

## さまざまな形状をもつ柱に対する洗掘現象の数値的研究\*

菅 牧子\*<sup>1</sup>, 河村哲也\*<sup>2</sup>, 桑原邦郎\*<sup>3</sup>Numerical Study of the Sand Movement  
around a Cylindrical Body Standing on the SandMakiko KAN\*<sup>4</sup>, Tetuya KAWAMURA and Kunio KUWAHARA\*<sup>4</sup> Ochanomizu University, Graduate School of Humanities and Sciences,  
Otsuka, Bunkyo-ku, Tokyo, 112-8610 Japan

The flow around a cylindrical body standing on the sand is computed numerically and the movement of the sand is investigated. The numerical method employed in this study can be divided into three parts: (1) calculation of the flow around the pole using MAC method with a generalized coordinate system; (2) estimation of the sand transfer caused by the flow through the friction; (3) determination of the shape of the ground. Since the computational area changes at step (3), this procedure has to be repeated at each time step. Results show that the horseshoe vortex scoops out the ground in front of the pole. When the pole has the plane perpendicular to the flow, it generates a big horseshoe vortex to make the scouring force strong. On the other hand, when the pole has the cross section that is flat along the flow, such as lens or ellipse, the scouring force becomes weak. Furthermore, it is found that the horseshoe vortex becomes small when the pole has the conical base.

**Key Words:** Computational Fluid Dynamics, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Sand Transfer by the Flow, Cylindrical Body, Horseshoe Vortex

## 1. はじめに

洗掘問題とは、橋脚の上流側の地面が掘られ、橋の強度に影響を及ぼす問題である。上流側の地面が掘られる原因は橋脚まわりにできる渦にある。すなわち、平面上に立てられた柱のまわりには、柱を上流側からU字形に取り囲む馬てい形渦が形成される(図1)。この渦が柱の上流側から側面にかけての地面を掘り起こす。

著者らは、前報<sup>(1)</sup>で、円柱まわりの洗掘現象の数値シミュレーションを行った。その結果、馬てい形渦の形成を確認し、その渦に沿って砂が掘られていく様子が再現された。また、計算結果を実験結果と比較したところ、定性的によい一致を得たと判断した。

著者らは、本研究を発展させ、より現実に即した問題に応用することを目指している。今回は、円柱のほか、角柱、三角柱等のさまざまな形状の柱についても洗掘の計算を行い、柱の形が馬てい形渦の生成および

砂面形状の変化にどのような影響を及ぼすかを調べた。この問題は実用的に非常に重要である。

## 2. 記号

- $c$ : 砂輸送方程式の比例定数(～5.5)  
 $d$ : 砂面の表面粗度(～粒径/30 m)  
 $g$ : 重力の加速度(=9.8 m/s<sup>2</sup>)  
 $h$ : 砂面に垂直方向に測った高さ m  
 $p$ : 圧力 kg/ms<sup>2</sup>  
 $t$ : 時間 s  
 $u_*$ : 摩擦速度 m/s  
 $u_{*c}$ : 限界摩擦速度(～0.2 m/s)

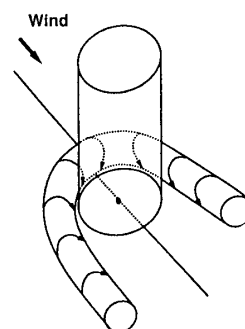


Fig. 1 Schematic figure of the horseshoe vortex generated by a circular cylinder

\* 原稿受付 1999年10月12日。

<sup>1</sup> 正員, 都立昭和高等学校 (〒196-0033 昭島市東町2-3-21)  
(元: お茶の水女子大学大学院)

<sup>2</sup> 正員, お茶の水女子大学大学院人間文化研究科 (〒112-8610 文京区大塚2-1-1)。

<sup>3</sup> 正員, 宇宙科学研究所 (〒229-8510 相模原市由野台3-1-1)。  
E-mail: kan@ns.is.ocha.ac.jp

