

子どもがもつ観点の変化に着目した「三角形」の授業実践とその考察

落 合 菜々子

- I 研究の目的
- II 三角形の概念形成過程
 - 1 図形の概念形成過程
 - 2 三角形の導入の現状
- III 授業実践の概要
 - 1 授業の構想
 - (1) 単元指導計画
 - (2) 導入の活動
 - (3) 三角形の成立条件
 - 2 授業の実際
 - (1) 第1時 1本のストローから、三角形を作る(2018年10月9日)
 - (2) 第2時 三角形の成立条件を考える(2018年10月10日)
 - (3) 第4時 作った三角形を分類する(2018年10月16日)
- IV 実践の考察
 - 1 考察する観点の変化
 - (1) 形に着目した考察
 - (2) 辺の長さに着目した考察
 - (3) 形から辺の長さへの観点の移行
 - 2 思考を共有するための工夫
- V まとめと今後の課題
 - 1 三角形の導入の活動における難しさ
 - 2 子どもの気づきを共有する方法

I 研究の目的

子どもの素朴な気づきや感覚からなされる表現を大切に、算数の学びにつなげていくことは、筆者が授業をおこなう際に、常に心がけていることである。日常生活の中で、大人が通り過ぎてしまうような事象に子どもは敏感に反応し、実に豊かな気づきをする。子どもならではの豊かな気づきを学級で共有し、そこから算数の学びをつくっていきたいと考えている。特に図形の学習においては、観察や操作をじっくりおこない、そこでの素朴な気づきを共有し考えていくことが、定理や性質の発見につながっていくと考える。

小学校における図形の学習を概観すると、第1学年では、立体図形や平面図形についての基礎となる経験を豊かにすることをねらいとし、身の回りにある具体物の中から、形のみに着目して、「さんかく」などの形を認めたり、かどの個数、立体の形状、置き方、積み方などを理解し、形の形状をとらえたりする。第2学年では、図形を構成する要素に着目して、三角形、四角形などの図形について学習する。第3学年では、辺の長さに着目し、それを観点として二等辺三角形、正三角形などを学習し、関連して角についても学習する。第4学年では、図形の構成要素である直線の平行や垂直などの関係に着目し、それらを観点として平行四辺形、ひし形、台形について学習する。第5学年では、多角形や正多角形などを学習し、平面図形についての理解を深めていく。第6学年では、拡大や縮小、対称などに着目して、それらを観点とし、これまで学習してきた平面図形についてまとめていく。

このように、小学校段階では、低学年でものの形について感じたり、考えたりする経験を豊かにし、高学年になるにつれて、定めた観点から図形を考察することができるようにしていく。このことから、間に位置する中学年では、子どもたちが図形の形に着目した考察から、構成要素の関係に着目した考察ができるようにすることが重要であると考えられる。

そこで、本研究では、子どもたちが図形の構成要素の関係に着目して考察できるようにするための授業実践をおこない、子どもたちの図形の概念形成の過程を捉えていく。なお、中学年では様々な図形を扱うが、本研究では第3学年における「三角形」の学習に焦点をあて、研究をおこなう。

II 三角形の概念形成過程

1 図形の概念形成過程

図形の概念形成過程に関する研究の基礎となっている、van Hiele, P. M. による研究がある。van Hiele, P. M. (1984) は、幾何学的思考の5つの水準 (five levels of thought in geometry) を明らかにした。原文 (pp. 245-246) を筆者が和訳したものを以下に示す¹⁾。

基礎水準 (第0水準) では、図形はそれらの見かけによって判断される。子どもはその形によって長方形を認識し、子どもにとっては長方形は正方形とは異なるように見える。6歳の子どものひし形、長方形、正方形、平行四辺形を示すとき、異なる配置であっても、間違えることなくジオボードに再現することができる。我々は、子どもが図を描くことから生じる難しさによって悩むことがないように、本研究でジオボードを利用する。基礎水準において、子どもはひし形の形を平行四辺形と認めない。この水準では、子どもにとってひし形は平行四辺形ではなく、完全に異なったものに見える。

第1水準では、図形は性質の運搬者である。図形が長方形であることは、それが4つの直角を持ち、対角線が等しく、対辺が等しいことを意味する。図形は性質によって認識される。黒板に描かれた図形が4つの直角を持つならば、下手に描かれていたとしても、長方形である。しかし、この水準では性質はまだ順序づけられておらず、正方形は必ずしも長方形であると捉えられない。

第2水準では、性質は順序づけられる。それらは他のものから演繹され、1つの性質は先に出るか、

他の性質に続くかである。この水準では、演繹の本質的な意味は、生徒によって理解されない。この水準において図形の定義が働き始めるため、正方形は長方形であると認識される。

第3水準では、思考は演繹の意味、定理の逆、公理や必要十分条件に関心をもつ。

これらの水準を手がかりに、小学校における三角形の扱いについて考察する。

第1学年では、身の回りにある具体物の中から、形に着目して、直観的に「さんかく」の形を認められるようにする。これは「図形は見かけによって判断される」にあたり、第0水準であると考えられる。

