割合的な見方を育てる分数の学習

久下谷　　明

Ⅰ　研究の目的と方法

1　研究目的

本研究の目的は，子どもたちが分数に出あった時，その文脈によって分数を適切に解釈できるように，分数に対する豊かな見方を育てていくことである。

分数は，用いられる文脈によって，操作(分割)分数，量分数，割合分数，商分数と呼ばれるように，様々な解釈がなされる。それ故，子どもにとって理解しにくいといわれている。その典型的な例として，『２mの$\frac{1}{4}$は何mか？』という問いに対し，$\frac{1}{4}$mと答えてしまう子どもの実態がしばしば挙げられる。その原因は何であろうか。本研究では，分数を割合的な見方で捉えていくことが十分なされていないことや，「何の$\frac{A}{B}$であるか」という“もとにする量”への意識化がなされていないことに起因していると考えている。

以上の研究目的と問題意識のもと，本稿では，分数が導入される第２学年の学習に焦点を当てて研究を進める。具体的には，以下の２点を本稿の研究目的とする。

［研究目的１］分数を導入する際，どのような点を大事にしながら学習を進めるべきかについて，先行研究をもとに明確化する。(⇒第２章)

［研究目的２］研究目的１で明らかになったことをもとに，授業の設計をし，実施する。そして，授業記録（プロトコルや子どもの記述）とその後の確認問題の結果から，実践の考察，ならびに子どもの実態を明らかにする。(⇒第３章)

2　研究方法

研究目的１に対しては，分数の学習や割合的な見方に関する文献の解釈を中心とした理論的考察の方法をとり，研究目的２に対しては，分数の割合的な見方を育てるための授業実践を通した実証的考察の方法をとる。

尚，理論的考察を行う際には，昭和33年の学習指導要領，ならびにそれにもとづく教科書，そしてその前後に出された文献に着目していく。昭和33年の学習指導要領に着目する理由は，割合の考えを重視して編纂されたという背景をもつことによる[1)]。それにより，分数に関する内容も今とは異なっており，２年生で分子１の簡単な分数を導入し，その後「12の$\frac{1}{2}$は？」といった問題が教科書で扱われている。このような割合の見方を重視した分数学習については，その当時，様々な議論が起こっている。それらの議論を整理し，先行研究を分析していくことは，これからの分数学習を考えていく際に，多くの示唆を得られると考える。

Ⅱ　割合的な見方を育てる分数の学習

1　分数の意味

分数は，用いられる文脈によって様々な解釈がなされ，それ故，理解しにくいと言われている。ここでは，先行研究をもとに分数の意味について整理するとともに，本研究で用いる分数の名称について，明確にしておく。

分数の意味を明確に示した文献として，大正７年から昭和14年にかけて使用された『尋常小学算術書』に対する『修正趣意書』(仲新, 1983, p. 119) がある。その中で，分数の意味は，次のように示されている。

第一ノ意義…「分数ハ１ヲ分母ヲ表ス数ニ等分シタルモノヲ分子ヲ表ス数ダケ集メタルモノナルコト」
第二ノ意義…「分数ハ分子ヲ表ス数ヲ分母ヲ表ス数ニテ割リタルモノナルコト」

上記それぞれの意味を，式と現在の言葉で示すと次のようになる。

第一義：$\frac{b}{a}=1\div a\times b$　…$\frac{2}{3}$を例にすれば，１を３等分したもの($\frac{1}{3}$)を２つ集めたもの

第二義：$\frac{b}{a}=b\div a$　…２を３でわったもの。$2\div 3=\frac{2}{3}$

また，算数教育学研究会編(1993)『算数科教育研究』では，分数を以下の４つの観点から分別して説明している。

①　分割分数・操作分数
りんごなり色紙なりを３等分した各々をもとのものの３分の１と言い，$\frac{1}{3}$と書く。・・・(中略)・・・ここでは分母は等分の仕方を，分子は集める個数を指し，分母と分子を分離して考えている。まだ，数という認識は弱い。そして，その操作を何に施したかが大切で，操作対象が異なれば同一の分数でも内容が異なる。操作分数の考えでは，$\frac{n}{m}$は単位分数$\frac{1}{m}$をｎ個集めたものという見方になる。
②　量分数
単位量に分割・総合の操作を施すことを考えることもできる。たとえば，１Ｌや１ｍを３等分した２つ分は，それぞれ$\frac{2}{3}$Ｌ，$\frac{2}{3}$ｍになる。・・・(中略)・・・この用い方では，一つの単位に対して一つの分数は確定した大きさを表す。２Ｌを３等分した２つ分はもう$\frac{2}{3}$ではないことを注意しなくてはならない。同種のものについて，大小を比較したり，加減をしたりという計算の対象とすることも考えられる。それで数と言う意識がだいぶ強くなる。
③　割合分数
２量Ａ，Ｂがあって，ＡはＢを３等分した２つ分に当たるとき，ＡはＢを１と見るとその$\frac{2}{3}$であるという。…（中略）…また一つの集合の部分集合についてもこのような見方ができる。…（中略）…分数をこのように，比較量の基準量に対する割合を表すのに用いる。割合分数を基準量に対する操作と見ると，乗除が考えられる。
④　商分数
２Ｌを３等分することは，整数の演算に対応させれば，２÷３と書ける。この除法の商は整数にはなかった。しかしこれは，１Ｌを３等分した２つ分，すなわち量分数の$\frac{2}{3}$Ｌに等しい。そこでこの等分除を$2\div 3=\frac{2}{3}$と考える。また２Ｌは３Ｌの何倍になるかというのも，商が整数にはない除法２÷３に対応する。この割合は分数で$\frac{2}{3}$と言えるので，包含除にはならないが，これも２÷３と考える。このように，分数は整数の除法で商が整数にならないものを表しているとも考えられる。…（中略）…この見方が，将来分数を有理数と見る見方へと発展させる素地となる。

上記の文献に加え，さらに文部省（1999)『小学校学習指導要領解説　算数編』[2)]や，中原忠男編（2000)『算数・数学科　重要用語300の基礎知識』[3)]，そして日本数学教育学会編著（2013)『算数教育指導用語辞典［第四版］』などをもとに，本研究で用いる分数の名称について検討した。その結果，次の４つに分類し，用いることとする。(①～④の分数の説明は，『算数科教育研究』によるものと同義である。)

① 操作（分割）分数
② 量分数
③ 割合分数
④ 商分数

尚，「①操作（分割）分数」は分数の第一義に対応しており，「②量分数」は分数の第一義から導き出されるものである。そして，「③割合分数」には第一義，第二義の両方の意味がある。そして，「④商分数」は分数の第二義に対応している。

2 本研究の立場－分数の学習で大事にすべきこと－

分数が導入される第２学年の学習に焦点を当てて，分数を導入する際に大事にすべき点について明確化することが，本稿の研究目的の１つ目である。この目的に対し，昭和33年の学習指導要領，ならびにそれにもとづく教科書，そして，その前後に出された文献を中心に，分数に関する様々な先行研究をもとに検討を行った。その結果，分数に対する豊かな見方を育てていくために，分数の学習，特に分数の導入場面では，次の５点を大事にしていくべきであると考えた。

- 操作（分割）分数，割合分数で導入する。
- 「もとにする量」を意識できるような展開とする。
- 倍（かけ算）と関係づけて分数を捉える。
- 分ける操作だけでなく，集める（もとに戻す）操作も行う。
- 分数のよさを大切にする。