( $X, Y$ ): 砂面に接する局所座標系

- $n$ : 砂面の単位外向き法線ベクトル
- $u$ : 速度ベクトル [成分 ( $u, v, w$ )] m/s
- $u_*$ : 摩擦速度ベクトル m/s
- $U$ : 砂面に平行な面内の速度ベクトル m/s
- $q$ : 砂輸送量ベクトル kg/ms
- $x$ : 空間座標ベクトル
- $\Delta t$ : 時間刻み s
- $\kappa$ : カルマン定数 ( $\sim 0.4$ )
- $\nu$ : 動粘性係数  $m^2/s$
- $\rho$ : 空気の密度 ( $\sim 1.2 \text{ kg/m}^3$ )
- $\rho_s$ : 砂の密度 ( $\sim 1.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ )
- $\tau$ : 計算面における時間

( $\xi, \eta, \zeta$ ): 計算面における空間座標(半径方向, 周方向, 高さ方向)

### 3. 計算方法

計算方法は前報<sup>(1)</sup>と同様であるが、簡単に説明する。なお、本計算では柱を砂の上に立て、砂が風によって運ばれる場合を想定した。この現象は、定性的には水によって川底が掘られる現象と類似していると考えられる。

計算は砂の移動の計算と上空の流れ場の計算を交互に進めていく。具体的には次の3段階を順に行う:

- (1) 砂面上に立てられた柱のまわりの流れの計算。
- (2) 表面摩擦の計算およびそれによる砂の輸送量の推定。
- (3) 砂の輸送による砂面形状の変化の見積もり。時間による砂面形状の変化は、(1)~(3)を繰り返して計算することにより求まっていく。(1)の流れ場は砂面形状に依存し、(3)の砂面形状の変化は(2)を通して(1)の流れ場と関係する。流れ場と砂面形状の両方が時間とともに変化するため、複雑な相互作用の結果として形状が決定される。以下、各段階の計算について説明する<sup>(10)</sup>。

**3.1 柱まわりの流れ場の計算** 実際の現象は高レイノルズ数の乱流領域で生じるが、円柱まわりの三次元流れは大きなはく離を伴う複雑な現象であり、このような場合に信頼できる乱流計算を行うだけでも大問題であり、また必ずしも適当な乱流モデルがあるとはいえない<sup>(9)</sup>。そこで本研究では第1段階として乱流の効果は渦粘性としてレイノルズ数を低くすることによりとりこめるものとした。実際、著者らは前報<sup>(1)</sup>で、上空流れ場として  $Re=10^3$  の層流計算を行い、馬蹄形渦が形成されることを確認した。また、結果の

砂面形状は実験結果とよく一致した。このため、今回も  $Re=10^3$  の層流計算を行った。このとき流れは以下に示す非圧縮性ナビエ・ストークス方程式に支配される。

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \dots \dots \dots (2)$$

式(1)が連続の式、式(2)が運動方程式である。三次元の計算であるため、計算法として標準的なMAC法を用いた。また、複雑な砂面形状を正確に計算にとりこむために、方程式は一般座標で表現した(図2)。ただし、時間的に形状が変化するため、計算には時間依存性のある座標変換を用いた。

変換した方程式の差分化において、ナビエ・ストークス方程式の非線形項は三次精度上流差分<sup>(2)</sup>を用いて近似し、それ以外の空間微分はすべて中心差分で近似した。また時間積分にはオイラー陽解法を用いた。

初期条件は全領域において  $x$  方向に一樣流  $u=10.0 \text{ m/s}$  を与えた。速度の境界条件は以下のようにした。

砂面上: 粘着条件 ( $u=v=w=0.0$ )

柱上: 粘着条件 ( $u=v=w=0.0$ )

上方境界: 滑り壁条件 ( $\partial u/\partial z = \partial v/\partial z = 0, w=0.0$ )

遠方境界: 一樣流 ( $u=10.0, v=w=0.0$ )