第2学年では、見た目による直観的な考察から、辺、頂点など構成する要素に着目して、三角形を捉えられるようにする。構成する要素に着目して考察することから、第1水準への移行段階にあたりと考えられる。

第3学年では、辺の長さの相等に着目し、それを観点として二等辺三角形や正三角形を定義づける。これは「図形は性質によって認識される」にあたり、第1水準であると考えられる。さらに、二等辺三角形は三角形の集合に含まれ、正三角形は二等辺三角形の集合に含まれることが理解されるならば、「性質は順序づけられる」第2水準にあたりと考えられる。

以上のように、van Hiele, P.M. (1984) の示した思考の水準に基づいて三角形の学習内容を考察した。授業の中で、子どもたちの概念形成過程を分析する際に、この水準を手がかりとして分析していく。

2 三角形の導入の現状

現行の教科書（6社）では、三角形はどのように導入されているのだろうか。6社のうち5社では、長さごとに色分けされた多数のストローから3本を組み合わせて三角形を作り、作った三角形を分類する活動が位置付けられている（図1）。これらの教科書では、三角形を作ったあと「辺の長さを目をつけて分けましょう」（わくわく算数3下、啓林館）のように、分類の観点を定めたり、辺の長さに着目して分けた方法を紹介し、どのように分けたかを考えさせたりしている。ちなみに、『新しい算数』（東京書籍）では、円周上の点と中心を直線で結んで、いろいろな三角形を作り、作った三角形を分類する活動を導入に位置付けている。この活動を位置付けた意図については、教師用指導書に「準備のしやすさに加えて、既習の円の学習を活用して三角形の学習を進めるといふねらいによる」と述べられている。

教科書における三角形の導入を概観すると、3年生では、辺の長さを新しい観点として、三角形の考察をしていくねらいが活動に強く反映されている。3年生で三角形を考察する新たな観点は辺の長さであり、この観点で三角形を捉えることが、二等辺三角形や正三角形の定義、そして性質の理解へとつながっていく。辺の長さに着目することによって、三角形の新たな特徴が見えてくるのである。すなわち、本単元では辺の長さを観点として図形を考察することが重要となり、各社の教科書では、そのことを意識した導入活動が組み込まれているといえる。

筆者は、辺の長さを観点として三角形を考察することが重要であるからこそ、子どもたち自らがその観点をもてるようにしたいと考える。長さごとに色分けされたストローを組み合わせて三角形をつくる導入では、辺の長さの相等に着目するというより、ストローの色に依存した分類となり、子ども自ら辺の長さを観点にもつことは難しく感じる。さらに、この活動では二等辺三角形や正三角形が容易に作れ

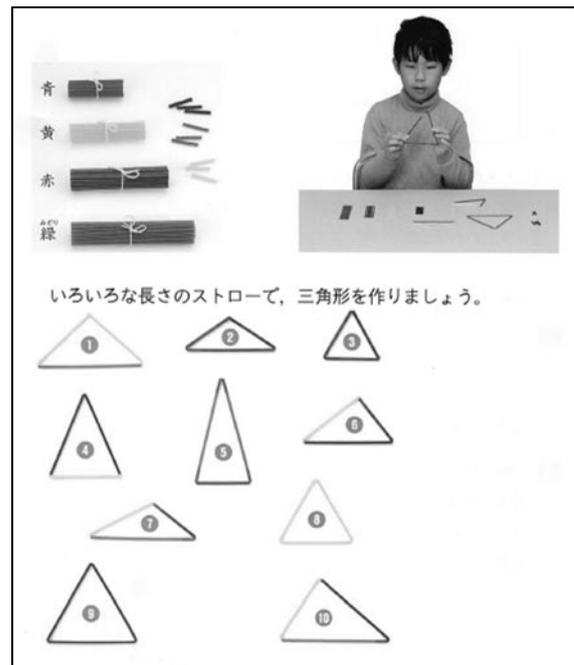


図1 「みんなと学ぶ 小学校 算数 3年下」
学校図書, p. 48 (2015)

ることにより、これらが一般的な三角形のように認識されてしまい、特殊な三角形であるという包摂関係とは逆の捉え方をされてしまう可能性も考えられる。

以上の問題意識から、筆者は辺の長さという観点を、子ども自らが持てるようにしたいと考える。そのためには、子ども自らが辺の長さに着目できるような導入の工夫をおこない、辺の長さを観点として三角形について考察できるような授業の構想をおこなう。

Ⅲ 授業実践の概要

1 授業の構想

(1) 単元指導計画

①目標

- 辺の長さに着目して三角形の特徴をとらえ、二等辺三角形や正三角形について理解することができる。
- 定規やコンパスを用いて、二等辺三角形や正三角形を作図することができる。
- 三角形と関連して角についても知り、二等辺三角形と正三角形の性質について理解することができる。