この５点について，以下に詳しく述べる。

・操作（分割）分数，割合分数で導入する。

現行の学習指導要領では，２年生において操作（分割）を通して分数と出あい，３年生で量分数，数としての分数を学習している。しかし，過去の学習指導要領を見ると，昭和43年や昭和53年の学習指導要領では，分数は端数部分などを表すために，はじめから量分数を中心に学習が進められていた[4)]。このように，量分数を中心に学習が進められた背景には様々な理由があるが，その１つに，「分数の加減計算に向けて分数を数として捉えさせたい。そう考えると，操作（分割）分数や割合分数の捉え方では不都合である。」という理由がある。

しかし，和田義信（1959）は，分数を理解していく過程において，量分数からのみ早急に抽象して，分数を数として捉えていくことに対し，次のように批判している。

「分数を理解していく過程においては，操作と大きさが一体となってはじめて分数の意味がわかり，１にあたるもの，すなわち基準に当る量が，その用いる場合場合に応ずるものであれば割合として用いているのであり，定められた単位である場合が$\frac{2}{3}$ mなどと測定法を表わすものであって，子どもの理解からいえば大差ないであろう。このような具体的な使用を通して基準の量から離れて数だけが抽象されてくると数としての分数が確立されてくるのである。これを，$\frac{2}{3}$mのような測定法のみから早急に抽象しては分数についての理解は極めて貧弱なものとなるであろう。」（pp. 54-55, 下線筆者）

また，杉山吉茂（2010）も同様に，次のように述べている。

「分数の方はどちらかというと，割合的な意味合いを持っている。わが国の場合は，操作的，手続き的な意味を含んだ読み方をしているので，一層その色合いが強い。・・・（中略）・・・まず，割合を表すものとしての分数があり，それを量の表現に使うという方が自然であろう。」（p. 320）

以上の考えにもとづき，本研究では，量分数からではなく，操作（分割）を通して分数に出あい，さらに割合的な見方で捉えていく展開とする。その際，和田義信（1959）が述べる分数を理解していく過程（上掲pp. 54-55, 筆者下線部）を念頭に，次の点を大切にしながら，２年生での分数学習を考える。

・“もとにする量”を意識できるような展開とする。

昭和33年の学習指導要領の補足解説を目的として書かれた指導書（文部省, 1960, pp. 49-50）では，２年生における「割合の考え方の素地〔Ａ（９）〕」となる学習について，次のような説明をしている。

「この学年では，この割合でみる場合として，特に，次のことがらを明確にすることをねらっているといえる。すなわち，たとえば，二つの長さa，bがある場合についていうと，

① 「bがaの２ばい」というときは，bがaのちょうど二つぶんの大きさであること
② このとき，aについては，aはbの$\frac{1}{2}$ということができること
③ 「bがaの２ばいである」というときは，前ページの図で，(a', b')，(a", b")のような場合も含められている。その反面，「２ばい」ということばだけでは，bの大きさをはっきり表すことにはならない。すなわち，aの大きさをもはっきりさせていなければ，bの大きさはきまらないこと

特に，③であげたことは，割合による表し方の特質とみられることである。学習指導要領〔Ａ（９）ア〕で，「・・・の２ばい」，「・・・の$\frac{1}{3}$」というように，「の」をつけて示しているのは，このような場合に，「何」をもとにしていっているのかを，意識して用いさせることをねらっているものである。」

基準量（もとにする量）となるaの大きさをはっきりさせなければ，比較量であるbの大きさが決まらないことは，「割合による表し方の特質」と述べた上で，分数を割合的に見ていく際には，「何」をもとにしているのかを意識して用いさせることが重要であると指摘している。

本研究では，分数学習の大きな流れとして，操作（分割）分数，割合分数の見方を大切にしながら分数を導入し，量分数，数としての分数，商分数へと分数の見方を豊かに広げていく流れを考えている（もちろん，実際の学習は一直線上ではない）。その際，その過程，特に量分数の学習前に，「もとにする量が異なれば，分けた量も異なる」ことを，実感を伴って理解していく学習を設定したい。そのような学びを通し，“もとにする量”への意識化を促し，分数の割合的な見方を育てていくことができるはずである。

このような「基準量（もとにする量）が変われば，結果として比較量が変わる」といった内容の学習は，これまでも，長さの任意単位から普遍単位を考え出していく過程や，『ばいとかけ算』の学習などにおいて経験している。本実践の授業後半においても同様の内容を扱うが，繰り返し取り上げ，扱っていくことが大切である。

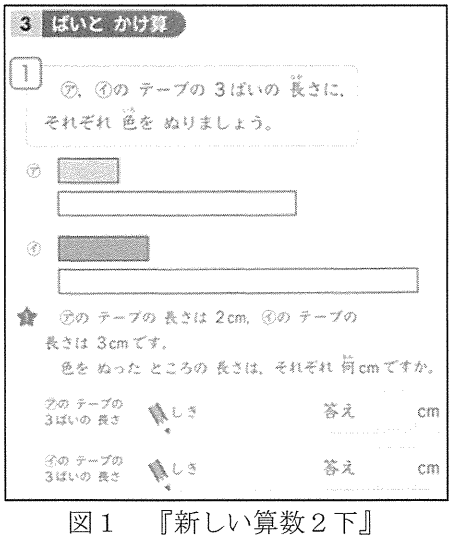


図１　『新しい算数２下』
東京書籍, p. 37（2011）

尚，この学習経験は，３年生で量を分数で表す際にも生きていく。多くの教科書では，端数部分を表したいという思いから$\frac{1}{3}$mに出あう導入となっている。この時，$\frac{1}{3}$mのように表される量分数は，『１mの$\frac{1}{3}$』であり，“もとにする量”が１mと決まっている。それ故$\frac{1}{3}$mという量（長さ）が決まるのだというよさを，操作を通して意識し，感じられるようにする。ただ何となく$\frac{1}{3}$mや$\frac{1}{3}$Lを使うのではなく，その背後には，もととなる１mや１Lがあることを意識できる

ような学習の展開とするのである。そうすることにより，量分数のよさを感得し，分数の割合的な見方と関係づけながら，分数の見方を広げていくことができる。その後は，数直線への位置づけや小数との関係づけを丁寧に行うことで，分数を数として捉えられるような展開とする。

・倍（かけ算）と関係づけて分数を捉える。

和田義信（1959, p. 148）は，分数の理解を倍の考え方と結び付けていくことについて，次のように述べている。

「基準の方が大きい場合は，はんぶんとか$\frac{1}{3}$とかという表現になるが，この場合には測った結果が$\frac{1}{3}$であるという考え方はむずかしいので，比べる量の３倍が基準量に等しくなると考えさせるのが適当であろう。

３倍にしても$\frac{1}{3}$（三分の一）にしても，等しい大きさの３つぶんという関係を確実にとらえさせること，必要に応じてそれを確かめるようにすることが大切である。

そこから割合と加法，割合と乗法との関係が生まれてくる。その関係をもとにして計算して３倍を求めたり，その逆の考え方を使って$\frac{1}{3}$を求めたり，あるいは３倍であることや$\frac{1}{3}$にあたることを確かめたりするようにする。

このことが，・・・の２倍，・・・の$\frac{1}{3}$（三分の一）などの意味を知る，ということの内容であると解してよい。…（中略）…。$\frac{1}{3}$などの指導は３倍の考え方と常に密接に関連して指導することが望ましい。

分数を倍の考え方と結び付けて理解していくために，本実践では，かけ算を既習として分数の学習に入ることとする。また，分数の学習前に，『ばいとかけ算』の学習を行い，「同じように３倍（４倍）をしても，もとの長さが異なれば，３倍（４倍）した結果は異なる」ことを学ぶようにする。

