれでも問題の構造は変わらないことを意識する。

○子どもたちが教師役と生徒役に分かれて、問題の解法を説明する。(第3次イ)

③ 既習事項を使える状態で身につける方策

子どもたちは問題に対して適切な既習事項を用いる経験が不足している様子が見られたので、第5学年の学習内容をランダムに出題するプリントを行い、既習事項をいつでも使える状態にしていこうと考えた。

2. 学習指導の実施

(1) 分数のかけ算の意味 (第1次)

ア：分数のかけ算が使われる場面を考える

子どもたちと一緒にこれまでに学習した計算を整理した結果、分数のかけ算とわり算も存在するはずである、存在しなくてはならない、という結論に達した。即ち、ある問題場面があってそれを解決するために新たな演算を定義するという順序ではなく、演算の存在を予想してその演算が使われる場面を見つけるという学習になった。これは6年生という発達段階からみて、妥当な学習であると考えられる。新たな演算を構成していき、その意味付けを行うということは中学校以降の数学にも通じる学習だからである。

そこで以下の課題に取り組んだ。

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ という式になる文章題を作りましょう。

個人解決の後、4人のグループで検討しグループで1問、問題を発表した。

「1つのリンゴにみつが $\frac{4}{5}$ dL入っています。 $\frac{2}{3}$ このリンゴには、みつが何dL入っているでしょう。」

「1kg $\frac{4}{5}$ Lの水があります。それが $\frac{2}{3}$ kgの場合何Lになりますか？」

「たて $\frac{4}{5}$ m横 $\frac{2}{3}$ mの花だんがあります。この花だんの面積は何㎡でしょう？」

等。

それぞれの問題についてクラス全体で検討しながら、分数のかけ算が用いられる場面を理解していった。

【考察】

グループで検討したことで、一人ひとりが自分の作った問題を説明する機会が持てた。説明し、相手に理解してもらうなかで、分離量には分数を使いにくいことや、分数をかける場面では単位あたり量を考えることが大切であることが理解されていった。

できた問題では、水 1 kg の量を $\frac{4}{5}$ L とするなど、物理化学的には不適切なものも見られたが、今回は問題の構造に重点を置くことにし、量の大きさについては注意を喚起するにとどめた。

イ：2量の関係を統合的に考える

□dLのペンキで、板を□㎡ぬれました。このペンキ□dLでは、板を何㎡ぬれますか

この□の中に自由に数を入れて問題を作った。数問作れるようなプリントを用意し、出来るだけいろいろな種類の問題を作るように指示した。作った問題については立式させたが、答えを求めることは要求しなかった。

① 2 dLのペンキで、板を4㎡ぬれました。このペンキ3 dLでは、板を何㎡ぬれますか

最初はこのように整数を入れる子どもが多かった。

② 1.5dLのペンキで、板を3㎡ぬれました。このペンキ2.3dLでは、板を何㎡ぬれますか

③ 1.7dLのペンキで、板を2.5㎡ぬれました。このペンキ3.5dLでは、板を何㎡ぬれますか

上の問題は容易に立式できたが、下のように暗算でわりきれない数の組み合わせの場合は立式に苦労していた。

④ $\frac{1}{3}$ dLのペンキで、板を $\frac{1}{4}$ ㎡ぬれました。このペンキ2 dLでは、板を何㎡ぬれますか

分数を入れることにはやや抵抗が見られたが、どんな数を入れても問題の構造は変わらないことに気づくと自由に入れ始めた。

⑤ 1 dLのペンキで、板を $\frac{3}{5}$ ㎡ぬれました。このペンキ $\frac{2}{7}$ dLでは、板を何㎡ぬれますか

前の学習を思い出し、1を入れた子どももいた。

問題を作った後にクラスで発表し、その問題を解くための式と対応させていった。すると、□のどれかに1を入れた場合は式が変わるという意見がでた。前の2つの□に1を入れると単位あたりの量が示されている問題となり、最後の□に1を入れると単位あたりの量を求める問題となる。1を入れなかった場合は解くために2段階の思考が必要であるのに対して1が入るとわり算またはかけ算を一度適用するだけで解けることが分かってきた。しかしこれには異論もあり、⑤の問題の場合、 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$ で解けるが、ある子どもは、 $\frac{2}{7} \div 1$ を行うことでいつも同じ解き方が出来るという意見を述べた。ペンキの量とぬれる面積の比例関係を強く意識した見方であるといえる。