②学習指導計画（全8時間）

第1次 辺の長さに着目した三角形の特徴の考察、三角形の書き方（7時間）

- ・1本のストローから、三角形を作る。（1時間）
- ・三角形の成立条件を考える。（2時間）
- ・三角形になったものをファミリーで持ち寄り、自由に観点を決めて分類する。（1時間）
- ・分類の結果をクラスで共有し、二等辺三角形、正三角形の定義をおこなう。（1時間）
二等辺三角形、正三角形の性質を考察する。
- ・三角形の書き方や作り方を考える。（2時間）

第2次 角（1時間）

- ・形としての角を理解し、角の大小比較をおこなう。

(2) 導入の活動

子どもたちは、1年生で身の回りにある具体物の中から、「さんかく」などの形を認めたり、2年生で辺や頂点の数に着目して、三角形と四角形について考察したりしてきた。3年生では、これらの経験をもとに、辺の長さに着目して三角形の特徴を考察することで、二等辺三角形や正三角形について理解できるようにする。そのためには、辺の長さに着目できるような導入の工夫をおこなうことが必要となる。

本実践では、導入活動として、1本のストローを切って針金を通し、三角形を作る活動をおこなうこととした。この活動では、子どもたちは様々な三角形を作ることができる。二等辺三角形や正三角形を既に知っている子どもは、ものさしで長さをはかり、二等辺三角形や正三角形を作ろうとするであろう。

一方で、ストローを自由に切ると、三角形ができない場合もある。3本の辺で囲まれた図形を三角形と認識している子どもにとって、3本の辺があっても三角形ができない場合があるということ、すなわちいつでも三角形が作れるわけではないということは、大きな発見になるのではないかと考える。そして、それがなぜなのか、三角形が作れるのはどのようなときなのかを考えることが、辺の長さの関係に着目することにつながる。よって、本単元の導入で三角形の成立条件を深く考えていくことは、子どもが自ら辺の長さを観点とし、三角形について考察することにつながるかと考える。

また、子どもの素朴な感覚からなされる表現を算数の学びにつなげていくことは、授業をする際に大切にしていることであるが、本単元においては特に、子どもの素朴な感覚や表現が重要な役割を果たすと考える。前述したように、本単元では、辺の長さに着目することが重要となる。三角形と三角形でないものを比較すると、「ストローの長さが足りない」「足りないから上がくっつかない」「ぺちゃんこになってしまう」など、子どもたちの素朴な気づきが出るであろう。

図形の学習では様々な定義や用語が登場するが、それらの意味を理解することを急ぐのではなく、操

作や観察に基づく子どもの素朴な感覚や表現を、徐々に数学的な表現にしていく過程を大切にしたいと考える。

(3) 三角形の成立条件

(2)に述べたように、本単元では1本のストローを切って三角形をつくり、三角形ができない場合を考えることから、三角形の成立条件にせまっていく。

三角形が成立する必要十分条件は、三角不等式が成立することであり、以下のように証明される。

三角形が成立する \Leftrightarrow 辺の長さがそれぞれ $a, b, c (a, b, c > 0)$ の三角形において

$a + b > c$ かつ $b + c > a$ かつ $c + a > b$ が成り立つ

<証明>

①「三角形が成立する→三角不等式が成立する」ことの証明

$\triangle ABC$ において、 $BC = a, CA = b, AB = c$ とする。

Aから辺BCに垂線を下ろし、辺BCとの交点をHとすると、

$$c^2 = AH^2 + BH^2 > BH^2 \quad (\text{三平方の定理より})$$

$$b^2 = AH^2 + CH^2 > CH^2 \quad (\text{三平方の定理より})$$

よって、 $c > BH, b > CH$

i) Hが辺BC上にあるとき

$$a = BH + CH \quad \text{より、} \quad a < b + c$$

ii) Hが辺BCの外側にあるとき

$$a < BH + CH \quad \text{より、} \quad a < b + c$$

b, cについても、同様に証明することができる。

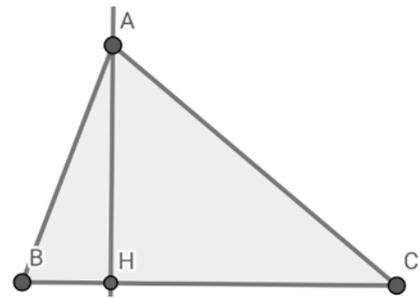


図2 証明①の図

②「三角不等式が成立する→三角形が成立する」ことの証明

長さaの線分BCを書く。

点B, Cを中心とし、 $a < b + c$ を満たすc, bを半径する円B, 円Cを描く。

$a < b + c$ であるから、円Bと円Cは2点で交わる。

その交点の1つをAとすると、Aは線分BC上にないため、 $\triangle ABC$ が作られる。

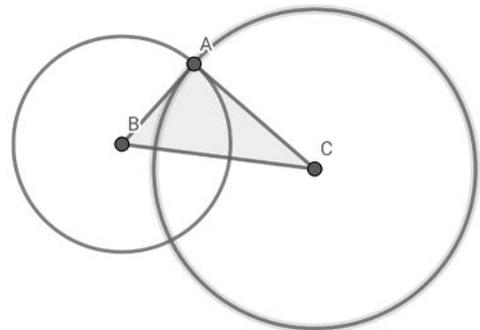


図3 証明②の図

①②より、三角形が成立する必要十分条件は、三角不等式が成立することであることが証明された。

三角形の成立条件については、高等学校数学Aの教科書で紹介されている。小学校3年生の子どもたちにとって、いきなり辺の長さの関係に着目することは難しい。本実践においては、「失敗作」に着目させ、「失敗作」を作って、実際に三角形になったものと比較しながら、「くっつかない」「長さが足りない」など、子どもならではの素朴な表現を引き出したい。そして、これらの発言を切り口に、子ども自らが三角形の辺の長さの関係に着目し、三角形が成立する条件にせまっていけるようにしたい。