・分ける操作だけでなく，集める（もとに戻す）操作も行う。

分数の学習では「分ける」というイメージが強いため，操作として分けることのみに注意が行きがちであるが，分けたものを集めるという操作も大事にしたい[5]。具体的には，分割したらもとに戻す操作（もとの$\frac{1}{2}$を２個集めるともとの大きさになること）や，分割したものからもとの大きさをイメージする活動を取り入れていく。このような集める（もとに戻す）操作は，もとの大きさに対する意識づけにつながるはずであり，この操作や見方の積み重ねが，分数と倍（かけ算）の関係づけをはかることにつながると考えている。

・分数のよさを大切にする。

「分数のよさを大切にしながら分数の学習を考える。」

これは，授業者が常に念頭に置きながら，分数，そして分数学習と向かい合わなければならないことである。分数は，子どもにとって理解しにくいといわれている。その理由として，それが用いられる文脈によって様々な解釈がなされるということがよく言われる。それに対して杉山吉茂（2014, pp. 4-7）は次のように述べている。

「分数について『操作分数』『量分数』『割合分数』『商分数』という言葉が使われているのは，ただ単に，分数がそれらのものを表すことに使われるというだけでなく，分数にそういうよさがあることを示したいために考えられたものと見ることができる。分数を量を表すものとして見せるだけでなく，分数のよさを生かすような数の指導のあり方を探りたいものである。」

分数に対して，どの解釈の仕方がよいではなく，子どもたちが分数に出あった時，その文脈によって分数を適切に解釈できるように，分数に対する豊かな見方を育てていけるような授業を考えていかなければならない。

Ⅲ　実践と考察

1　学習指導計画

(1)　単元目標

分数を用いるものを半分や四半分した大きさを表せることを知り，日常生活の中での分数を用いる能力を身につけられるようにするとともに，分数の素地的な見方を豊かにしていく。

(2)　単元計画

	主な学習活動	主発問	留意点・評価規準
1	正方形の紙や長方形の紙，円形の紙を半分に折って切り，もとの大きさの二分の一($\frac{1}{2}$)をつくる。 →半分にした大きさを二分の一といい，$\frac{1}{2}$と書くことを理解する。	・この紙（正方形）を，２人で分けたいと思います。みんなだったらどうする？ ・正方形の紙を，半分におって切りましょう。 ・どんな形がいくつできたかな。 ・長方形をはんぶんにおって切り，長方形の$\frac{1}{2}$をつくりましょう。	留 ・切った紙を重ねて，“同じ大きさ”であることを確かめさせる。 ・$\frac{1}{2}$とは言えない分けた方も示す。 ・分ける操作だけでなく，分けたものを集める操作(もとに戻す操作)もさせる。 評 ・半分に分けた１つ分を，元の大きさの二分の一といい，$\frac{1}{2}$と書くことを理解する。 ・紙を折って，元の大きさの$\frac{1}{2}$を作ることができる。
2	・長方形や正方形，円形の紙を半分の半分に折って切り，もとの大きさの四分の一($\frac{1}{4}$)をつくる。 →四半分にした大きさを四分の一といい，$\frac{1}{4}$と書くことを理解する。	・長方形の紙をおって切り，もとの大きさの$\frac{1}{4}$をつくりましょう。 ・どんな形がいくつできたかな。	留 ・どの切り方でも“同じ大きさ”のものが４つあることを確かめさせる。 ・分け方が正しいかを確認するために，分けたものを集める操作(もとに戻す操作)をさせる。 ・用語「分数」を知らせる。 評 ・四半分に分けた１つ分を，元の大きさの四分の一といい，$\frac{1}{4}$と書くことを理解する。 ・紙を折って，元の大きさの$\frac{1}{4}$を作ることができる。
3	本時		

2　授業の実際

(1)　授業の概要

①　本時の目標について

分数を割合的な見方で捉えるとともに，同じ分数でも，もとにする量（基準量）が異なれば，分けた結果の量（比較量）が異なることを理解する。

②　本時の課題について

本時の導入課題は右の通りである[6)]。

> はるおくんは，チョコを８こもっています。
> もっているチョコの$\frac{1}{4}$を公園にもっていきました。
> 何こ もっていったでしょうか。

前田隆一（1960）は，２年生における割合概念の素地を養うための分数学習（何分の一の指導）について，２つの段階があると述べている。２つの段階とは，「連続量を扱う第１段階」と「分離量を扱う第２段階」である。本時の内容は，前田隆一のいう第２段階にあたる。これまでの授業では，正方形や長方形の紙を折って切ることを通し，$\frac{1}{2}$や$\frac{1}{4}$といった分数を学んでいる。これに対し，分離量をもとにする量とする「８この$\frac{1}{4}$」という見方に，戸惑いを感じる子もいるかもしれない。そのため，解決方法を確認する際には，丁寧に考えを聴きあいながら，互いの疑問や戸惑いを皆で解消していくようにする。その過程で，分数への理解を深め，豊かな見方を養っていきたい。その際，「８この$\frac{1}{4}$は２こ」といった表現にも触れ，分数の割合的な見方を育てていく。尚，課題の数値については，操作との関連やその後の展開（課題）を考えて８とした。

また，授業後半の課題は右の通りである。これは，「同じ分数でも，もとにする量が異なれば，分けた結果の量が異なることを理解する」ために，もとにする量に着目させることを意図して設定した。

> あきこさんも、もっているチョコの$\frac{1}{4}$をもってきました。
> はるおくんが もってきたチョコと 見くらべてみると…
> はるお「あれっ，同じ$\frac{1}{4}$なのに，ぼくの方が少ない。」
> どうして？

③　授業の実施

授業は，第２学年の子どもを対象に2015年２月に行った。授業の様子はビデオカメラで記録し，授業全体のプロトコルを作成した。以下では，授業の実際の一部を切りとって記述し，分析していくこととする。尚，本稿で登場する子どもの名前は全て仮名である。

(2)　導入の課題に対する子どもの反応

導入課題に対して，実際の授業では次のような考え（解決方法）が子どもから出され，言葉と図を関係づけながら共有していった。

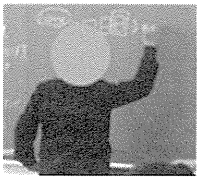
C23(A児)：８を２こに分けると，$\frac{1}{2}$ で４こです。その $\frac{1}{2}$ を２つに分けると２になるので，答えは２こです。

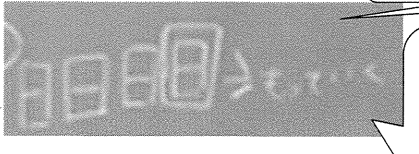
T27：他の言葉の説明？ある？はい，Ｂくん。

C29（B児）：８このチョコを２こ組に分けて，そして２こ組が４つできるから。その中の１つを，あっその１組を・・・。
T28：２こ組が４つできるから。その続きは？
C30（B児）：そのチョコの１つの組をもっていく。

T31：じゃあ，Ｂくんの文章を読んで自分の図を見た時に，Ｂくんの文章と関係があるな，似ているなと思える図かな。そんな図をかける人いる？

C35(C児)：[板書]