【考察】

ここでは答えを求めることが要求されていないので、□にあてずっぽうに数を入れてもよいのであるが、そのようにする子はなかった。これまでの実践でも、作問の場合、答えまたは解法の見通しがつく問題を作っている。ここでも子どもは、最初、暗算で答えが分かる問題を作ろうとした。見方を変えれば、④の問題のような数値であれば容易に立式できるが、⑤④のような問題になると立式に苦労するということである。□に入れる数を変えても問題の構造が変わらないことは当たり前のように思われる

が、子どもにとっては□に入る数値によって問題が解きやすかったり、解きにくかったりするものが、実態である。

しかし、いくつかの問題を作り、作った問題を発表して式も対応させていく学習を通して、少しずつ問題の構造に目がいくようになっていった。すなわち、この学習では□に何を入れても論理上は解決可能であることに気づくことが重要なのである。全体での話し合いを経て、㉔㉕タイプの問題を作り立てた子どもたちは、問題の構造への見方は深まったと判断する。

□に1を入れた場合について、単位あたりの量が示されているという意味では違う種類の問題と見なすことが出来るが、これまでの学習の経過から、□にどんな数が入っても問題の構造が変わるはずはないという意識を持った子どももいた。そのような子どもたちは問題の構造を十分に理解できていると考えられる。

一方、整数値からなかなか抜けられない子どももいた。これらの子どもたちは、話し合いに参加し□に小数を入れることは入れたものの、立式するのをためらう風であった。小数でわることが腑に落ちていないと推測される。論理的に理解できることと、それが腑に落ちて自分で使いこなせるようになることの間には段差があると考えられる。その段差を埋める方法の一つとして図を使うことを考えた。

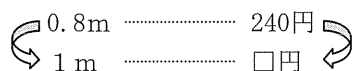
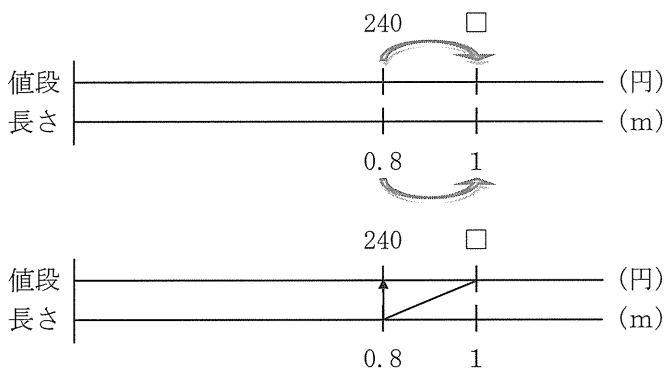
分数のかけ算の計算方法を学習する前にこの内容を入れたことで、答えを求めることは必要でなく立式するだけでよいという面は強調できたと考えられる。そのことが問題の構造に目を向ける助けになったことを期待する。

(2) いろいろな問題の解き方 (第4次)

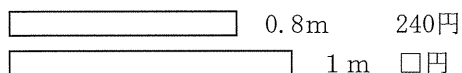
ア：2量の関係を、図、言葉の式等を使って表す

0.8mのリボンの値段が240円でした。このリボン1mの値段は何円でしょう

リボンの長さ と 値段の関係をいろいろな方法で表した。



1 mの値段×長さ=全体の値段
 $\square \times 0.8 = 240$



これまでも解決の手がかりや説明の方法として図や言葉の式を書くことを行っているが、ここではできるだけ多様な表現方法を理解し、その中で問題の種類や自分の好みに合わせて使えるようにすることを目的とした。そのため、個人でできるだけ多くの表現方法を考えるとともに、友だちが考えた方法を聞いて、自分が使えるかどうか考えさせるようにした。