2 授業の実際

(1) 第1時 1本のストローから、三角形を作る (2018年10月9日)

まず、子どもたちにストロー5本、針金5本を配布し、「1本のストローを切って三角形を作ってみよう」と投げかけた。すぐさまものさしを取り出し、正三角形を作ろうとする子どももいたが、適当に切って三角形を作ろうとする子どもが多かった。子どもの様子を見て、授業者は「できるだけいろいろな見た目の三角形を作ってみよう」と発言した。すると、子どもは高さが大きい三角形を作ったり、高さが小さい三角形を作ったりし始めた。一方で、「三角形にならない」「ミスった」とつぶやき、困っている子どももいた。三角形にならないものができてしまった子どもには新しい材料を渡し、三角形にならないものは、名前を書かせて授業者が回収した。



図4 第1時の活動の様子

(2) 第2時 三角形の成立条件を考える (2018年10月10日)

①失敗作とは何かを話している場面

本時のはじめに、前時で三角形をつくったことを話題にした際、「1個失敗した」(C2)という発言があったため、前時に回収した三角形(他クラス分も含む)が入った袋を見せた。すると、「めちゃめちゃある」(C9)、「ストローが無駄」(C11)という発言があった。なぜ失敗したのかを説明するつぶやきがあったため、まず三角形にならなかったものに名前をつけることにした。子どもたちからは【失敗作、なんか足りない四角形、U字型の変なの、くっついてない三角形、やばいやつ】等の意見が出されたが、その時点で多数派であった「失敗作」と名付けることにした。

以下は、この後の場面の対話記録である。(カッコ内は筆者加筆)

<p>オ児24：ウ児さんが言ってたんだけど。三角形が三つの辺が、まあ繋がってるけど失敗作だから。三つの辺が繋がってない。</p> <p>カ児25：1本1本1本になるから。</p> <p>T17：みんなオ児くんが言ってることわかる？</p> <p>エ児26：だから三つの辺が繋がってないっていうことは、バラバラになっているということ。三つの棒が繋がってないっていうこと。</p> <p>ク児27：三つの棒はつながってるんじゃないの？ だってほら、1, 2, 3。</p> <p>T18：エ児くんが何か持ってるから、聞いてみよう</p> <p>エ児28：三角形って、これちょっと変だけど、こんな感じ(ストローで作った三角形を見せる)でしょ。三つの辺が繋がってないってなる</p>	<p>と、こんな感じ(3つの辺がバラバラになったものを見せる)になっちゃうから。</p> <p>オ児29：この三つの辺がバラバラになっていればいい。崩れ落ちるっていうわけじゃないんだけど…</p> <p>ク児30：壊れる？</p> <p>オ児31：そう！壊れる！</p> <p>キ児32：家が雨漏りしすぎて壊れる</p> <p>T19：失敗作って呼んでいるのはああいう感じ？</p> <p>C33：だから、変なの。</p> <p>エ児34：バラバラになってしまっているのは、これが離れて、これがここと離れて…</p> <p>キ児35：三本線になっちゃう。</p> <p>エ児36：全部離れる。</p>
---	--

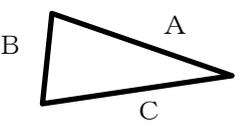
このあと、教師が「昨日ね、ストローと針金をお渡しして、三角形を作ろうねって言ったんだけど。こういう失敗作ができちゃった。三角形ができなくて、失敗作ができるのってどんなとき？」(T21)と投げかけた。観察や操作をしながら考えられるようにするために、ストローと針金を1本ずつ配布し、「失敗作」を作らせることにした。

②三角形ができない場合について考える場面

「失敗作」を作った子どもは、それを触ったり動かしたりしながら、「三角形ができないのは、どんなとき？」について考察していた。以下は、全体で考えを共有した場面の対話記録である。