**3.2 砂の輸送量の推定** 風による砂の輸送形態は suspension, saltation, surface creep の3種類に分類される<sup>(3)-(7)</sup>。suspension はおもに粒径  $0.1 \sim 0.05 \text{ mm}$  の細粒の行う運動で、空中を漂いながら非常に長い距離を移動するものである。これは黄土形成の原因となる。saltation は砂粒が短い距離を跳躍しながら、別の砂粒を跳ね上げ、次々と連鎖して風下側に運ばれる形態である。これは主として粒径  $0.2 \sim 0.3 \text{ mm}$  の粒子の運動であり、飛距離はおおよそ  $10 \text{ cm} \sim 1 \text{ m}$  である。surface creep は砂が表面を転がりながら移動する形態で、比較的大きな粒子がこの形態により運ばれる。

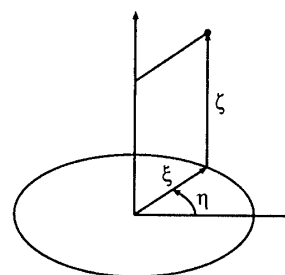


Fig. 2 Definition of variables

砂の移動が激しく、さまざまな砂丘地形を形成する地域の粒径分布を調べると、砂の大部分が粒径 0.2~0.3 mm 程度のものであることが観測されている<sup>(4)</sup>。このため、砂の地形形成に大きな影響をもつ輸送形態は saltation であると考えられている。

風による表面摩擦速度  $u_*$  と saltation による砂輸送量  $q$  の間の定量的な関係として、Bagnold<sup>(3)</sup> は

$$q = c_1 \frac{\rho}{g} u_*^3 \dots\dots\dots (3)$$

を提案している。さらに河村<sup>(4)</sup> は

$$q = \begin{cases} c_2 \frac{\rho}{g} (u_* - u_{*t})(u_* + u_{*t})^2, & u_* > u_{*t}, \\ 0, & u_* \leq u_{*t} \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

Lettau<sup>(5)</sup> は

$$q = \begin{cases} c_3 \frac{\rho}{g} u_*^2 (u_* - u_{*t}), & u_* > u_{*t}, \\ 0, & u_* \leq u_{*t} \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

を提案している。ここで  $c_1, c_2, c_3$  は実験によって定まる定数であり、 $u_{*t}$  は砂が移動を開始する限界摩擦速度である (~0.2 m/s)。摩擦速度  $u_*$  は

$$u_* = \sqrt{\nu \frac{du}{dz}} \dots\dots\dots (6)$$

で定義される。多くの実験から、砂面上空の風速場は対数法則

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \log\left(\frac{z}{d}\right) \dots\dots\dots (7)$$

を満たすことが示されている<sup>(3)~(7)</sup>。ここで  $\kappa$  はカルマン定数 (~0.4)、 $d$  は砂の表面粗度であり、砂の粒径の約 30 の 1 であることがわかっている。ある高さにおける  $u$  を式(7)に代入すれば  $u_*$  を求めることができるが、本計算では乱流モデルを用いていないので、上空の流れ場は必ずしも式(7)を満たしていない。このため、 $u_*$  は定義式(6)を用いて計算している。なお、surface creep による輸送は、式(3)~(5)の定数  $c$  の値を調節することにより、 $q$  の約 1/4 の量として推定できることが実験と簡単な理論から示されている<sup>(4)~(7)</sup>。

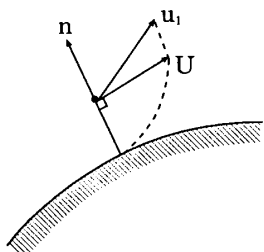


Fig. 3 Definitions of  $U, u_1$  and  $n$

砂の輸送量の推定に関して、前報<sup>(1)</sup>では式(3)を用いたが、今回は式(5)を用いた。前報と結果を比較したところ、大きな違いは見られなかった。これは、 $u_*$  が  $u_{*t}$  と比べて非常に大きく、式(5)も式(3)に近似されるからである。