【考察】

リボンの絵を描くことは問題の解決には直結しないが、長さ と 値段の関係を視覚化し、解決の手がかり

T：そう、そう。他に意見がある人はいませんか。

C：うん、よく分かりました。

【考察】

全員が必ず‘先生’になったため、自分の力で何とか説明するという経験ができた。‘先生’という役割をもったことで、責任を持って説明しようという姿勢や他の考え方も関係づけていこうという意識が見られた。

上記の例であれば、最初‘先生’が自分のやり方に沿って説明しているが、その中でも曖昧な言葉（「答え」）について子どもから質問を受けて、明確化している。さらに自分とは異なる解決方法に対しても説明を求められるが、‘先生’であるが故に説明しなくてはならず、そのことをきっかけに解決方法の理解が深まっていく様子が見られた。

これらの様相からは、子ども同士が関わり合って学びを進める有効性に加え、あえて‘先生’と子どもという役割を持ったからこそロールプレイングのように楽しみながら理解を深めていく姿が見られた。1人の‘先生’に対して数人の生徒であったため、会話はセミフォーマルなものであった。そのことも子ども同士の自由な発言を助ける一因となったと考えられる。

この問題も多くの子どもが解けていたので、このような説明を解決が困難な問題においてもできるかどうかについては疑問が残る。その点では上記アと同様である。しかし、3問の中から1問を選んだことによって自分が解きやすいと感じるか解きにくいと感じるかを意識する経験は持てた。解きにくいと感じた問題においては生徒役として説明を聞く立場になっていたため、そのことが、解きにくいと感じていた部分の解消に役だったことを期待したい。

(3) 既習事項を使える状態で身につける方策

上記の実践と並行して、「復習プリント」として第5学年の内容をランダムに出題して解く活動を行った。プリントの解答は当番の子どもが行い、解き方や別解については当番の子が司会して話し合いをした。子どもは自分で答え合わせをし、その場で間違えたところ、分からないところを自覚するようにした。教師は提出されたプリントをもとに、子どもたちの実態を把握し、状況に応じて個別指導を行った。

尚、希望者には週一回放課後に算数の学習をする時間を設けた。そのときに、教師に質問したり、教師が個別に指導したりした。

3. 事後調査による指導評価と今後の課題の把握

(1) 事後調査とその結果

事後調査として以下の2問を行った。

ア「0.7mの重さが、24.5gの針金があります。この針金、1.2mの重さは何gでしょうか。」

イ「 $\frac{2}{3}$ dLのペンキで、 $\frac{1}{3}$ m²の板がぬれました。このペンキ $\frac{4}{5}$ dLでは何m²の板がぬれるでしょうか。」

アの問題は事前調査の問題の数値だけを変えたものである。但し、暗算で結果が出ない数値にしてあるのでその意味での難易度は上がっている。イの問題は、構造は事前調査の問題やアと同じだが場面と数値が異なっている。分数を使っていることで、数の種類に左右されずに問題の構造に着目して解決できるかどうかを見るために出題した。

解答の結果は以下の通りである。

	事前調査	事後調査	
		ア	イ
正	62.4% (77人)	83.7% (103人)	66.7% (82人)
誤	37.6% (46人)	16.3% (20人)	33.3% (41人)

正誤の結果だけを比較すると、事前調査に比べて事後調査のアの正答率は上がっているが、イの正答率はあまり変わらない。但し、事後調査で無解答の子どもはいなかった。子どもたちの解決の状況を詳

しく見るために、事前調査で誤答であった者の事後調査における解答を調べた。事前調査が誤答であった者（37.6%）の中で、ア、イの正誤率は以下の通りである。

		ア	
		正	誤
イ	正	17.1% (21人)	2.4% (3人)
	誤	10.6% (13人)	7.5% (9人)

この結果からみると、ア、イの両方で正答だった17.1% (21名) は、解法を身につけたと考えられる。また、ア、イのどちらか一方が正答であった13% (16名) は、問題の構造と解決方法のある程度理解しているものの、まだ、数値に引っ張られる部分も残していると考えられる。一方ここには出していないが、事前調査で正答であったが、事後調査のア、イいずれかで誤答であった者11.4% (14名) も解決方法を完全に身につけてはいないと考えられる。これらの子どもたちが今後解決方法を完全に身につけていくかどうかは長いスパンで見なければならぬため、本稿の範疇を超えると判断した。