<p>サ児59：ストローの長さが、長いのと短い2つとか、長い2つと短い。長さが長い2本と短い1本。</p> <p>C60：それじゃあできるよ</p> <p>コ児61：できるよ</p> <p>サ児62：あとは、短い2本と長い1本。</p> <p>C63：もし下に長い1本あれば、短いやつを…</p> <p>T30：サ児さんの意見に対して。</p> <p>キ児64：短い2本と長い1本。長いのが下にあって、短いのが上にあつたら、たぶんできると思う。</p> <p>T31：どういうこと？例えば？</p> <p>カ児65：ここは短い1本で…</p>	<p>T32：前に出てきて</p> <p>ク児66：長い2本、短い1本ってできるよね。</p> <p>カ児67：（聞こえない）この三角形の…</p> <p>T33：サ児さんが2つ言ったよね。2つ言ったんだけど、カ児さんが失敗作ができるって言ったのはどっち？</p> <p>Cc68：短い2本、長い1本。</p> <p>カ児69：まあ頑張って近づければ、できるけど。針金が出ちゃうから、できない。</p> <p>T34：長い2本、短い1本だと、セ児くんのあれができるの？</p> <p>C70：短い2本、長い1本だと失敗作ができちゃう</p>
---	--

サ児は、失敗作を眺めて三角形ができない場合の辺の構成を考え、「長い（1つ）と短い2つ」と「長い2本と短い1本」（カッコ内は筆者加筆）の、2つの場合を挙げた。これに対し、他の児童が本当にそうであるかを確認し、後者の場合は三角形ができることが共有された。その後、以下のように対話が進んでいった。（カッコ内は筆者加筆）

<p>エ児73：ちょっと、シ児さんのと離れるんだけど。サ児さんの話で。短い2本、長い1本、これが失敗作って言ったけど。これを言い換えれば、三角形って3つの辺があるでしょ。</p> <p>C74：それはそう。</p> <p>エ児75：で、その中の1本よりも、余った2つの辺の長さが…例えばこれで説明すると。</p> <p>T38：じゃあそれで説明して</p> <p>エ児76：この中の、例えば、これとこれの長さが、この長さより短い場合は、失敗作。</p> <p>ク児77：どういう意味？</p> <p>T39：これが多くて難しかったね。</p> <p>エ児78：この辺がAだとして、ここがB、ここがCだとすると。BとCを足した長さよりもAの方が短い場合は、失敗作。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>C79：そうかなー？</p> <p>T40：ちょっとバトンタッチしようか。一部の人には伝わったみたいだけど。</p> <p>ク児80：わかんない。</p> <p>C81：意味わかんない。</p> <p>ス児82：3つの辺の中の長い一辺よりも、他の2辺の方が短い場合は、失敗作になる。</p> <p>Cc：あー</p>	<p>エ児83：僕が言ったのは、ちょっと違う気がする。</p> <p>ク児84：何を言ってるのか、僕にはよくわからない。例えばどういうの、があればわかる。</p> <p>ス児85：一番長い辺が、他の2辺よりも長い時は、辺と辺はくっつかないから、三角形にならない。</p> <p>T41：そう？</p> <p>ク児86：何を言ってるのか聞こえなかった</p> <p>T42：ス児くんの言いたいことが、なんとなく伝わる人。そして、自分の言葉で言える人。</p> <p>ケ児87：この一番長い辺が、この短い2つを合わせた長さより長い場合は、まあ失敗作で。短い辺を合わせて超えるようだったら、成功で。短い辺が短すぎると、下の方が絶対長くなっちゃうから、失敗作。</p> <p>T43：それさ、他の2つの辺を合わせた長さが長いとか短いとかって、どうやってわかるの？さらっと言っちゃってるけど。どうやってわかるの、それって。</p> <p>コ児88：この長さが、分かんないけど適当に1cmだとすると、合わせると2cmで。小さいから、失敗作。</p> <p>C89：この長さとかこの長さを足した長さよりも、ここが2cmより長かったら、失敗作。</p>
--	--

エ児は、サ児59の発言を受けて、さらに辺の関係を説明しようとしている。はじめは「これ」「ここ」などの指示語が多く、友達にはほとんど伝わっていなかったようだが、辺にABCの記号をつけること

で、なんとか伝えようとしていた。ス児は、「3つの辺の中の長い1辺よりも、他の2辺の方が短い場合は、失敗作になる。」(ス児82)と発言するが、エ児78とは逆であった。しかし、授業後の2人の会話から、2人の意図は同じであったことがわかった。そして、ス児82を受けて、ケ児が「この一番長い辺が、この短い辺2つを合わせた長さより長い場合は、まあ失敗作で。短い辺を合わせて超えるようだったら、成功で。短い辺が短すぎると、下の方が絶対長くなっちゃうから、失敗作。」(ケ児87)と発言した。「長い」「短い」などの表現は多くなされていたが、何と比べて長いのか、何と比べて短いのか、その基準が曖昧であったため、授業者が「他の2つの辺を合わせた長さが長いとか短いとかって、どうやってわかるの？」(T43)と発言した。すると、具体的な長さに目を向けた子ども(コ児88, C89)が出てきたが、ここで授業終了となってしまった。授業が終わった後にも、近くの人と考えたことを伝えあい議論する姿が多くみられた。

(3) 第4時 作った三角形を分類する (2018年10月16日)

授業のはじめに「どんな三角形ができた？」と問うと、子どもたちは「ハンガーみたいな」「細長い」など思い思いの言葉で、どのような三角形ができたかを表現していた。そこで、教師が「ファミリー(4人か3人のグループ)で三角形を持ち寄り、仲間分けしてみよう」と投げかけた。3つのグループの分類を以下に示す。