砂面は二次元であるため、砂輸送量はベクトル  $q$  で表される。式(5)を二次元に拡張すると

$$q = c \frac{\rho}{g} |u_*| u_* (|u_*| - u_{*t}) \dots\dots\dots (8)$$

となる。比例定数  $c$  の値は文献(8)を参考にして 5.5 とした。また、二次元摩擦速度ベクトル  $u_*$  は

$$|u_*| = \sqrt{\nu |\nabla U \cdot n|}, \quad u_* \parallel U \dots\dots\dots (9)$$

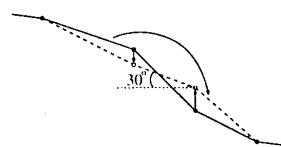
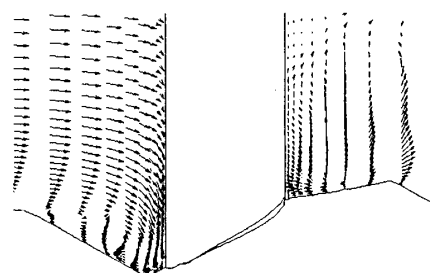
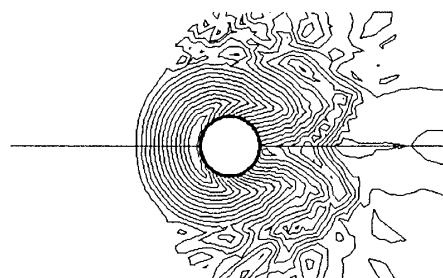


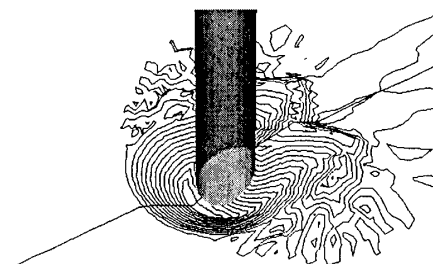
Fig. 4 Schematic figure of avalanche  
(— before avalanche, - - - after avalanche)



(a) Velocity vectors in  $y=0$  plane



(b) Surface contours (top view)



(c) Surface contours (bird's eye view)

Fig. 5 Circular cylinder  
( $z_{\min} = -0.55$  m,  $z_{\max} = 0.26$  m)

となる。式(9)の  $\mathbf{n}$  は砂面の単位外向き法線ベクトルであり、 $\nabla\zeta/|\nabla\zeta|$  と等しい。また  $\mathbf{U}$  は砂表面に平行な方向の速度であり、これは砂面にもっとも近い格子点での速度  $\mathbf{u}_1$  を用いて

$$\mathbf{U} = \mathbf{u}_1 - (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \dots\dots\dots (10)$$

から計算できる(図3)。式(9)の  $\nabla|\mathbf{U}| \cdot \mathbf{n}$  は、 $|\mathbf{U}|$  の砂面に垂直な方向の方向微分である。

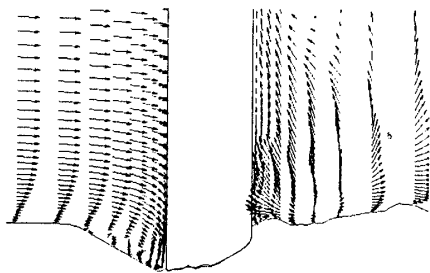
**3・3 砂面形状の計算** 式(8)によって砂が輸送され、その結果、砂面の形状を変化する。形状の変化は砂の質量保存から計算できる。砂面に沿った局所座標をとり、 $x$  方向を  $X$ ,  $y$  方向を  $Y$ , また  $h$  を砂面に垂直に測った距離とすれば、微小領域における  $h$  の時間的な増加はその領域での砂の正味の流入量に等しいため

$$\rho_s \frac{dh}{dt} = -\frac{dq_1}{\partial X} - \frac{\partial q_2}{\partial Y} \dots\dots\dots (11)$$