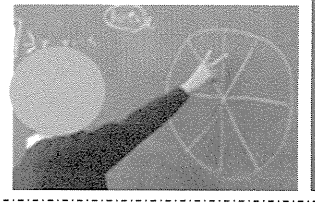


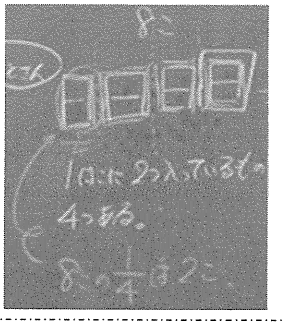


T44：この図で $\frac{1}{4}$ はどの部分？

T51：そうだね。
８この $\frac{1}{4}$ は２こになるんだね。
〔“８この $\frac{1}{4}$ は２こ”と板書〕

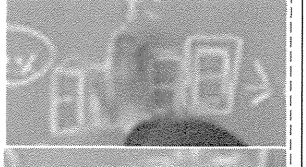
C74（D児）：えっと８こあって。これ(Cくんの図)と同じように，ここに２つ，２つ，２つ，２つで。そのうちの１つを持っていく。

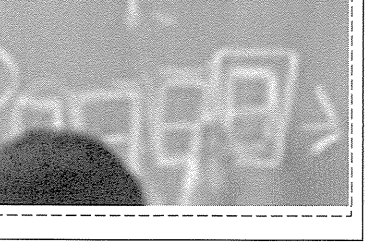




T64：誰か，Ａさんがどういうふうに考えたか分かる人いる？
T66：答えは一緒なんだって。分けていく順番がちょっと違うのかな。どんなふうに考えたかな？

C93（E児）：あっ，えっと４こと４こになって，そこから，１つをもっていく。
T70：まず，８こを２つに分ける。ここでびーっと線を入れる。そうすると，４こと４こ。
C94（E児）：うん。
T71：それで？
C95（E児）：それで，その中の１つ束をもっていく。
T72：そしたら４こじゃないの？
C96（E児）：えっ。
T73：まず，８こを２こに分けるというか，２つ？
C97（E児）：２つのまとまり。
T74：２つのまとまり。
C98（E児）：そのひとつを，またここで２つに分けて，その１つをもっていく。
C99：そうそうそう。





授業で出された考えは，次の２つである。どちらもこれまでの授業で学んだ分数の意味[7]や具体的な操作（半分の半分）にもとづくものである。

・８このチョコを２こ組に分けて，そして２こ組が４つできるから，その中の１つを持っていく。
・８こを２つに分けて４こ。さらにその４こをまた２つに分けて２こ。（半分の半分）

さらに下記の表は，授業後にノートを回収し，子ども全員の記述を分析，分類した結果である。尚，記述ア，イ，エについては，表の下に，実際の記述をいくつか挙げた。

表１　導入の課題に対する子どもの記述

記述の分類			人数
ア	等分除的解決	$\frac{1}{4}$だから，８こを４つに分けると２こずつになる。	19
イ		８こを半分にし，さらに半分にするから，２こ。	3
ウ		図のみの説明で，上記①，②のどちらか判断できないもの。	3
エ	包含除的解釈	８こを ４こずつ ２つに分ける。$\frac{1}{4}$だから，４このうちの１こを持ってきて，それが２つあるから２こ。	3
オ	「２こ」と答えはきちんと出ているが，理由が不明確。		1
カ	８この□などの図が書かれているのみ。		4
キ	記述なし		2

（記述なしの２名を除いて，何かしらの図が必ず書かれていた。）

ア

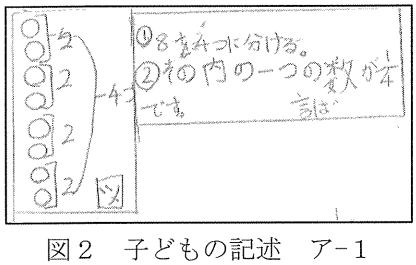


図２　子どもの記述　ア-１

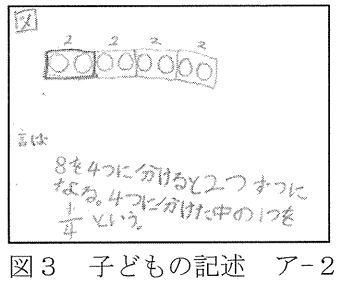


図３　子どもの記述　ア-２

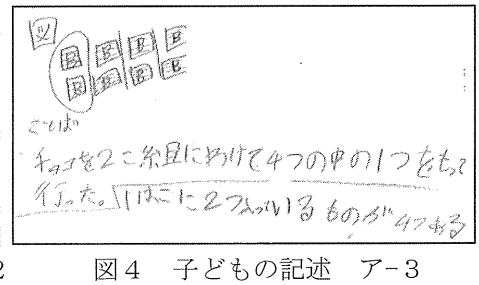


図４　子どもの記述　ア-３

イ

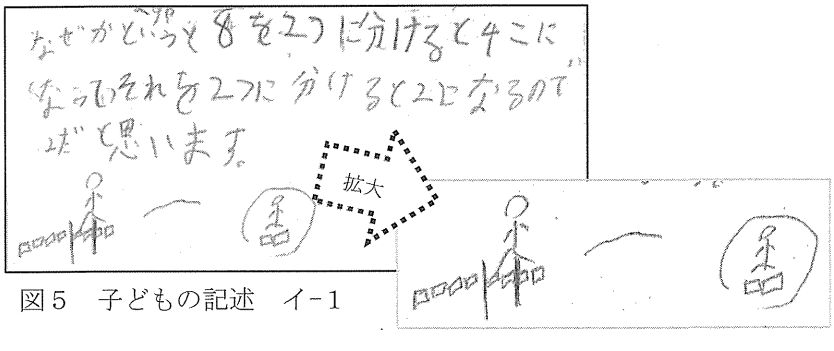


図５　子どもの記述　イ-１

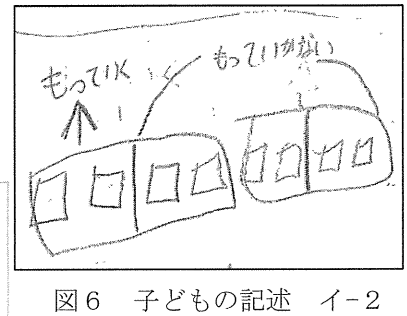


図６　子どもの記述　イ-２

エ

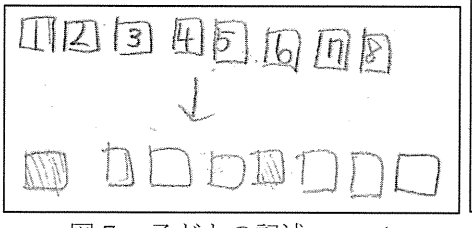


図７　子どもの記述　エ－１

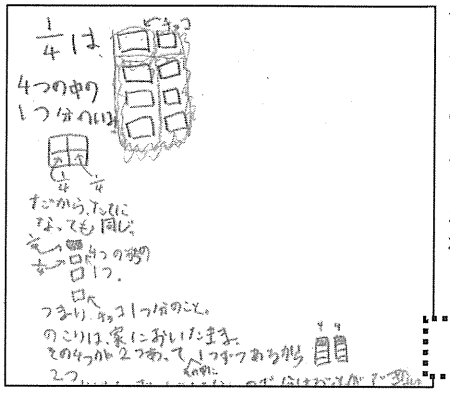
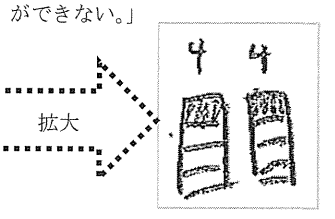