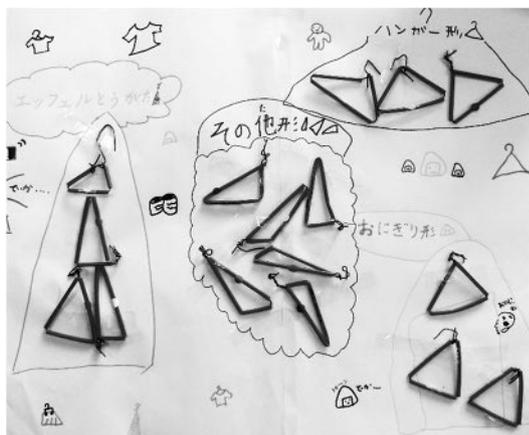


図5 Aグループによる分類

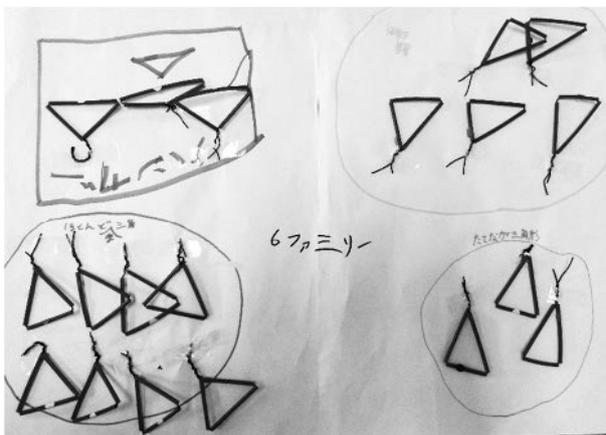


図6 Bグループによる分類

Aグループ(図5)は、作った三角形を「エッフェルとうがた」「ハンガー形」「おにぎり形」「その他形」に分類した。Bグループ(図6)は、作った三角形を「ハンガー」「ほとんどま三角」「直角三角形」「たてなが三角形」に分類した。Cグループ(図7)は、作った三角形を「すべての辺がひとしい三角形」「二つのへんがひとしい三角形」「直角になっている三角形」「その他か」に分類した。

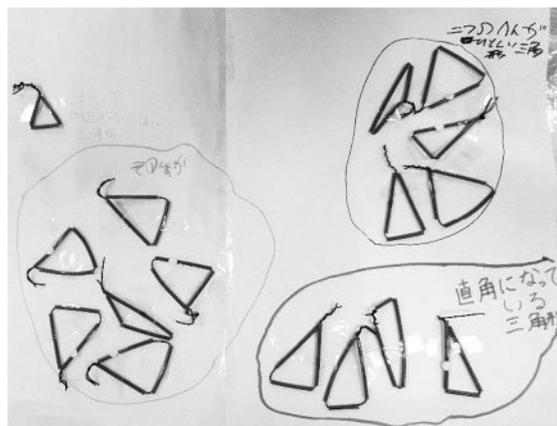


図7 Cグループによる分類

各グループがどのように分類したのかが共有されると、分類のしかたに関する質問が多く挙がった。例えば、「(Aグループに対して) その他形に、エッフェルとうのような三角形も入っているんじゃない?」「(Bグループに対して) ま三角って何ですか?」という質問である。各グループがこのような質問に丁寧に答えていくことで、何を観点として分類したのかが徐々に明らかになっていった。

Cグループのように、辺の長さの相等関係に着目した分類については、それらの三角形を「二等辺三角形」「正三角形」と名付け、それぞれの定義づけをおこなった。

IV 実践の考察

1 考察する観点の変化

第2時の対話記録の中で、子どもが三角形を考察する際の観点に着目し、考察をおこなう。授業時間が経つにつれて、子どもの発言が、形に着目をして考察している発言から、構成要素である辺の長さに着目して考察している発言へと移行していったと考えられる。

(1) 形に着目した考察

例えば、第2時で「ウ児さんが言ってたんだけど。三角形が三つの辺が、まあ繋がってるけど失敗作だから。三つの辺が繋がってない。」(オ児24)、「だから三つの辺が繋がっていないっていうことは、バラバラになっているということ。三つの棒が繋がっていないっていうこと。」(エ児26)、「三つの棒はつながってるんじゃないの？だってほら、1, 2, 3。」(ク児27)の発言は、三角形や「失敗作」の形を見て考え、発言しているといえる。これは、図形を概観によって考察しているため、van Hiele, P. M. (1984)の水準では第0水準にあたりと考えられる。ストローと針金を使って「失敗作」を作り、触りながら「三角形ができないのはどんなとき？」について考察する活動のあと、「ストローの長さが、長いのと短い2つとか、長い2つと短い。長さが長い2本と短い1本。」(サ児59)、「短い2本、長い1本だと失敗作ができちゃう」(C70)の発言があった。ストローの長さ、つまり辺の長さに着目しようとしているが、「短い」「長い」などの直観に基づく考察にとどまっている。よって、これらの発言も第0水準にあたりと考えられるが、第1水準への移行の契機にも感じられる。