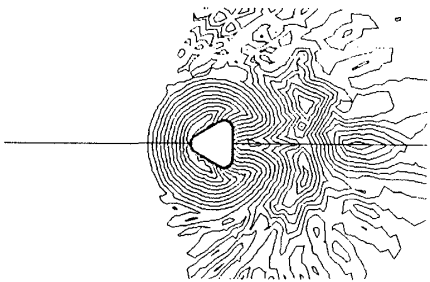
[ $\rho_s$  は砂の密度, ( $q_1, q_2$ ) は  $\mathbf{q}$  の  $X, Y$  成分] が成り立つ。式(11)から  $\Delta t$  時間での高さ変化  $\Delta h$  が得られ

るので、これを  $n$  ステップでの高さに加えることにより、 $(n+1)$  ステップでの新しい砂面が計算できる。具体的には、 $\Delta h$  の  $\zeta$  方向成分を計算し、砂面上の格子点を  $\zeta$  方向に上下移動させる。移動後、計算領域全体の計算格子をもう一度作り直す。

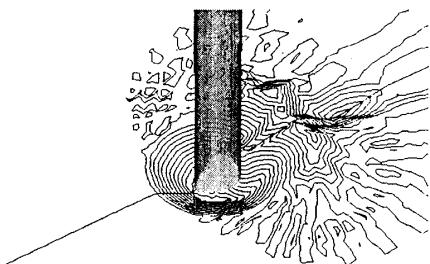
砂がとりうる傾斜角には最大値があることが知られている。その最大値を安息角とよんでいる。安息角は、砂粒の大きさや砂面の湿りかたなど表面の状態に依存するが、おおよそ  $30^\circ$  程度である。もし砂面の傾斜角が安息角を超えれば砂は滑り落ちるため、傾斜角が安息角を超えることはない。一方、式(11)により砂面形状を決定する場合に、最大傾斜角が安息角を超えることがある。そこで、計算のなかで安息角を超える場合には、砂を人工的に移動させて安息角になるように修正する。具体的には、砂面上の隣接格子、対角格子間の傾斜を順に調べていき、安息角以上のものがあれば砂の全体量の保存を考慮して、高さを変化させる(図4)。



(a) Velocity vectors in  $y=0$  plane

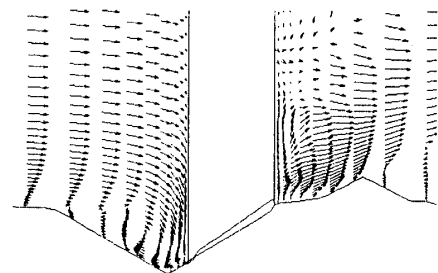


(b) Surface contours (top view)

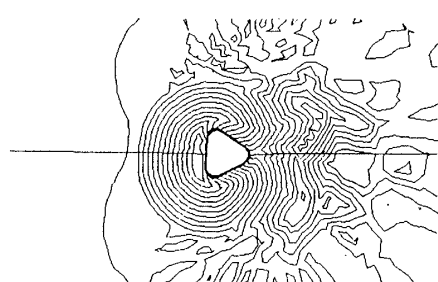


(c) Surface contours (bird's eye view)

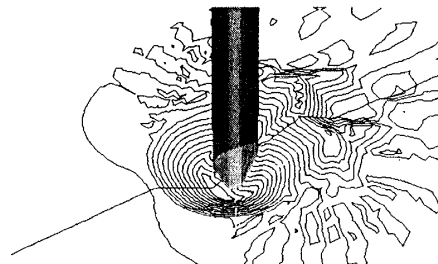
Fig. 6 Triangular cylinder  
( $z_{\min} = -0.43$  m,  $z_{\max} = 0.30$  m)



(a) Velocity vectors in  $y=0$  plane



(b) Surface contours (top view)



(c) Surface contours (bird's eye view)

Fig. 7 Triangular cylinder (flow direction is  $120^\circ$ )  
( $z_{\min} = -0.60$  m,  $z_{\max} = 0.31$  m)