図８　子どもの記述　エ－２

←記述は下記の通り。
「$\frac{1}{4}$は４つの中の１つ分のいみ。だから，たてになっても同じ。つまりチョコ１つ分のこと。のこりは家においたまま。その４つが２つあって，その中に１つずつあるから２つ。のこりは４つずつにならないので，分けることができない。」



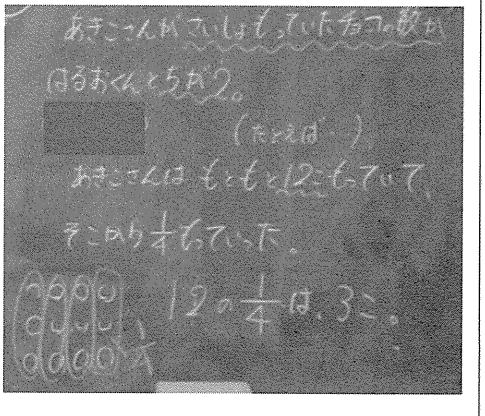
以上から，次のような子どもの姿（実態）を見ることができる。

◆25名の子どもがこれまでの授業で学んだ分数の意味や具体的な操作（半分の半分）にもとづき，解決していくことができた。

◆授業で取り上げることはできなかったが，「８こを　４こずつ　２つに分ける。$\frac{1}{4}$だから，４このうちの１こを持ってきて，それが２つあるから２こ」といった包含除的解決をする子どもも見られた。

(3)　後半の課題に対する子どもの反応

授業後半の課題に対し，実際の授業では次のように考えが出され，言葉や図をもとに共有していった。



C119（F児）：あきこさんが最初持っていたチョコの数がはるおくんと違う。

T94：あきこさんが最初持っていたチョコの数がはるおくんと違うんだ。

C121（H児）：あきこさんは，もともと12個もっていて，そこから$\frac{1}{4}$もっていった。

C122：なんで12こもっているの？

T96：なんで12こなの？って声があがったけど，ちょっと待って。12個もっていて？

C123（H児）：12個もっていて，そこから$\frac{1}{4}$もっていった。

T97：これ，もともと12個もっていて，というのは，どうして12と考えたの？

C124（H児）：たとえば，12こだったら，その$\frac{1}{4}$は３こになるから。

T98：12の$\frac{1}{4}$って，12の$\frac{1}{4}$は何個になる？〔板書：12の$\frac{1}{4}$は，〕

さらに，下の表は，同様に，授業後にノートを回収し，子ども全員の記述を分析，分類した結果である。尚，記述ア，イについて，表の下に，実際の記述をいくつか挙げた。

表２　後半の課題に対する子どもの記述

記述の分類		人数
ア	「もともと（さいしょに）持っているかこ数がちがう」といった記述	15
イ	１つ１つの大きさに言及している記述	3
ウ	何かしらの理由は書かれているがきちんとした説明になっていない記述	5
エ	記述なし	12

ア

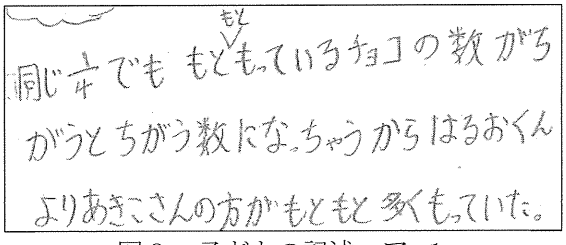


図９　子どもの記述　ア－１

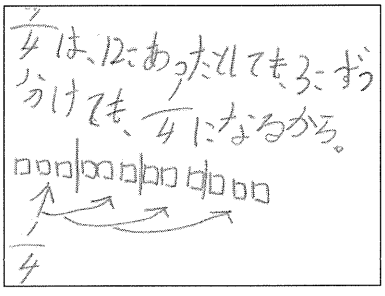


図10　子どもの記述　ア－２

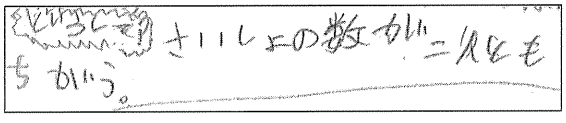


図11　子どもの記述　ア－３

イ

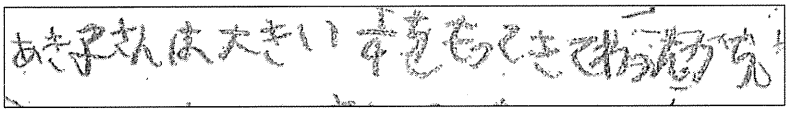


図12　子どもの記述　イ－１

以上から，次のような子どもの姿（実態）を見ることができる。

◆自力解決の段階において，既に15名の子どもが，「もともと」や「さいしょの」などといった言葉を使い，同じ$\frac{1}{4}$なのに分けた結果が異なることを説明することができていた。すなわち，「同じ分数でも，もとにする量（基準量）が異なれば，分けた結果の量（比較量）が異なること」を理解することができていた。

◆一方で，自力解決の段階で「記述なし」の子どもが12名もいた。その理由として，次のことが考えられる。

・もとにする量へ着目することの難しさ。

・提示した課題が十分に理解されなかったことや自力解決の時間を充分とれなかったこと

→授業構成（課題把握の仕方，自力解決の時間など）については再検討する必要がある。

(4)　考察

①　割合的な見方を育てることについて

「分数を割合的な見方で捉えるとともに，同じ分数でも，もとにする量（基準量）が異なれば，分けた結果の量（比較量）が異なることを理解する。」ことを目標に授業を行った。

子どもの記述や授業の様子に加えて，「同じ$\frac{1}{4}$でも，さいしょもっている数がちがうと，少なくなったり，多くなったりするのが学しゅうになりました。」といった学習感想を見ると，この授業が，分数を割合的な見方で捉えることや，さらにはもとにする量への意識化を促すことになったのではないかと感じている。また，授業後半の課題に対して，自力解決時では記述なしであった子どもも，次のような学習感想を書いており，授業でのやりとりが，分数の見方を広げるきっかけになったと言える。

・あきこさんのチョコと，はる夫くんのチョコが$\frac{1}{4}$どうしでおなじだけど，12この内の$\frac{1}{4}$と，８この内の$\frac{1}{4}$とでちがうんだと思いました。

・$\frac{1}{4}$は，４つある時しかつかわないと思っていたけど，今日のこの時間で学びました。

ただし，本時から３週間後に，３学期の学習に関する確認を行い，その中で，割合分数の見方に関係

する問題を２題出題した。その結果を見ると，分数を割合的な見方で捉えていくことができていない子どももいる。この１時間の授業に限らず，様々な学習で繰り返し分数を使っていくことで，分数の見方を豊かにしていくことが必要である。