(2) 辺の長さに着目した考察

第2時で、「この辺がAだとして、ここがB、ここがCだとすると。BとCを足した長さよりもAの方が短い場合は、失敗作。」(エ児78)や、「この一番長い辺が、この短い辺2つを合わせた長さより長い場合は、まあ失敗作で。短い辺を合わせて超えるようだったら、成功で。短い辺が短すぎると、下の方が絶対長くなっちゃうから、失敗作。」(ケ児87)の発言があった。これらは、辺の長さに着目して考察しているといえる。これは、図形を構成する要素に着目して考察しているため、第1水準にあたりと考えられる。

(3) 形から辺の長さへの観点の移行

(1)(2)から、「失敗作」を作り、三角形ができないのはどんなときかを個人で考察した後の、学級での共有の場面では、子どもたちの思考はvan Hiele, P. M. (1984)の第0水準から、徐々に第1水準へと移行していったことがわかる。

では、この移行の契機は何にあったのか。ストローと針金を使って「失敗作」を作り、触りながら「三角形ができないのはどんなとき？」について考察する活動のあと、「ストローの長さが、長いのと短い2つとか、長い2つと短い。長さが長い2本と短い1本。」(サ児59)、「短い2本、長い1本だと失敗作ができちゃう」(C70)の発言があり、辺の長さに着目した発言へとつながっていった。このことから、筆者は一人ひとりが手で「失敗作」を触りながら考察したことが、形から辺の長さへと、観点の変化を促したのではないかと考える。観察しながら考察の様子を見ると、子どもたちは本時で作った「失敗作」と、前時に作った三角形を比較しながら考察していた。中には、作った三角形を解体して考察している子どももいた。このように、「できたもの」と「できなかったもの」を比較しながら考察したことで、何らかの違いを感じ、辺の長さへと着目していったのではないかと考える。

授業後のふり返りを見ると、ス児は、「ストローの長さは、15cm。1辺の長さが、7.5cm(半分)より長いと、つながらなくなるので失敗作」と記述している(図8)。ス児は授業においても、辺の長さに着目し、「3つの辺の中の長い一辺よりも、他の2辺の方が短い場合は、失敗作になる。」(ス児82)と発言していた。しかし、「何を言ってるのか、僕にはよくわからない」(ク児84)にあるように、一部の子どもにしか伝わらなかつたことから、配られたストローの長さを用いて、より具体的に考え、記述したと考えられる。また、ソ児(第2時では発言はみられなかつた)は、ス児82の意見について考え、はじ

めは「失敗するときもあるし、せいこうするときもある！」と記述したが、それを斜線で消し、「やってみたら本当だった」と記述した。ソ児は、頭の中で思考している段階では、ス児の発見の妥当性に気づけなかったものの、実際にストローを切って操作してみたことで、その妥当性に気づいたのである(図9)。これらのふり返りの記述からも、子ども一人ひとりが操作しながら考察したことが、辺の長さへの着目を促したと考える。

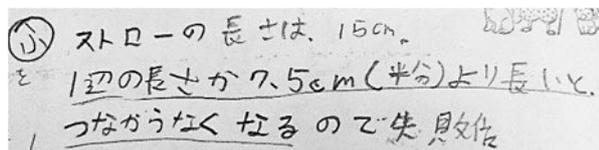


図8 ス児のふり返りの記述

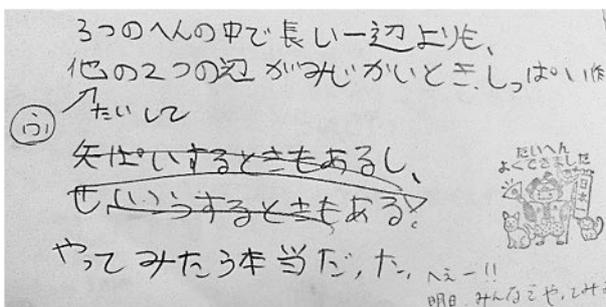


図9 ソ児のふり返りの記述

2 思考を共有するための工夫

(3)に述べたように、第2時では「失敗作」を作り、観察に基づいた考察をしたことが、水準が移行する契機になったと考えるが、授業を通して、子どもの気づきや思考をどのように表現させ、どのように共有するかが重要であると感じた。本時では、書画カメラを用いて上方のモニターに作った「失敗作」や三角形を映し、子どもたちがそれらを指しながら説明できるようにした。しかし、物を動かしながら説明した場合、動かす前の状態は残らない。「この中の、例えば、これとこれの長さが、この長さより短い場合は、失敗作。」(エ児76)や「この一番長い辺が、この短い辺2つを合わせた長さより長い場合は、まあ失敗作で。短い辺を合わせて超えるようだったら、成功で。短い辺が短すぎると、下の方が絶対長くなっちゃうから、失敗作。」(ケ児87)という発言があったように、図形を見て気づきや発見を共有する場面では、どうしても指示語や直観的な表現が多くなる。第2時で「わからない」という発言やつぶやきが多かったように、3年生の児童にとっては、友達の意見を聞きながら、その意味をモニターを見て理解することは難しかったようだ。