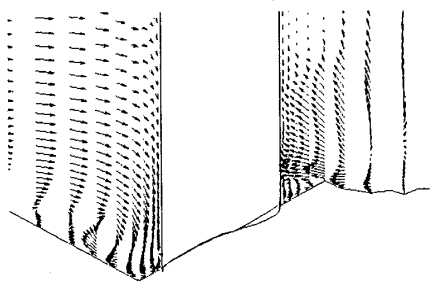
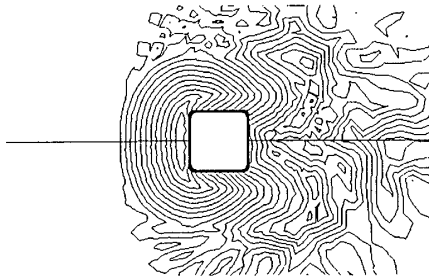
## 4. 計算結果と考察

**4.1 さまざまな断面形状の柱の比較** すべての計算は格子数  $64 \times 64 \times 64 (\xi \times \eta \times \zeta)$  で行った。計算格子は周方向は等間隔にとり、半径方向と軸方向に関しては、それぞれ柱と砂面の近傍が密になるようにとった。半径方向および高さ方向の最小格子幅は、それぞれ 0.01, 0.018 m である。結果は、格子数  $96 \times 96 \times 96$  で計算した結果と比較し、精度が十分であることを確認している。計算領域の遠方境界は半径約 15 m の円柱面とし、上空は 10 m の高さにとった。結果の図はすべて砂移動開始後 2000 s のものであり、計算時間刻み  $\Delta t = 0.001$  s、動粘性  $\nu$  は  $0.01 \text{ m}^2/\text{s}$  のものである。なお、 $\nu$  の値を  $0.0001 \sim 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$  まで変化させて計算した結果、 $\nu$  の値が小さいほど砂は移動しにくくなるが、結果の砂面形状に大きな違いは見られなかった。

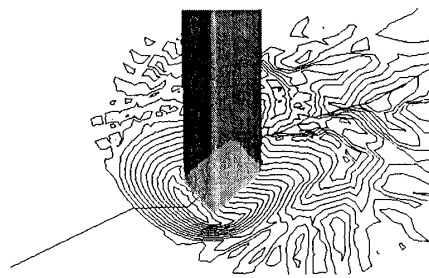
図5に直径1mの円柱の結果を示す。図5(a)は  $y$

$=0$  の断面 [(b)の線で示された面] における速度ベクトルの様子である。円柱の上流側に渦を巻いている部分が見られるが、これが馬てい形渦の断面であり、砂を掘り起こしている流れである。また、図5(b), (c)はそれぞれ上空から見た砂面の等高線図と等高線を斜め上空から見た鳥かん図である。これらから、砂が馬てい形渦の形に沿って掘られていることがわかる。なお、各図の表題に砂面の高さの最大値  $z_{\max}$ 、最小値  $z_{\min}$  を示した。円柱の場合、上流側のくぼみは  $-0.55$  m の深さにまで達した。

馬てい形渦は流れに垂直な面が大きいほど強くなることが予想される。図6, 7に一辺1mの正三角柱で計算した結果を示す。三角柱の頂点から風を当てた場合(図6)、流れを阻止する面が少ないため、馬てい形渦は形成されにくくなる。それでも渦は形成されるため、上流側が掘られて、円柱の場合と類似した砂面形状に変化した。ただし、この場合のくぼみの深さは円柱の場合と比べて浅く、 $-0.43$  m であった。図7は三角柱の側面が流れに当たるように柱を回転させて計

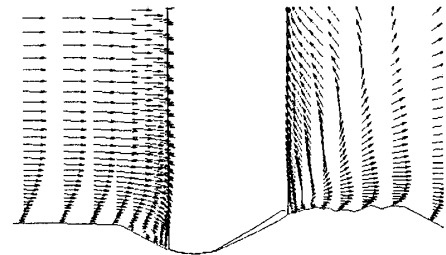
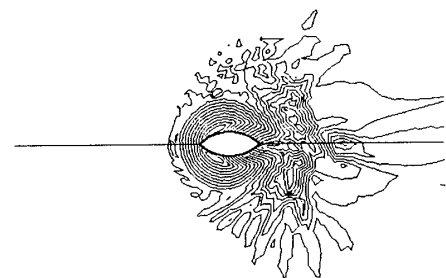
(a) Velocity vectors in  $y=0$  plane