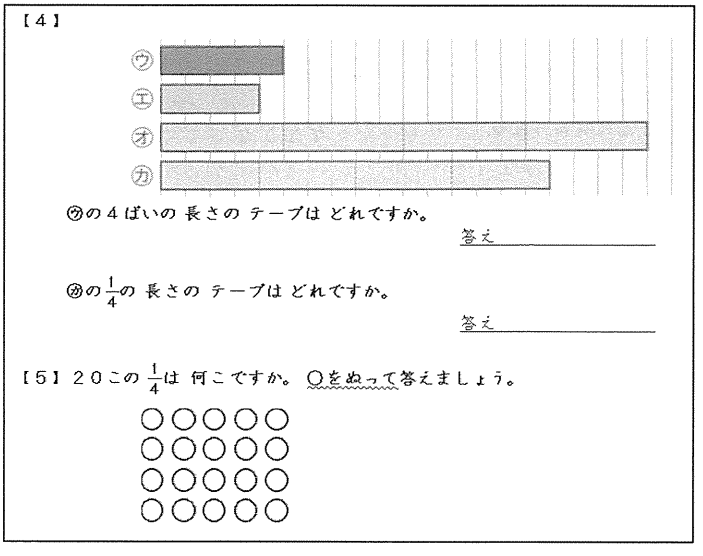


図13　確認の問題

表３　確認の問題に対する結果

	正答		誤答	
【４】①	㋔	32人	オ（２人）	３人
			カ（１人）	
【４】②	㋓	33人	オ（２人）	３人
			カ，オ（１人）	
【５】	５こ	28人	４こ（４人）	７人
			１こ（２人）	
			12こ（１人）	

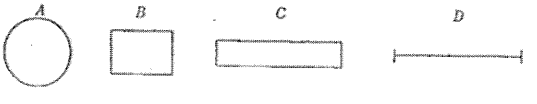
② 扱った導入課題について

既に「本章２(1)①本時の課題について」において述べたが，前田隆一（1960, pp. 278-281）は，２年生における割合概念の素地を養うための分数学習（何分の一の指導）について，２つの段階があると述べている。その２つの段階に関する詳細な説明を以下に引用する。

段階１：連続量による取扱い

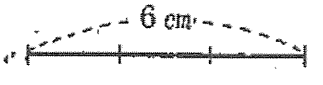
（A）　具体的な量の$\frac{1}{2}$や$\frac{1}{3}$や$\frac{1}{4}$を求める指導

右に示したような量について，その$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$等を求める方法を指導する。（中略）操作は，最初は折りまげたり，重ねたりして行なう方法から，鉛筆で目分量で印を入れて求められるところまで，指導する必要がある。



（B）　線分に数値を与えて，数値から求める指導

上のＤは線分であるが，線分の等分になれると，次は，それに６cmのような数値を与えて，その$\frac{1}{3}$はいくらかを求めさせる。こうした練習を繰返していって，ついには，線分図をはなれて，「８cmの$\frac{1}{2}$はいくらか。」「９cmの$\frac{1}{3}$は　いくらか。」のように数値だけを示しても，数の操作によって，答が求められるようにする。



こうして，数値の何分の一を求めることに十分なれさせておくことが，第一の段階である。

段階２：分離量による取扱い

連続量である長さの取扱いに十分なれさせる一方で，分離量についての取扱い方にも十分なれさせるようにする。これまでの指導では，「キャラメル８こを２人で分けると，１人分はいくつずつになるか。」というように，分けるかたちで指導された。これが連続量における何分の一の求め方の指導を経ることによって，「８このキャラメルの$\frac{1}{2}$は何こか。」という分離量の問題の意味の理解や求め方を可能にすることができる。

これを見ると，連続量を扱う段階は２つに分かれており，細かく見れば３つの段階があると言える。

段階１（A）連続量による取扱い（具体的な量の１／２や１／３や１／４を求める指導）
段階１（B）連続量による取扱い（線分に数値を与えて，数値から求める指導）
段階２　　分離量による取扱い

本実践では，『段階１（A）』から『段階２』へと学習活動を展開し，『段階１（B）』の学習活動は行わなかった。しかし，実践を振り返ってみると，割合的な見方を丁寧に養うという点から，前田隆一(1960)の述べる３つの段階を，きちんと通るべきであったと感じている。それは以下３つの理由による。

ア　子どもの実態から

前頁表３のように，授業後３週間経ってから行った確認の問題に対する結果を見ると，誤答の人数が，【４】の各問に対して３人であったのに対し，【５】では７人に増えている。子どもの実態から，連続量による取扱いと分離量による取扱いの間には困難性があることがわかる[8]。このことから，３つの段階を経ながら丁寧に割合的な見方を養っていくことが必要と言える。

イ　教材（倍の学習との関係）から

右のような２年生の『ばいとかけ算』の学習と関連づけながら，倍（かけ算）と分数を関係づけていく。このようにして分数の割合的な見方を養っていくために，『段階１（B）』の学習活動は必要と言える。

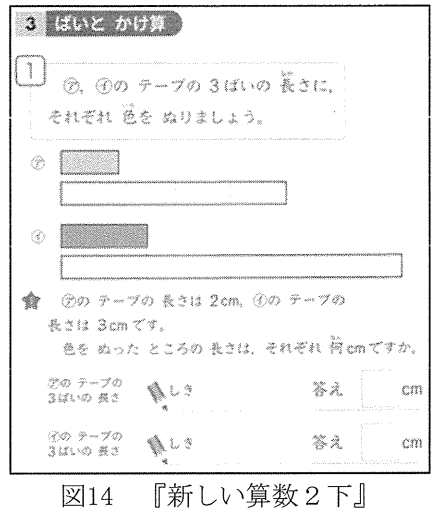


図14　『新しい算数２下』
東京書籍, p. 37（2011）

ウ　授業展開（単位の混同から生じる混乱を防ぐ）から

『８この$\frac{1}{4}$は何こか』という問いに対して，「８を２こに分けると，$\frac{1}{2}$で４こです。その$\frac{1}{2}$を２つに分けると２になるので，答えは２こです。」といった説明があった。その際，子どもの様子を見ると，「２こに分ける」ことが，「２こずつのまとまりにする」とも「２こ($\frac{1}{2}$)に分ける」とも取れ，聞いていた側には混乱があったようである。扱う対象を長さ（テープ）とすることで，「２cmずつ分ける」ことと「２こに分ける」ことを混同せずに伝え合うことができる。分数を割合的な見方で捉えていく最初の段階では，そのねらいに迫るため，余計な混乱を引き起こさないような配慮も必要である。

③　２種類の解決方法について

「８この$\frac{1}{4}$は何こか？」(『段階２』分離量による取扱い）と問うと，全体を１とみて四等分する方法（図15）によって答えを求める子どもがほとんどであった。しかし，４個ずつのまとまりをつくり，それぞれを四等分していく方法（図16）で考える子もいた。

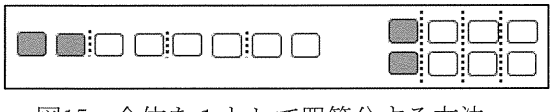


図15　全体を１として四等分する方法

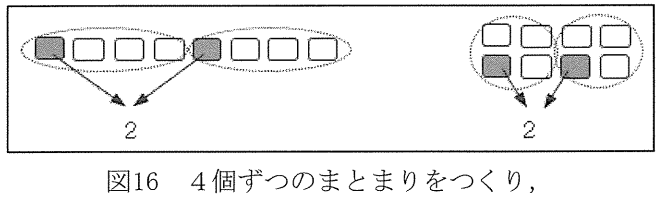


図16　４個ずつのまとまりをつくり，
それぞれを四等分していく方法

授業の中では取り上げることができなかったが，３名の子どもが図16の方法によって答えを求めていた。分離量を扱う際には，図16の方法による解決が出されることを想定しておく必要がある。割合的な見方を育て，分数の見方を豊かにしていくという点から，図16の方法を授業の中でどのように扱い，ど

のように図15の方法と関係づけていくのかについては検討していかなければならない[9)]。

尚，今回の実践では，40分間の授業の中で２つの課題を扱っているが，図16の方法を取り上げて理解していくためには，導入課題の解決方法について共有する時間を充分にとる必要がある。