第4時では、子どもが作った三角形を大きな紙に直接貼り付け、ペンで周りを囲んだり、文字などを書き込んだりした。それぞれのグループがどのように分類したかが記録に残るため、子どもたちも、他のグループの分け方について質問したり、議論したりしやすかったようだ。

友達がどの図形をどのように操作したのかが共有されなければ、そこからの友達の気づきを理解することは難しい。例えば、電子黒板を用いたり、黒板にプロジェクターで投影し、書き込んだりするなどの方法も考えられる。ICTなどもうまく活用し、子どもの気づきや発見をみんなで共有できるような方法を探っていくことは、今後の課題である。

V まとめと今後の課題

本研究では、子どもが図形の構成要素の関係に着目して考察できるようにするための授業を構想し、授業実践をおこなった。そして、授業中の対話を分析し、van Hiele, P. M. (1984)の水準を手がかりにしながら、子どもの三角形の概念形成過程について考察した。今後の課題は、以下の2点である。

1 三角形の導入の活動における難しさ

本研究でおこなった実践では、1本のストローから三角形を作る活動を導入時におこなった。子どもたちは「失敗作」と、三角形を比較したり、作った三角形を解体したりしながら考察していた。このように「失敗作」に着目し、「できたもの」と「できなかったもの」を比較しながら考察したことで、子どもた

ちは辺の長さに着目し、それを観点として考察をすることができた。すなわち、本実践の導入で、1本のストローを切って三角形を作り、子ども一人ひとりが手元で「失敗作」を触りながら三角形の成立条件について考察したことが、形から辺の長さへと、子どもが着目する観点の変化を促したと考えられる。

一方で、本実践の導入活動には、実践上の難しさもある。例えば、教材となるストローの半径はできるだけ小さいものを使う必要がある。なぜなら、半径が大きいストローを用いた場合、頂点ができていないかできていないかの判断が曖昧になってしまうからである。これをふまえ、本実践では、直径3.5mmのストローを用いている。

また、3年生の子どもにとって、ストローを切って針金を通し、三角形を作る作業は簡単ではない。針金を曲げる際に、ストローとストローが離れてしまい、三角形の頂点がない状態になってしまった子どももいた。頂点が見えにくいと、三角形の成立条件について考える際に、三角形が成立しているのか成立していないかの判断が曖昧になってしまう。三角形の成立条件についての豊かな考察のためには、致命的なことである。これらの実践上の難しさをどのように解消するかは、今後の課題である。

2 子どもの気づきを共有する方法

本実践では、作った三角形や「失敗作」を観察しながら、辺の長さに着目し、三角形の成立条件について考えていった。図形の観察によって得られた気づきや発見を共有する場面では、指示語や直観的な表現が多くなる。そのため、子どもの気づきや思考をどのように表現させ、どのように共有するかが重要であると感じた。友達の気づきや発見を理解するためには、本当にそれが成り立つのかどうかを自分で確かめる必要がある。そのためには友達が何をどのように操作して気づいたのか、その過程を知り、その過程を実際に辿ることが重要となる。ICTなどもうまく活用しながら、子どもの気づきや発見を共有できるような方法を探っていくことは、今後の課題である。

【註】

- 1) 第4水準については、van Hiele, P. M. (1986) を参照することを今後の課題とする。

【引用・参考文献】

- お茶の水児童教育研究会 (2018) 『第80回教育実際指導研究会発表要項』, p. 103
- 田中敏隆 (1991) 『認知の実験発達心理学—図形と文字を中心にして—』 中央法規出版株式会社
- 松尾七重 (2000) 『算数・数学における図形指導の改善』 東洋館出版社
- 松尾 (山崎) 七重 (1994) 「図形の概念形成過程に関する考察—平行四辺形を捉える観点の変化に着目して—」 第27回数学教育論文発表会論文集, pp. 263-268
- 文部科学省 (2008) 『小学校 学習指導要領解説 算数編』 東洋館出版社
- 平成26年文部科学省検定済教科書・教師用指導書
- 『新しい算数 3下』 東京書籍 『みんなと学ぶ 小学校 算数 3年下』 学校図書
- 『小学算数 3下』 教育出版 『わくわく算数 3下』 啓林館
- 『楽しい算数 3』 大日本図書 『小学算数 3年下』 日本文教出版
- 『新編 新しい算数 3下 教師用指導書 研究編』 東京書籍
- 平成27年文部科学省検定済教科書
- 『改訂版 新編 数学A』 数研出版株式会社
- van Hiele, P. M. (1984). A child's thought and geometry. In D. Geddes, D. Fuys, & R. Tischler (Eds.), English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and P. M. van Hiele (pp. 243-252). Research in Science Education (RISE) Program of the National Science Foundation. Washington, D. C. :NSF

【参考資料】

- 「高校数学の美しい物語」, インターネット <https://mathtrain.jp/> (2018/11/07にアクセス)