(b) Surface contours (top view)

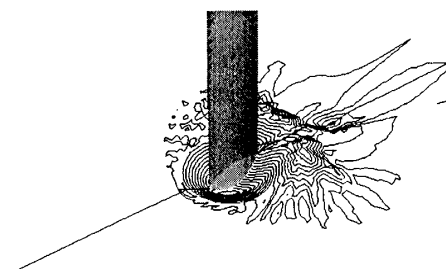


(c) Surface contours (bird's eye view)

Fig. 8 Square cylinder  
( $z_{\min} = -0.59$  m,  $z_{\max} = 0.36$  m)

(a) Velocity vectors in  $y=0$  plane

(b) Surface contours (top view)



(c) Surface contours (bird's eye view)

Fig. 9 Lenticular cylinder  
( $z_{\min} = -0.30$  m,  $z_{\max} = 0.22$  m)

算した結果である。この場合、流れが側面に当たるため、図6の場合と比べて強い馬てい形渦が形成される。その結果、上流側のくぼみは図6より深くなった。この性質を考慮すると、角柱のような流れに垂直な面をもつ形状の柱においては、洗掘現象が顕著になることが明らかである。図8に断面が一辺1mの正方形である柱で計算した結果を示す。

洗掘の現象を抑えるためには、流れを阻止しない形状の柱を用いることが効果的である。例えば、断面がレンズ形の柱を用いて計算すると、図9のようになり、くぼみの深さが円柱の場合の5分の3以下になった。

**4・2 すそを広げる結果** 前報<sup>(1)</sup>において、傾斜円柱についての計算を行い、その効果を調べた。その結果、円柱を風下側に傾斜させた場合、上流側のくぼみが浅くなることが明らかになった。この結果をふまえると、すそが広がった柱については洗掘が抑えられることが予想される。

図10に断面が長軸1m、短軸0.5mのだ円である柱の結果を示す。一方、図11はこの柱のすそを広げた場合の結果である。すそは、1mの高さから地面に

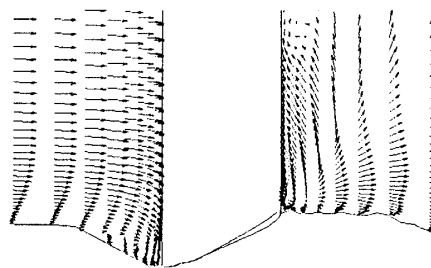
向かって30°の傾斜で広がるようにしている。柱の断面はだ円であるので、もともと馬てい形渦は形成されにくく、図10の場合においてもくぼみの深さは-0.39mである。柱のすそを広げた場合、深さは-0.27mにまで減少した。これは、柱に当たった流れが上方に向かい、馬てい形渦がより形成されにくくなったためである。

すそを広げた場合、柱の安定性も増す。このため、橋脚において図11のような形状が適していると結論できる。

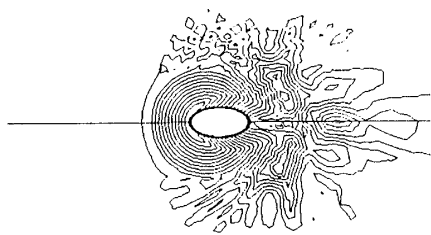
## 5. ま と め

本研究では前報<sup>(1)</sup>を発展させて、さまざまな形状の柱についても洗掘の計算を行い、結果を比較検討した。結論をまとめると以下ようになる。

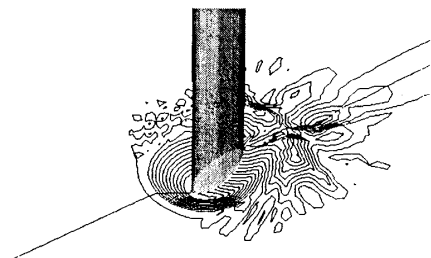
(1) 洗掘現象は、流れに垂直な面をもつ形状の柱において顕著になる。これは、そのような柱のまわりにもてい形渦が形成されやすいためである。逆に、断