しかし、事前調査で誤答であった子どもの8割 (37名) がどちらかの問題で正解できたことから本学習指導が一定の成果をあげたととらえることができる。尚、事前調査で正答であったにも関わらず事後調査で2問とも誤答であった者が4.1% (5名) いる。誤答を分析したところ、ケアレスミスによると判断できる者が3名、事後調査の時点では解法が分かっていないと判断できる者が2名であった。また、事後調査で2問とも誤答であった9名のうち5名は事前調査で無解答、事後調査でAタイプの誤り、3名は事前・事後ともAタイプの誤りであった。1名は事前調査でAタイプの誤り、事後調査でBタイプの誤りであった。先の2名も含めてこの11名は個別に指導した。

さらに、問題の解き方（解くために用いた方法）によってその後の解決に影響が出る可能性があると考えて分析したが明確な関係性は読み取れなかった。

(2) 指導の評価と課題

以上をまとめると、本実践は、2量の関係が把握できていない者の約8割に対してある程度の効果があったと考えられ、その中でも4割強に対しては2量の関係を把握する力を身につける効果があったと期待できる。

しかしながら、本実践を経ても、2量の関係の把握が完全ではないと考えられる者（事後調査のアイいずれか又は両方が誤答）が全児童の31.9%おり、そのほとんどが、数値が分数の場合に解決できないという実態もある。小数値では解決できていることから、小数と分数の間にも乗り越えなければならないステップがあることがわかる。子どもたちの授業中の発言からは、分数量について具体的なイメージを持ちにくいことが読み取れた。問題の構造を理解することと問題の情景をイメージすることの間には無視できない関係があるのだと考えられる。問題構造の理解を抽象的な思考とするならば、イメージを持つことは具体的な思考と考えることもできる。発達段階に応じて抽象的な思考ができるようにすることも大切であるが、それを支える具体的な思考（イメージ）を豊かにしていくことも、大切である。ここでは、分数値の場合にその経験が不足していたと判断できる。

Ⅲ 今後の課題

上記3(4)に述べたように、本実践は一定の成果が見られたものの、まだ改善すべき余地はある。本実践では分数値に対するイメージ不足が問題解決を困難にしている要因の一つであったことから、その点についての手立ても必要であったのである。

算数・数学の特徴として、課題を解決するにはそれまでに学習してきた内容・方法を自由に使いこなさなくてはならない。見方を変えれば、使いこなせるかどうかは、新たな課題に挑戦してみればわかる。従って、新たな課題に取り組みながら、既習事項の活用能力を高めていくことは可能であると考え

分数の乗除と小数の乗除を関連させ、2量の関係に関する理解を深める学習

る。しかし、一つの問題解決には既習事項が複雑に関係するため、その分析をしっかりと行い、学習指導計画を立てる必要がある。そのためには実践を積み重ねながら精密化していく必要がある。

また、このような方法を他の単元についても実践することで、スパイラルが何層にもなり、結果的に内容・方法を網羅すると考えられる。そのために、他の単元での可能性を探ることが今後の課題であると考えられる。

【注】

1) 例えば、第5学年「比例」第6学年「比例と反比例」(学校図書 2011)

【参考文献】

加藤康順(1980)「割合の指導についての一考察－2本の数直線を組み合わせた図の利用」日本数学教育学会62(10), pp223-228

田端輝彦(2007)「整数の乗法における比例関係の顕在化に関する一考察－割合(比)の三用法の類型と1あたり量を示さない問題の分析を中心として－」数学教育論文発表会論文集40, pp325-330

田端輝彦(2008)「整数の乗法における比例関係の顕在化に関する授業の考察－1あたり量を示さない問題を数直線を書く指導を通して－」数学教育論文発表会論文集41, pp339-344

学校図書株式会社(2011)みんなと学ぶ小学校算数

国立教育政策研究所(2010)平成22年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書

東京書籍株式会社(2011)新しい算数

文部科学省(2008)小学校学習指導要領解説算数編