

学位論文審査の要旨

| | | | | |
|-------|---------------------------------|-----------|-----------|--|
| 学位申請者 | 北川 めぐみ 理学専攻 2017年度生 | | 論文題目 | Representation theory of compact quantum groups based on operator algebras and its application (作用素環論に基づくコンパクト量子群の表現論とその応用) |
| 審査委員 | 主査: | 吉田 裕亮 教授 | インターネット公表 | 学位論文の全文公表の可否 : 可 |
| | 副査: | 竹村 剛一 教授 | | 「否」の場合の理由 |
| | 副査: | 中居 功 教授 | | <input type="checkbox"/> ア. 当該論文に立体形状による表現を含む |
| | 審査委員: | 横川 光司 教授 | | <input type="checkbox"/> イ. 著作権や個人情報に係る制約がある |
| | 審査委員: | 久保 隆徹 准教授 | | <input type="checkbox"/> ウ. 出版刊行されている、もしくは予定されている |
| 学位名称 | 博士 (理学) (Ph. D. in Mathematics) | | | <input type="checkbox"/> エ. 学術ジャーナルへ掲載されている、もしくは予定されている |
| | | | | <input type="checkbox"/> オ. 特許の申請がある、もしくは予定されている ※本学学位規則に基づく学位論文全文のインターネット公表について |

学位論文審査・内容の要旨

本申請論文では、作用素環の視点から量子群の構造解析が扱われている。量子群とは20世紀後半の現代数学・数理論物理学の進展の過程で「量子化された対称性」を表すものとして生まれ、抽象代数学や関数解析学、数理論物理学など多岐にわたる分野を横断し興味深い現象を提示し続けている重要な研究対象である。本論文では、まず作用素環、特に単位的 C^* -代数が非可換(量子化された)コンパクト位相空間上の連続関数環と見做されることから、それらに群構造を与えることによって得られる Woronowicz 流のコンパクト量子群の一般論を述べ、その重要な例である $SU_q(2)$ についての基本的な性質がまとめられている。

続いて本論文における主たる成果として、Kac-PaljutkinのHopf環 $C(G_{\{KP\}})$ が、2次の自由直交群と呼ばれる量子群 $C(SU_{\{-1\}}(2))$ の部分量子群であることを、全射単位的 $*$ -準同型写像を構成することにより示している。この証明においては Kac-Paljutkin の Hopf 環 $C(G_{\{KP\}})$ への群作用から定まる graded twisting と量子群 $G_{\{KP\}}$ の有限次元ユニタリ表現から定まる表現圏 $\text{Rep}(G_{\{KP\}})$ が Klein 4 元群から構成されるものと圏同値であることを用いられている。これらは、Hopf 環への群作用という作用素環論的手法とテンソル圏の手法を巧みに融合させた手法であり、当該分野の研究において、同手法は今後の応用可能性を示唆するものである。

Kac-Paljutkin の Hopf 環は有限次元 Hopf 代数の分類において自然に現れ、また 2 次の自由直交群はコンパクトリー群の量子変形から現れる重要な例である。このように基本的な量子化された対象間の新たな関係を解明した本論文の研究成果の意義は大きいと評価される。

加えて本論文では、Asymmetric Simple Exclusion Processes (ASEP) と量子群との興味深い関連についての考察が与えられている。すなわち、通常の ASEP と Temperley-Lieb 代数との関係を 3 状態 ASEP の場合に量子群 $SU_q(2)$ の基本表現のテンソル積を用いて拡張を行っている。

以上より、本審査委員会は本論文が学術的にも十分なレベルにあるものと認めた。

本審査委員会は、4回開催された。第1回審査会では、主査より論文概要と申請者の説明があり、委員による査読が開始された。令和元年12月25日の第2回審査会においては、申請者による提出論文についての口頭発表が行われ、本委員会は査読に基づき提出論文の一部改訂を求めた。令和2年1月24日の第3回審査会では改訂版に基づく審議の結果、令和2年2月7日に最終試験を含む公開発表会を開催することを認めた。最終試験を含む公開発表会においては、申請者はよく準備された講演を行い、審査委員との質疑応答も適切であった。このことより、第4回審査会において申請者の最終試験の成績を合格と判定した。

これらを総合して、本審査委員会は本論文がお茶の水女子大学 大学院人間文化創成科学研究科の学位、博士(理学) Ph.D. in Mathematics に相応しいものと判定した。