(a) Velocity vectors in  $y=0$  plane

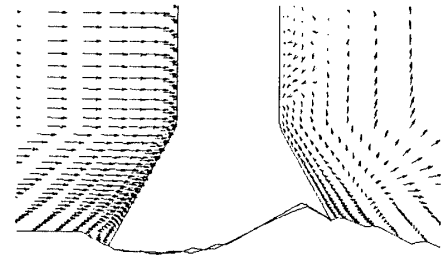


(b) Surface contours (top view)

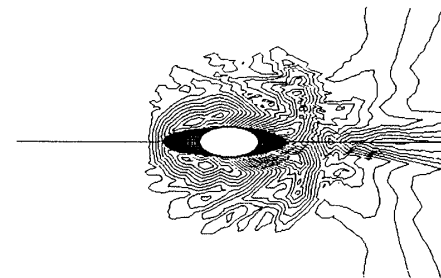


(c) Surface contours (bird's eye view)

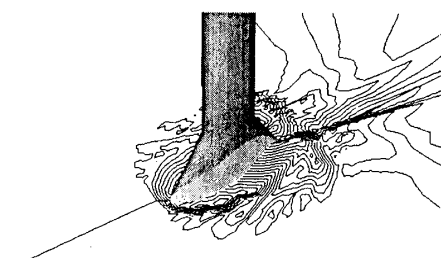
Fig. 10 Elliptic cylinder  
( $z_{\min} = -0.39$  m,  $z_{\max} = 0.24$  m)



(a) Velocity vectors in  $y=0$  plane



(b) Surface contours (top view)



(c) Surface contours (bird's eye view)

Fig. 11 Elliptic cylinder with conical base  
( $z_{\min} = -0.27$  m,  $z_{\max} = 0.30$  m)

面形状が流れに沿って長細いレンズ形やだ円の場合、洗掘は抑えられる。

(2) 柱のすそを広げると、流れが上方に向かい、地面を掘る下向きの渦が形成されにくくなる。このため、この形状は洗掘を抑える効果があり、橋脚に適していると考えられる。

砂の地形形成に関しては、砂の粒子の級化(大きさによりふるい分けされること)の影響も考慮する必要がある。しかし、本研究のように、砂の輸送量を摩擦速度と関連付けて推定し、砂を一様に移動させるだけでも、現象の特徴をとらえることができた。現実の現象で起こっていると思われる乱流に関しては、本研究では渦粘性として計算にとりこんだだけであるが、それでも柱の形状によって結果に明確な差が得られた。このようなことから、定性的な予測をするという点からいえば、本研究は実際問題に適用可能であると考え

ている。

## 文 献

- (1) 河村哲也・菅牧子・林農, 機論, **65**-629, B(1999), 124-129.
- (2) T. Kawamura and K. Kuwahara, AIAA Paper, 84-0340 (1984).
- (3) Bagnold, R. A., *Proc. R. Soc., Ser A*, **157**(1936), 594-620.
- (4) 河村龍馬, 科学, **18**-11(1948), 24-30.
- (5) 河村龍馬, 東京大学理工学研究所報告, **5**(1951), 95-112.
- (6) 長島秀樹, ながれ, **10**(1991), 181-196.
- (7) A. E. シャイデッガー, 理論地形学, (1980), 411-434, 古今書院.
- (8) Wippermann, F. K. and Gross, G., *Boundary-Layer Meteorol.*, **36**(1986), 319-334.
- (9) 河村哲也・林農, 機論, **58**-548, B(1992), 1071-1078.
- (10) 菅牧子, お茶の水女子大学大学院人間文化研究科博士論文, (2000).