Ⅳ　まとめと今後の課題

子どもたちが分数に出あった時，その文脈によって分数を適切に解釈できるように，分数に対する豊かな見方を育てていきたいという思いのもと，研究を進めた。具体的には，子どもが，「分数を割合的な見方で捉えるとともに，同じ分数でも，もとにする量（基準量）が異なれば，分けた結果の量（比較量）が異なることを理解する」ことを目的とした授業を行い，その分析を行った。分数を割合的な見方で捉えることは，子どもにとって困難なことではなく，むしろ自然な見方であると考えている。割合的な見方を「育てる」というよりも，子どもがもともともっている割合的な見方を「引き出す（顕在化させる）」ことが大切であると，実践を通して感じた。

また，今回の学習のみを通して，分数に対する豊かな見方を育てるのではなく，その後のさまざまな学習においても，繰り返し分数を使っていくことが大切である。（例えば，３年生の棒グラフの学習において，ＡがＢの３倍になっていると読み取ったならば，逆にＢはＡの$\frac{1}{3}$になっているという見方をさせることなどが考えられる。）

今後は，考察を通して明らかになった本研究の課題に対して検討していくとともに，２年生での分数学習を受け，３年生でのわり算の学習や分数の学習をどのようにしていくべきかについて考えていきたい。

【註】

1) 昭和33年の学習指導要領には，「割合」という項目があり，第４学年から割合の学習が行われていた。また，低学年においても，割合の考えの素地を養うことを目的とした学習が行われていた。このように，割合の考えが重視された背景には，割合の理解が難しいため，早い段階から丁寧に指導していこうとする考えの他に，分数の乗除を小学校に戻すにあたり，割合の考えをもとにして，乗除の意味づけを積極的に行っていこうとする意図があった。
尚，割合の考えをもとにした乗除の意味づけについては，当時，その是非を巡って「割合論争」と呼ばれるものが起こった。例えば，以下のような雑誌において，割合の指導や分数の指導について，様々な主張がなされた。
・教育科学　算数教育(1959)『割合をどう指導するか』明治図書
・教育科学　算数教育(1960)『分数の指導』明治図書

2) $\frac{2}{3}$を例として，分数の意味について次のように述べている。
① ３等分したものの二つ分の大きさを表す。
② $\frac{2}{3}$L，$\frac{2}{3}$mのように，測定したときの量の大きさを表す。
③ １を３等分したもの（$\frac{1}{3}$）を単位とした２倍の大きさを表す。
④ ＡはＢの$\frac{2}{3}$というように，Ｂを１としたときのＡの大きさの割合を表す。
⑤ 整数の除法「２÷３」の結果（商）を表す。

3) 分数の意味について次のように述べている。
① 分割分数：「折り紙を同じ大きさに３つに分けた１つ分を，折り紙の$\frac{1}{3}$という」のように，ある対象を３等分割したうちの１つ分を表す。
② 操作分数：$\frac{1}{3}$をとる操作を表す。「折り紙の$\frac{1}{3}$」のような分割分数から，「～の$\frac{1}{3}$」の部分が自立したものとみることができる。
③ 割合分数：割合の分数による表現をいう。
④ 量 分 数：$\frac{1}{3}$L，$\frac{1}{3}$mなど，量の分数表現をいう。
⑤ 商 分 数：（整数）÷（整数）の商を表す。
⑥ 有理数としての分数

4) 端数部分の大きさを表すことによって分数を学習することについて，その当時から問題点が指摘されていた。例えば，正木孝昌(1988, pp. 16-17)は，学習者である子どもたちの立場から，以下のような問題点を挙げている。
・分数が登場するときの不自然さ
「余った部分で１m測ったら，ちょうど３つ分になったからよかった。でもいつでも，そんなにうまくいくのかなあ。」という疑問。
・生活の中で使えない，あるいは使っていない

単位をつけて$\frac{1}{3}$mとか$\frac{3}{4}$Lとかの表現が実生活の中で使われることはまずないと言っていい。それは，子どもたちにとって，教室の中だけで，算数の時間の中だけで，出会い，使っている表現であり，数である。

・「２mのテープを３つに等分しました。１つ分の長さは何mですか」と聞くと，子どもたちの多くが$\frac{1}{3}$mと答える現実。

このような指摘は，「分数の学習において量分数を重視しすぎではないか，分割分数や割合分数をもっと扱うべきではないか」と主張する先行研究においても，度々言われている（新算数教育研究会, 1986，新算数教育研究会, 1998）。

5）現行の指導要領にもとづく平成26年文部科学省検定済教科書（６社）を見ると，分けたものを戻すという課題や問いかけが明示されているのは２社のみである。尚，平成22年文部科学省検定済教科書（６社）も同様である。

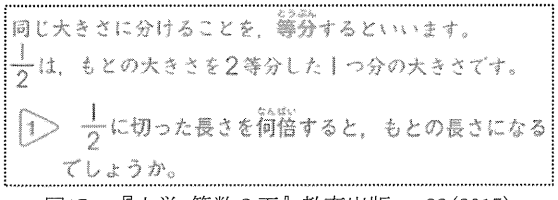


図17　『小学 算数２下』教育出版, p. 82(2015)

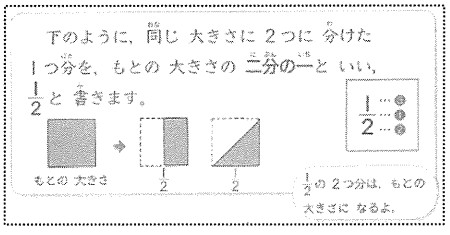


図18　『あたらしい算数２下』東京書籍, p. 84(2015)

6）昭和33年の指導要領にもとづく教科書（６社）を見ると，２社において，次のような分離量を扱った課題が２年生で設定されている。

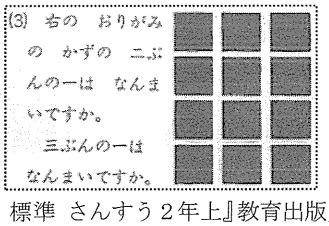


図19　『新版 標準 さんすう２年上』教育出版, p. 61(1964)

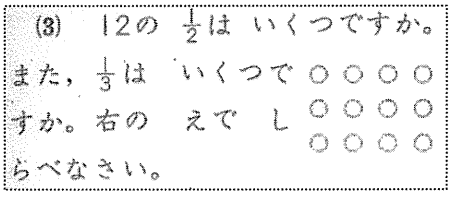


図20　『さんすう２上』中教出版, p. 25(1965)

7）現行の学習指導要領（平成20年告示）にもとづく平成22年文部科学省検定済教科書では，第２学年において，「(図21にように，紙を半分におる操作から）同じ大きさに２つに分けた１つ分を，もとの大きさの二分の一といい，$\frac{1}{2}$と書きます。」と分数を定義している。本実践においても同様に分数を定義した。

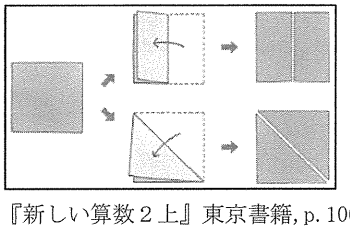


図21　『新しい算数２上』東京書籍, p. 106(2011)

8）下記の表は，他のクラスで実施した際の結果である。結果に同様の傾向が見られる。

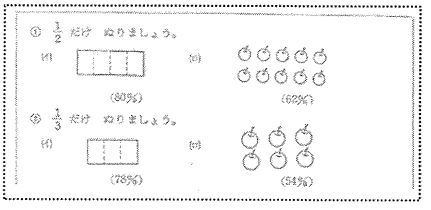
表３　確認の問題に対する結果

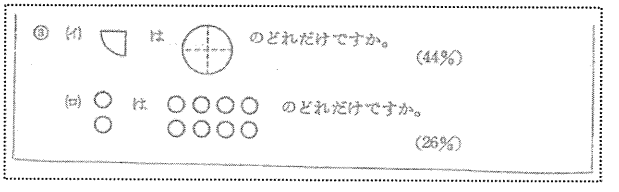
	正答		誤答	
【４】①	㋔	32人	エ（１人） 無答（１人）	２人
【４】②	㋓	33人	無答（１人）	１人
【５】	５こ	28人	４こ（４人） 無答（１人）	６人

また，中島健三（1960, pp. 136-138）は，下記のように，連続量だけでなく分離量も扱うことのよさを述べつつも，連続量の場合から分離量の場合へは，一つの「飛躍」があると指摘している。

(1)　この指導に関して，低学年では，一つのものの長さや広さなどで表された，いわゆる連続量についてはわかりやすいが，個数の集合とみられるもの，いわゆる分離量については困難であること。また，個の指導を並行して行なうか，あるいは，前者の指導を終えてから，後者についての指導をそれをもとにして行なうべきかなどが，一つの問題点としてよくあげられている。

このような事実は，かつて文部省の初等教育実験学校であった調布第二小学校での調査でも指摘されている。





・・・(中略)・・・この二つの場合を比べると，心理的な抵抗の差も，確かに考えられるが，それは，基準量や比較量が，それぞれの場合に，はっきりとらえられているかどうかによると考えられる。すなわち，個数の集りの場合に，割合の考えを用いにくいのは，比較量や基準量をひとまとまりのものとして，いわば，個々のものから離れて，新しくそれを一つの全体としてとらえるのに，困難があるためと考えられる。この意味では，連続量だけを取り扱うよりも（その場合には，あまり意識しなくても済むので），分離量の場合をもとりあげることが，かえって，比較量や基準量を理解させるのに，よい機会であるともいえるわけである。

(2)　割合を用いる場合には，二つの数量をとらえなければならないわけであるが，その基礎として，まず，考察の対象としているものを，はっきりひとまとまりとしてとらえられるようにすることが重要である。連続量の場合にこのことができれば，個数の集合の場合にも，その考えをあてはめるだけで，できるようになると考えられがちであるが，実際には，この間には，上に述べたように，考え方の上で，一つの飛躍があるわけである。

これについては，調布第二小学校の実験でも，その事実が確かめられている。すなわち，単に，連続量の場合の考えを当てはめればよいということだけでは，十分でないことが指摘された。それで，個数の集りの場合については，それを適当な大きさにグルーピングしてみるような，具体的な操作を取り入れて理解させることの必要が指摘されている。これは，一つのまとまりを新しい全体としてとらえることや，基準にとる量などの大きさの理解を確かにする上に，重要なことと考えられる。

9)『４個ずつのまとまりをつくり，それぞれを四等分していく方法』では，「４の$\frac{1}{4}$は１」という見方がなされる。そして，結果として「８の$\frac{1}{4}$は２」という見方と比べることで，「同じ$\frac{1}{4}$でももとにする量が異なれば，分けた結果の量も異なる」ことの理解へとつなげることもできる。

また，『全体を１とみて四等分する方法』と『４個ずつのまとまりをつくり，それぞれを四等分していく方法』とをどのように関係づけていくか。これについて，わり算の等分除と包含除を統合する活動を参考に考えると，右のような図を媒介に，「結果的には同じこと」と見ていく方法が考えられる。

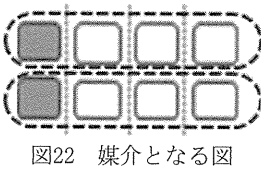


図22　媒介となる図

【引用参考文献】

教育科学　算数教育（1959）『割合をどう指導するか』明治図書
教育科学　算数教育（1960）『分数の指導』明治図書
算数教育学研究会編（1993）『算数科教育研究』学芸図書
島田茂・中島健三編（1960）『算数指導実例講座 第４巻 数量関係の指導』金子書房
清水美憲（2014）「分数の指導内容とその配列の検討－カリキュラム上の重点を何におくか－」pp. 22-25『算数授業研究 vo. 92』東洋館出版社
新算数教育研究会（1986）「座談会：分数教材の指導はどのように変わってきたか」新しい算数研究 No. 186, pp. 12-28
新算数教育研究会（1998）「提案と討議：割合を表す分数に力点を置くべきでは？」新しい算数研究 No. 331, pp. 18-33
杉山吉茂（1986）『公理的方法に基づく算数・数学の学習指導』東洋館出版社
杉山吉茂（2014）「分数のよさを生かそう」pp. 4-7『算数授業研究 vo. 92』東洋館出版社
清野辰彦（2014）「分数のもつ多面性について」pp. 12-13『算数授業研究 vo. 92』東洋館出版社
田端輝彦（2014）「割合（倍）の見方で数量関係を把握した結果を分数で表現する」pp. 48-51『算数授業研究 vo. 92』東洋館出版社
東京学芸大学附属世田谷小学校（2005）『平成16年度　研究発表会』配布資料
東京学芸大学附属世田谷小学校（2007）『平成18年度　研究発表会』配布資料

仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫（1983）『近代日本教科書教授法資料集成　第12巻編纂趣意書２』東京書籍
中野博之（2008）「算数科授業における活用の様相についての一考察～分数の授業での子どもの発言の考察を通して～」第41回数学教育論文発表会論文集, pp. 333-338
中村享史（1998）「分数と小数を積極的に関連づける」新しい算数研究No. 333, pp. 7-9
中原忠男編（2000）『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』明治図書
能田伸彦（1987）「小数・分数の概念形成」新しい算数研究No. 194, pp. 2-5
前田隆一著（1960）『新算数教育講座　第三巻　数量関係』吉野書房
正木孝昌（1988）「割合を表す分数を強調してはどうか」新しい算数研究No. 331, pp. 16-17
文部省『小学校　学習指導要領』（昭和33年改訂）
文部省（1960）『小学校　算数指導書』大日本図書
和田義信著（1959）『実践研究講座　算数科指導の科学』東洋館出版社
和田義信編（1959）『小学校　学習指導要領の展開　算数科編』明治図書
昭和33年（1958年）に公示され，昭和36年度（1961年度）から実施される学習指導要領をもとに作成された教科書（２年上・下）中教出版，東京書籍，教育出版，学校図書，大阪書籍，日本文教出版
平成22年文部科学省検定済教科書
『新しい算数』東京書籍　『みんなと学ぶ 小学校 算数』学校図書　『小学算数』教育出版
『わくわく 算数』啓林舘　『楽しい算数』大日本図書　『小学算数』日本文教出版
平成26年文部科学省検定済教科書
『新しい算数』東京書籍　『みんなと学ぶ 小学校 算数』学校図書　『小学算数』教育出版
『わくわく 算数』啓林舘　『楽しい算数』大日本図書　『小学算数』日本文教出版
文部科学省（2008）『小学校 学習指導要領』平成20年３月告示
文部科学省（2008）『小学校 学習指導要領 算数編』東洋館出版社

【付記】
本稿は，日本数学教育学会主催の第97回全国算数・数学教育研究（北海道）大会において研究発表した内容がもととなっている。その際の当日配布資料に，さらに進めた先行研究の検討，実践の分析等を加え，加筆・修正したものである。